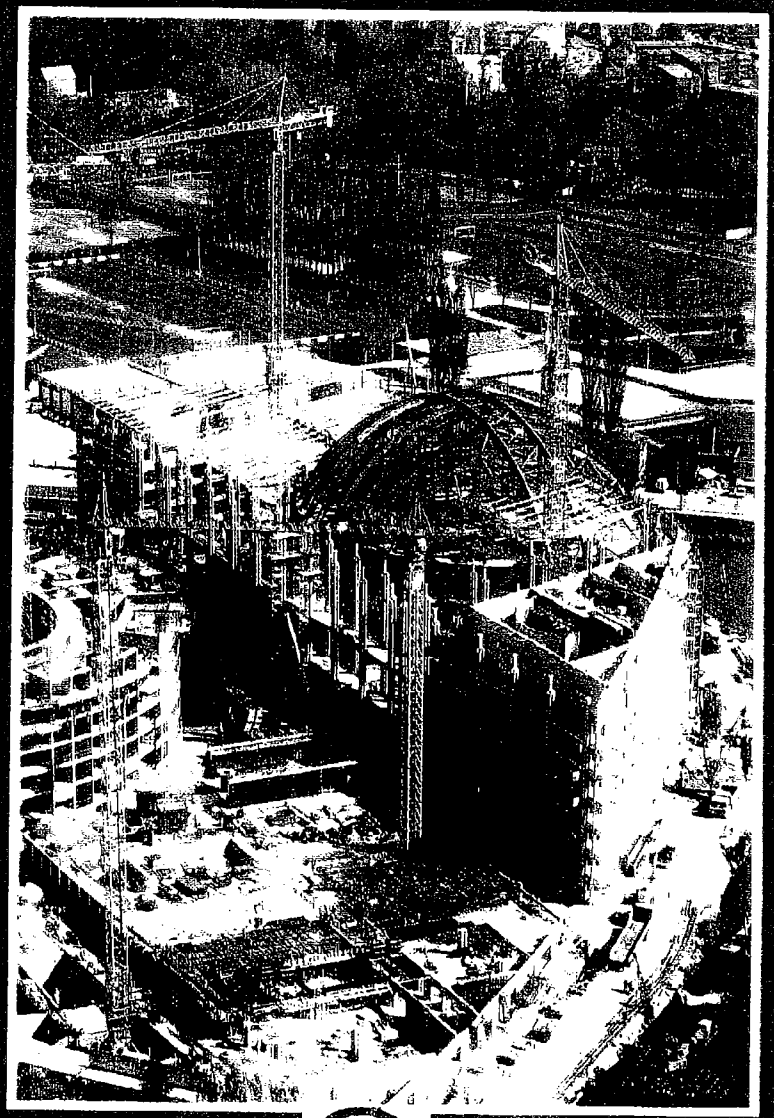
Cours de l'École Nationale des Ponts et Chaussées

HENRY THONIER



3

CONCEPTION ET CALCUL DES STRUCTURES DE BÂTIMENT

Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées

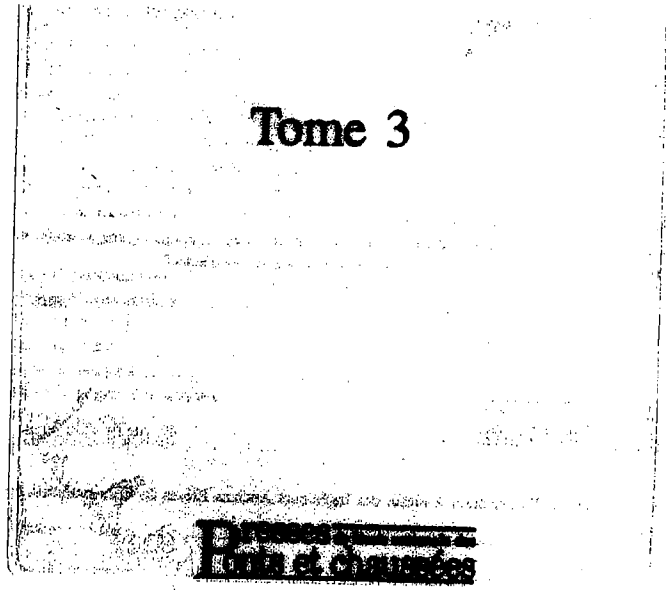
F115241/2

HENRY THONIER

EUROPE ÉTUDES GECTI
Direction Technique
92/98, Boulevard Victor Hugo
92115 CLICHY
Tél. 45 19 32 32 - Télex 630 075 F
Fax 45 19 32 99

CONCEPTION ET CALCUL DES STRUCTURES DE BÂTIMENT

Tome 3



chez le même éditeur

Conception et calcul des structures de bâtiment (Tome 1) (1992), (Tome 2) (1993)
par H. THONIER

La précontrainte (1992)
par R. LACROIX, J. PERCHAT, R. CHAUSSIN, A. FUENTES

La durabilité des bétons (1992)
sous la direction de J. BARON et J.-P. OLLIVIER

Les bétons à hautes performances (1992, 2e éd. revue et corrigée)
sous la direction de Y. MALIER

Le béton précontraint aux états-limites (1992, 2e éd. revue et corrigée)
par H. THONIER

Granulats (1990)
sous la direction de G. ARQUIÉ et C. TOURENQ

Constructions métalliques civiles et industrielles (1988)
par P. BOURRIER, T. FOULT, Y. LESCOUARC'H

Le béton hydraulique (1988, 2e éd.)
sous la direction de J. BARON et R. SAUTEREY

Granulats et bétons légers (1986)
sous la direction de M. ARNOULD et M. VIRLOGEUX

Le béton jeune (1982)
comptes rendus de colloque

Toute reproduction, même partielle, de cet ouvrage est interdite. Une copie ou reproduction par quelque procédé que ce soit, photographie, microfilm, bande magnétique, disque ou autre, constitue une contrefaçon passible des peines prévues par la loi du 11 mars 1957 sur la protection des droits d'auteur.

©1995

ISBN 2-85978-227-3

Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées

49, rue de l'Université 75007 Paris

Département Edition de l'Association Amicale des Ingénieurs Anciens Elèves de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées

SOMMAIRE

Tome 1

Introduction 1

1. Rappels de Résistance des Matériaux. Étude des poutres soumises à la flexion 3

1. Calcul des contraintes dans une section 3
2. Calcul de l'effort tranchant V, du moment M, de la rotation ω, de la déformée ou flèche y pour une charge $p = p(x)$ 4
3. Rotation à l'appui gauche pour une travée isostatique de portée L 6
4. Rotations dues à un moment C sur appui d'une travée à inertie constante I 8
5. Calcul des moments sur appuis des poutres continues. Théorème des trois moments 9
6. Poutre continue. Calcul des moments sur appuis. Méthode de Caquot 12
7. Redistribution des moments en béton armé 14
8. Règles forfaitaires en béton armé 15
9. Portée de calcul 17
10. Quelques résultats intéressants 18
11. Effort tranchant et cisaillement des pièces fléchies 21
12. Poutres continues. Sollicitations en travées 26
13. Calcul des moments de travées isostatiques. Méthode générale 32
14. Exercices 37

Tableaux de calcul de béton armé 45

2. Formulaire de calcul des poutres 69

1. Travée isostatique sur deux appuis 69
2. Console encastrée à gauche 78
3. Travée sur deux appuis, encastrée à gauche 83
4. Travée encastrée aux deux extrémités 87
5. Poutre continue de deux travées 91
6. Poutre continue de trois travées égales 101
7. Poutre continue de n travées égales 106

3. Actions et descente de charges 111

1. Charges permanentes 111
2. Charges d'exploitation 114
3. Action de la neige 116
4. Action du vent 118
5. Actions sismiques 129
6. Prise en compte des actions 168
7. Descente de charges 173
8. Combinaisons d'actions 193

4. Fondations superficielles 197

1. Contraintes du sol 199

2. Semelles filantes sous voile. Méthode des bielles. Charge centrée 224
3. Semelles rectangulaires sous poteau. Méthode des bielles. Charge centrée 231
4. Semelles filantes avec flexion 236
5. Semelles rectangulaires avec flexion 238
6. Semelles excentrées 271
7. Semelles nervurées 288
8. Semelles circulaires 291
9. Poutre sur sol élastique 296
10. Semelles filantes sous poteaux 306
11. Dallages 321
12. Radiers généraux 330
13. Charges concentrées sur dallage. Formules 332
14. Dallage en béton de fibre 339
15. Pathologie 340
16. Résumé. Semelle sous poteau ou voile centré. Contrainte constante 342
17. Choix du type de fondation 343

Bibliographie 345

Index 349

Tome 2

5. Fondations profondes 351

1. Définition 351
2. Actions 353
3. Combinaisons 353
4. Force portante des pieux 354
5. Capacité du sol 355
6. Capacité du pieu 358
7. Semelles sur pieux - Généralités 366
8. Pieux soumis à un effort horizontal en tête 370
9. Semelles sur pieux 410
10. Longrines 460
11. Parois moulées 462

Bibliographie 467

6. Dalles 469

1. Les planchers 469
2. Les dalles 471
3. Dalle rectangulaire articulée sur ses quatre côtés 475
4. Dalle rectangulaire. Deux côtés articulés et chacun des deux autres étant encastré, articulé ou libre 482
5. Dalle circulaire sous charge de révolution 505
6. Calcul des dalles à la rupture - Méthodes des lignes de rupture 510
7. Dalle précontrainte à cables non-adhérents 531
8. Plancher-dalle 549
9. Dalles précontraintes alvéolées 570
10. Dalles mixtes béton à bacs collaborants 589
11. Dalles de forme quelconque 595
12. Dispositions constructives 601
13. Charges sur planchers en cours de travaux 605

Bibliographie 609

7. Poutres et planchers 613

1. Calcul des planchers 613
2. Calcul des poutres continues 615
3. Planchers à entrevous 616
4. Planchers nervurés 633
5. Planchers à poutres croisées et planchers-caissons 653
6. Planchers métalliques 670
7. Liaisons éléments préfabriqués - Béton coulé sur place 686
8. Dalles avec prédalles 687
9. Plancher mixte - Poutre en acier et béton coulé sur place 695
10. Planchers en bois 736
11. Calcul de la flèche d'un plancher 745
12. Actions des charges dynamiques sur les planchers 751
13. Points particuliers 758

Bibliographie 763

Index 771

Tome 3

8. Poteaux 779

1. Généralités 779
2. flambement 782
3. Le flambement en béton armé 804
4. Poteaux de bâtiments en béton armé sous charges centrées et d'élancement inférieur à 70 818
5. Poteau en béton armé avec moment (ou excentricité) 820
6. Dispositions constructives 824
7. Exemple de poteau en béton armé 827
8. Programme «POTO» de calcul et ferraillage de poteau en béton armé 830
9. Poteau en béton armé suivant l'Eurocode 2 835
10. Poteau en acier suivant les CM 66 840

11. Poteau en acier suivant l'Eurocode 3 847
12. Poteau mixte acier-béton suivant l'Eurocode 4 852
13. Poteau en bois suivant l'Eurocode 5 858
14. Déversement des poutres en béton armé 860
15. Flexion déviée 862

Tableaux de calcul (flambement, déversement, poteaux en béton armé) 866

Bibliographie 874

9. Portiques et ossatures 87/

1. Définitions 877
2. Portiques simples 878
3. Portiques multiples en béton armé 882
4. Ossature en acier 912
5. Programme de calcul des portiques 921
6. Poutres treillis 954
7. De la validité des résultats 978

Bibliographie 981

10. Voiles et murs 983

1. Généralités 983
2. Choix du type de voile en fonction du site 984
3. Dispositions constructives des voiles en béton armé ou non armé 987
4. Résistance des voiles 991
5. Exemples 999
6. Murs en maçonnerie non armée 1014
7. Voûtes de décharges 1032
8. Linteaux 1045
9. Poutres-cloisons 1048
10. Maçonnerie armée 1073
11. Ouvertures dans les voiles et murs 1085
12. Panneaux de maçonnerie sous charge horizontale dans leur plan 1093
13. Raccourcissement différentiel 1095
14. Calcul des voiles en béton - Méthode pratique 1124

Bibliographie 1140

Liste des programmes 1143

Annexe : Mode d'emploi des programmes de calcul de poutres «POCO» + ... 1147

Index BAEL 91 1277

Index général 1285

CHAPITRES À PARAÎTRE

Contreventement
Structures diverses : poutres-cloisons, consoles courtes, escaliers, rampes,
Étude d'un bâtiment
Murs de soutènements
Poutres courbes et gauches
Réservoirs cylindriques
Coques minces

8. POTEAUX

1. GÉNÉRALITÉS

1.1. Définitions

Un poteau est un élément généralement vertical, rarement incliné, dont une dimension, la longueur, est grande par rapport aux deux autres. Il est destiné principalement à transmettre les charges gravitaires de la structure.
Il peut être incorporé dans des ensembles constitués d'éléments horizontaux (planchers) et de poteaux qui travaillent en portiques (voir chapitre 9). Dans ce cas, il est soumis à des moments en tête et en pied qui le font travailler en flexion composée et non en compression simple.
En réalité, dans les bâtiments, les poteaux qui ne sont soumis à aucun moment en tête et en pied sont rares. Il faudrait que la tête soit libre, sans effort horizontal ou que les deux extrémités soient articulées.
Cependant, il est habituel de considérer :
— les poteaux de bâtiments courants dont les extrémités ne sont pas susceptibles de déplacements horizontaux, du fait d'un contreventement rigide (voiles en béton, murs en maçonnerie, triangulation) et qui sont calculés en compression simple en prenant forfaitairement en compte l'effet des moments résiduels et du flambement ;
— les poteaux de bâtiments dont les extrémités peuvent se déplacer horizontalement qui sont calculés au flambement et en flexion composée ;
— les poteaux de portiques ;
— les pylônes, piles, colonnes qui sont en général des éléments de grande hauteur, alors que les poteaux de bâtiments ou portiques ont des longueurs courantes variant de 2,50 m à 6 m.
Pour tout ce qui suit dans ce chapitre, nous supposerons connues les sollicitations appliquées en tête et en pied de poteaux :

— sollicitations normales déduites de la descente de charge (voir chapitre 3, art.7) ;
— les moments dus à des charges excentrées ou déduites des résultats de calcul en portique (chap.9).

1.2. Types de poteaux

Les formes des poteaux sont liées aux possibilités de fabrication des coffrages.

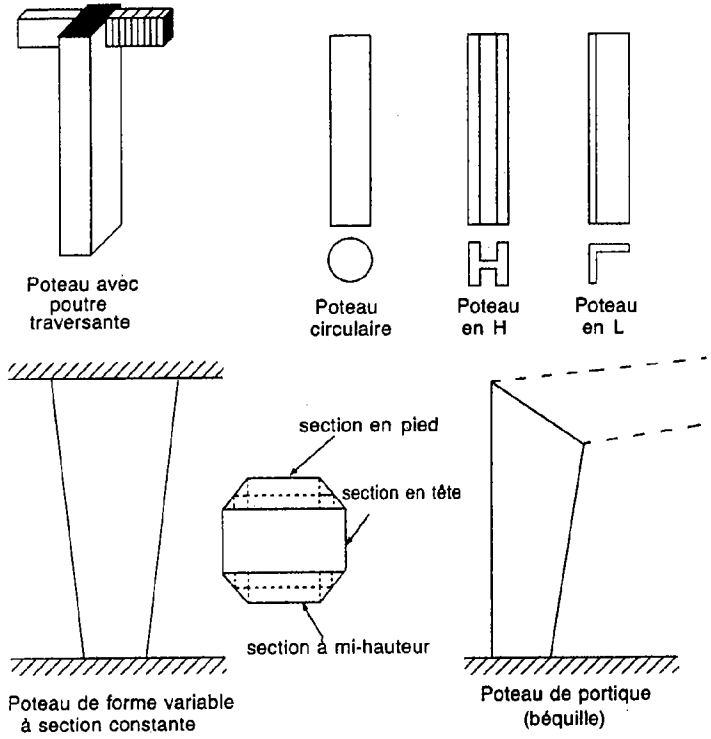


Fig. 1 — Formes de poteaux

Le ferraillage longitudinal comporte des aciers dans tous les angles, ou au moins six barres pour les formes circulaires. Les armatures transversales ceinturent les armatures longitudinales dans deux directions, sauf cas particuliers que nous verrons plus loin (Fig. 2).

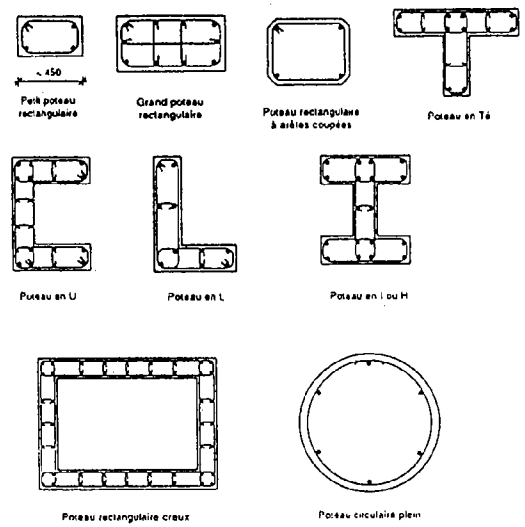


Fig. 2 — Formes et types de ferraillage de poteaux

Conditions d'extrémités

Les extrémités sont encastrées, articulées ou partiellement encastrées suivant la raideur des éléments situés à leurs extrémités (dalles, poutres dans une direction ou deux directions, traversantes ou non (Fig. 3).

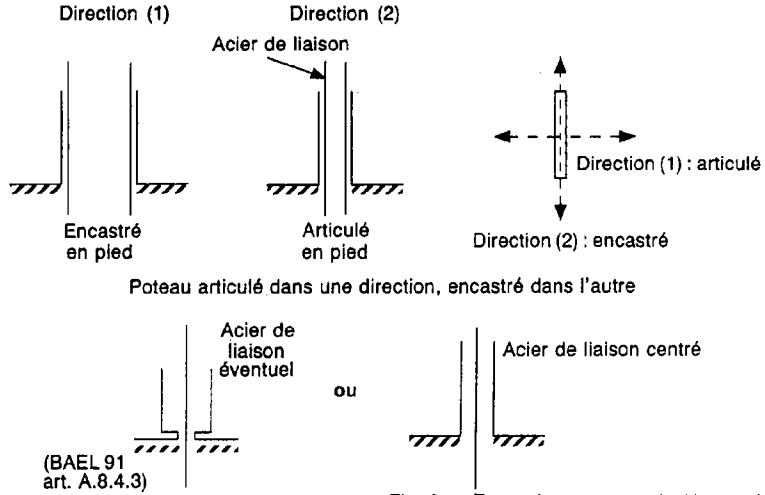


Fig. 3 — Types de poteaux articulés en pied

1.3. Calcul des poteaux

Un des paramètres essentiels est l'élancement du poteau, c'est-à-dire, le rapport de sa plus grande dimension (longueur) sur sa plus petite, ou plutôt l'élancement mécanique λ :

$$\lambda = \frac{L_f}{i}$$

où L_f = longueur de flambement (voir en 2 ci-après)

i = rayon de giration = $\sqrt{\frac{I}{S}}$

I = moment d'inertie de flexion dans la direction considérée
S = aire de la section droite

Remarque : Pour un poteau rectangulaire : $S = bh$ et $I = \frac{bh^3}{12}$
d'où $i = \frac{h}{\sqrt{12}} = 0{,}289\,h$.

Les poteaux en béton armé sont calculés en ELU.
On étudiera les poteaux soumis à des charges centrées ou à des moments en tête et/ou en pied.
En fonction de la longueur de flambement ou de l'élancement, les Règles BAEL 91 distinguent les limites et méthodes d'emploi comme indiquées dans le tableau ci-dessous.

	Moments nuls «compression simple ou axiale»		Moments non nuls excentricité de la charge : $e_0 = M_u/N_u$	
Elancement	$\lambda \leqslant 70$	$\lambda > 70$	$L_f \leqslant 15$ h ou $L_f \leqslant 20\,e_0$	$L_f > 15$ h et $L_f > 20\,e_0$
Méthode	Forfaitaire BAEL, art. B.8.4.1 (Voir en 4 ci-après)	Etude du flambement (Voir en 2 et 3 ci-après)	Forfaitaire BAEL, art. A.4.3.5 (Voir en 5 ci-après)	Etude du flambement (Voir en 2 et 3 ci-après)

2. FLAMBEMENT

Nous considérons dans cet article des poteaux en matériau homogène.

2.1. Description du phénomène

Un élément élancé, c'est-à-dire ayant une grande dimension par rapport à au moins une des deux autres, soumis à un effort de compression axial, peut se déplacer transversalement

de façon importante sous de faibles charges.
On peut facilement se rendre compte de ce phénomène avec une lame de scie à métaux tenue verticalement et chargée avec la main appuyée en tête (Fig.4).
On constate qu'à partir d'une charge de l'ordre de 20 N (2 kilogrammes), le déplacement latéral commence et que pour 25 N, on transforme la lame de scie en boucle en se faisant rejoindre les deux extrémités. Ce phénomène d'instabilité est appelé flambement ou, quelquefois, flambage.

Fig. 4 — Flambement d'une lame de scie

Longueur de flambement

Si l'on divise par deux la longueur de la lame de scie, on se rend compte que l'effort entraînant le flambement est beaucoup plus élevé — quatre fois plus — comme nous le verrons.

On appelle longueur de flambement L_f la longueur comprise entre deux points d'articulation de la barre. Dans le cas d'une structure, nous nous trouvons rarement dans le cas d'éléments comportant deux articulations aux extrémités. Nous verrons en 4 ci-après comment calculer la longueur de flambement dans les autres cas.

2.2. Effort critique de flambement

L'effort limite à partir duquel se manifeste les grandes déformations allant jusqu'à l'instabilité est appelé effort critique de flambement, noté N_c.

Considérons un poteau dont la ligne moyenne n'est pas rigoureusement rectiligne, mais possède une excentricité initiale $e_0(x)$ (Fig.5).

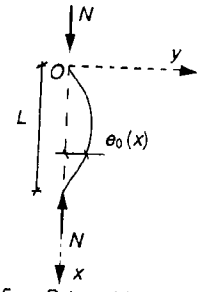


Fig. 5 — Poteau bi-articulé

Cette excentricité initiale engendre en tout point un moment $Ne_o(x)$; donc une rotation $\omega = \int \frac{NE_o(x)dx}{EI}$ (voir chapitre 1 , article 2) et une déformation $y = \int \omega dx$, donc une excentricité supplémentaire qui elle-même engendre à son tour un moment supplémentaire Ny, etc.
Si la somme de toutes ces excentricités supplémentaires converge vers une limite finie, on va vers un équilibre, sinon on a une «instabilité de forme» dite de flambement (voir en 2.3 ci-après).
A l'équilibre, s'il existe, on aura pour excentricité finale et totale $e_t = y(x)$ et $M = Ny(x)$.
La relation moment-courbure de la théorie des poutres (voir chapitre 1, art. 2.3) s'écrit :

$$\frac{1}{r} = \frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} = \frac{-M}{EI} \qquad (2)$$

En négligeant le terme y'^2 devant l'unité, on trouve :
$M = -EIy'' = Ny$ soit :

$$y'' + \frac{N}{EI} y = 0 \qquad (3)$$

Cette équation différentielle du deuxième ordre sans second membre a pour solution :

$$y = y_0 \sin\left(\sqrt{\frac{N}{EI}}\, x\right) \qquad (4)$$

Les conditions aux limites, à savoir déformée nulle aux deux extrémités pour $x = 0$ et $x = L$, entraînent :

$\sin \pi L = 0$ soit $L\sqrt{\frac{N}{EI}} = \pi$ ou $N = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$

L'effort d'équilibre final vaut donc : $N_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$ (5)

C'est cet effort qui est appelé effort critique de flambement ou effort critique d'Euler.
Remarque : On a négligé le terme y'^2 devant l'unité dans l'équation (2). Or les déformées dues au flambement peuvent être importantes. On obtiendrait alors l'équation différentielle :

$$\frac{y''}{(1 + y'^2)^{\frac{3}{2}}} + \frac{Ny}{EI} = 0$$

Ce qui veut dire que pour un même effort normal N, la déformée y est plus faible et donc le moment plus faible. On va ainsi dans le sens de la sécurité en négligeant le terme y'^2.

2.3. Déformée critique, dite déformée du deuxième ordre

Supposons que le poteau possède une excentricité initiale e_0 à mi-hauteur et que la déformée, maximale à mi-hauteur et nulle aux deux extrémités, soit représentée par une demi-onde de sinusoïde.

Celle-ci a pour équation : $y = y_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$.
Cette déformée-excentricité entraîne un moment $M_0 = Ny_0 = Ne_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$.

Ce moment engendre une rotation $\omega_1 = \int_0^x \frac{Ne_0}{EI} \sin\frac{\pi x}{L} dx + A$.

Pour satisfaire aux conditions aux limites, à savoir :
$\omega_1 = \omega_0$ pour $x = 0$

$\omega_1 = 0$ pour $x = \frac{L}{2}$ par raison de symétrie

$\omega_1 = -\omega_0$ pour $x = L$, on trouve $A = 0$ et

$\omega_1 = -\frac{Ne_0}{EI}\frac{L}{\pi}\cos\frac{\pi x}{L}$

et la déformée correspondante : $y_1 = \int \omega_1 dx + B$.

La condition aux limites pour $x = 0$ donne $B = 0$. On a alors :

$$y = -\frac{Ne_0 L^2}{EI\pi^2} \sin\frac{\pi x}{L}$$

Le maximum de la déformée, pour $x = \frac{L}{2}$, vaut $e_1 = y(0)$

$e_1 = \frac{Ne_0 L^2}{EI\pi^2} = Ke_0$ en posant $K = \frac{N}{EI}\frac{L^2}{\pi^2}$.

Cette déformée sinusoïdale $Ke_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ entraîne à son tour :

— un moment supplémentaire $NKe_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$

— une rotation supplémentaire $-NKe_0 \frac{L}{\pi EI} \cos\left(\frac{\pi x}{L}\right)$

— une flèche supplémentaire $NKe_0 \frac{L^2}{\pi^2 EI} \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) = K^2 e_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$

ainsi de suite. L'excentricité totale à l'équilibre, s'il existe, vaut :

$$e_{0t} = e_0(1 + K + K^2 + K^3 + K^4 + \ldots + K^n + \ldots)$$

Cette série converge si $K \leqslant 1$ donc si $N \leqslant \frac{\pi^2 EI}{L^2} = N_c$.

On retrouve bien l'effort critique d'Euler. On a alors, pour $N < N_c$, une déformée totale :

$$e_{0t} = \frac{e_0}{1 - K} \qquad (6)$$

2.4. Cas général

Considérons un poteau articulé à ses deux extrémités (poteau bi-articulé) soumis à un moment $\mu(x)$, par exemple linéaire (Fig. 6).

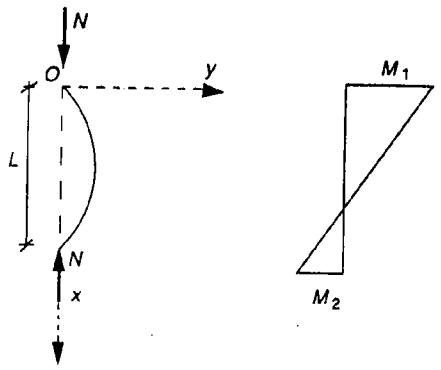


Fig. 6 — Moment linéaire

A l'équilibre, s'il existe, la déformée $y(x)$ engendre un moment $N.y(x)$. Le moment total vaut : $M(x) = \mu(x) - N.y(x)$. (7)

Mais comme $M = EIy''$ d'après (2), on obtient l'équation différentielle du 2e ordre avec deuxième membre :

$$y'' + \frac{N}{EI} = \frac{\mu(x)}{EI} \tag{8}$$

En posant $k = \sqrt{\frac{N}{EI}}$, la solution générale de l'équation avec second membre est [13]

$$y(x) = A\cos(kx) + B\sin(kx) + Y(x) \tag{9}$$

Les conditions de déformée nulle aux deux extrémités permettent de trouver les valeurs des constantes A et B. On obtient alors la solution suivante :

$$y(x) = Y(x) - Y(L)\frac{\sin(kx)}{\sin(kL)} \tag{10}$$

avec :

$$Y(x) = -\frac{k}{N}\int_0^x \mu(t)\sin[k(x-t)]\,dt \tag{11}$$

Remarque : On constate dans l'équation (10) que si $\sin(kL) = 0$, c'est-à-dire si $kL = \pi$ ou si $N = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$, la déformée est infinie. On montre ainsi que l'effort critique d'Euler vaut toujours $N_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$, quelle que soit la distribution des moments linéaires $\mu(x)$ imposés au départ.

2.5. Cas particuliers

2.5.1. *Excentricité constante e_0 (Fig.7)*

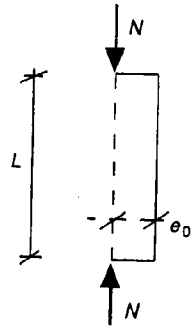


Fig. 7 — Excentricité constante

On peut calculer la déformée d'après les équations (8) et (9) en posant :

$$\mu(t) = Ne_0 = \text{constante}$$

On trouve :

$$y(x) = -e_0\left[1 - \cos(kx) - \frac{1-\cos(kL)\sin(kx)}{\sin(kL)}\right]$$

$$= -e_0\left[1 - \frac{\cos[k(L/2-x)]}{\cos(kL/2)}\right]$$

dont le maximum pour $x = \frac{L}{2}$ vaut : $y_{max} = -e_0\left[1 - \frac{1}{\cos(kL/2)}\right]$ (12)

Cette déformée inclut la déformée du premier ordre : $Ne_0\frac{L^2}{8EI}$

EXEMPLE :

Soit un poteau carré de 0,12 m x 0,12 m de 3 m de longueur, en matériau homogène résistant à la traction avec un module d'Young E = 15 000 MPa, soit :

$EI = 15\,000\,\frac{0{,}12^4}{12} = 0{,}2592$, soumis à une charge N = 0,12 MN. Supposons l'excentricité initiale constante $e_0 = 0{,}02$ m.

L'effort critique d'Euler vaut, d'après (5) : $N_c = \frac{\pi^2 \times 0{,}2592}{9} = 0{,}2842$ MN > N.

On calcule $k = \sqrt{\frac{N}{EI}} = \sqrt{\frac{0{,}12}{0{,}2592}} = 0{,}6804 < 1$.

D'après (12) , on calcule :

$$y_{max} = -0{,}02\left[1 - \frac{1}{\cos(0{,}6804 \times 1{,}5)}\right] 10^3 = 18{,}25 \text{ mm}$$

Cette déformée inclut celle du premier ordre $\frac{Ne_0L^2}{8EI} = 10{,}42$ mm.

Le moment total maximal vaut :

$$Ny_{max} + Ne_0 = 0{,}12 \times 0{,}01825 + 0{,}12 \times 0{,}02 = 0{,}00459 \text{ MNm}$$

2.5.2. *Moment constant μ*

L'équation (11) s'écrit : $Y(x) = -k\frac{\mu}{N}\int_0^x \sin[k(x-t)]$

qui s'intègre en : $Y(x) = -\frac{\mu}{N}(1 - \cos kx)$

et l'équation (10) devient :

$$y(x) = -\frac{\mu}{N}\frac{\sin(kL) - \sin(kx) - \sin(kL - kx)}{\sin(kL)}$$

On vérifie bien que $y(x) = 0$ pour $x = 0$ et $x = L$.

Par raison de symétrie, le maximum de $y(x)$ a lieu pour $x = \frac{L}{2}$ et vaut :

$$y\left(\frac{L}{2}\right) = -\frac{\mu}{N}\left[1 - 2\frac{\sin(kL/2)}{\sin(kL)}\right]$$

Si N tend vers zéro, on trouve $y\left(\frac{L}{2}\right) = \frac{\mu L^2}{8EI}$ (en prenant les développements limités de $\sin x = x - \frac{x^3}{6}$ pour x voisin de zéro). Cette déformée est bien celle d'une travée isostatique soumise à un moment constant μ (voir chapitre 2, cas 20).

APPLICATION NUMÉRIQUE : Avec $\mu = 0{,}024$ MNm, on trouve $y_{max} = 0{,}01825$ m, valeur de l'exemple précédent puisque nous avons le même moment. En revanche si N est nul,

$y_{max} = \frac{0{,}0024 \times 9}{8 \times 0{,}2592} = 0{,}01042$ m, alors que dans le cas précédent, si $N = 0$, $y_{max} = 0$.

Le moment maximal vaut : $\mu + Ny_{max} = 0{,}0024 + 0{,}12 \times 0{,}01825 = 0{,}00459$ MNm.

2.5.3. *Charge répartie constante p (action du vent par exemple)*

L'équation du moment vaut : $\mu(x) = \frac{px(L - x)}{2}$. En intégrant l'équation (8), on

trouve d'après [10] :

$$y(x) = \frac{pL^4}{16EIu^4}\left[1 - \frac{\cos\left[u\left(1 - \frac{2x}{L}\right)\right]}{\cos u}\right] + \frac{pL^2}{8EIu^2}x(L - x) \quad \text{avec} \quad u = kL/2$$

La flèche maximale, pour $x = \frac{L}{2}$, vaut :

$$y_{max} = -\frac{5pL^4}{384EI}\frac{24(1 - \cos u) - 12u^2\cos u}{5u^4\cos u}$$

et le moment maximal vaut $M = \frac{pL^2}{8}\frac{2(1 - \cos u)}{u^2\cos u}$

EXEMPLE : Avec les mêmes données que pour l'exemple précédent et avec une charge latérale répartie $p = 1$ kN/m, on calcule : $u = k\frac{L}{2} = 0{,}6804 \times 1{,}5 = 1{,}0206$ et :

$$y_{max} = -\frac{5 \times 0{,}001 \times 3^4}{384 \times 0{,}2592} \times 1{,}7332 = 0{,}00705 \text{ m}$$

La déformation du premier ordre vaut :

$$-\frac{5pL^4}{384EI} = -\frac{5 \times 0{,}001 \times 3^4}{384 \times 0{,}2592} = 0{,}00407 \text{ m}$$

La flèche due au seul moment imposé est majorée du fait du flambement par un coefficient 1,733 (7,05 mm au lieu de 4,07 mm).

Le moment total vaut :

$$p\frac{L^2}{8} + Ny_{max} = 0{,}001 \times \frac{9}{8} + 0{,}12 \times 0{,}00705 = 0{,}00197 \text{ MNm}$$

alors que le seul moment de flexion vaut $p\frac{L^2}{8} = 0{,}001125$ MNM.

2.5.4. *Moment linéaire*

On pourrait intégrer l'équation différentielle (8) pour trouver la déformée maximale par résolution de l'équation $\frac{dy}{dx} = 0$ et le moment maximal par $\frac{dM}{dx} = 0$. Il est plus rapide d'intégrer numériquement (par la méthode de Simpson par exemple. Cf. [12], page 232) et d'appliquer l'équation (10) pour la flèche, l'équation (7) pour le moment pour un nombre de points de cote x variant de 0 à L (10 ou 20 points par exemple). C'est ce qu'exécute le programme "DEFPOT".

2.5.5. *Programme "DEFPOT" **

Ce programme calcule les excentricités du deuxième ordre des poteaux en matériau homogène pour une excentricité du premier ordre quelconque (constante, linéaire, charge répartie transversale, etc.).

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

• **Mode d'emploi**

Ligne 1

L_f
Longueur de flambement (m)
FIN : $L_f = 0$

Ligne 2

E
Module d'Young (MPa)

Ligne 3

I
Moment d'inertie (m^4)

Ligne 4

N
Effort normal (MN)

Ligne 5

Typex
= 1 pour une excentricité constante e_1 (m)
= 2 pour une excentricité linéaire variant de e_1 en tête à e_2 en pied (m)
= 3 pour une excentricité due à une charge répartie transversale constante *p*
= 4 pour un moment linéaire variant de M_1 en tête à M_2 en pied (MNm)
= 5 pour une excentricité du premier ordre quelconque dont on rentrera l'équation en ligne 870 du programme
= 6 pour un moment du premier ordre quelconque dont on rentrera l'équation en ligne 890 du programme

Ligne 6
(si Typex = 1 ou 2)

e_1
= excentricité constante (m) si Typex = 1
= excentricité en tête (m) si Typex = 2

Ligne 7
(si Typex = 2)

e_2
Excentricité en pied (m)

Ligne 8
(si Typex = 3)

p
Charge répartie transversale uniforme (MN/m)

Ligne 9
(si Typex = 4)

M_1
Moment en tête (MNm)

Ligne 10
(si Typex = 4)

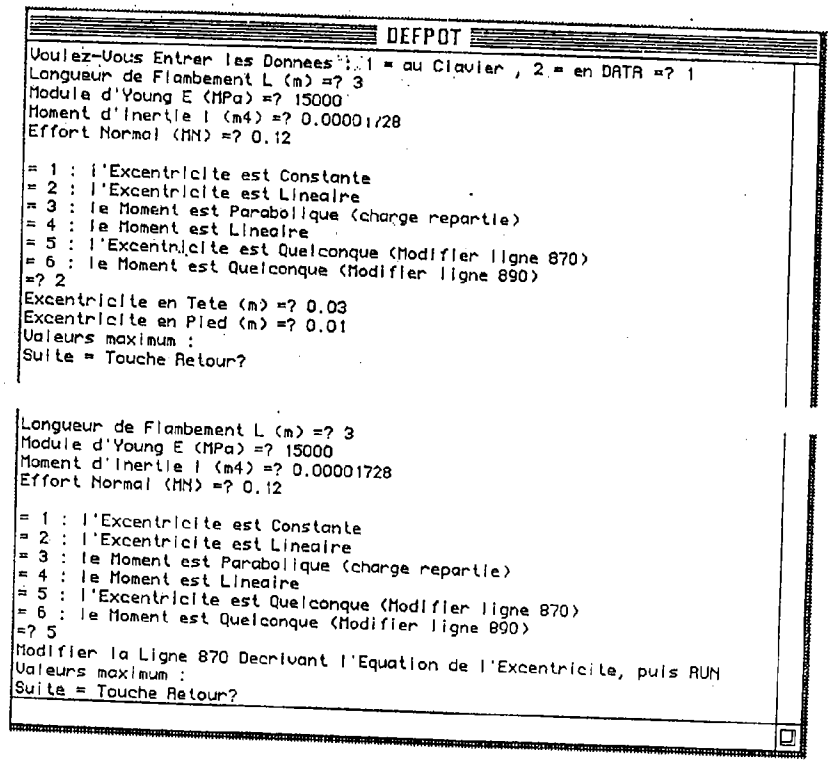
M_2
Moment en pied (MNm)

• **Exemple de données**

3	'longueur de flambement (m)
15000	'module d'Young (MPa)
1.728E-5	'moment d'inertie (m^4)
0.12	'charge (MN)
2	'excentricité linéaire

0.03	'valeur de l'excentricité en tête (m)
0.01	'valeur de l'excentricité en pied (m)
3	'longueur de flambement (m)
15000	'module d'Young (MPa)
1.728E-5	'moment d'inertie (m^4)
0.12	'charge (MN)
5	'charge répartie transversale uniforme (cas 5)
0.001	'valeur de cette charge (MN/m)

• **Données sur écran**


DEFPOT
Voulez-Vous Entrer les Donnees : 1 = au Clavier , 2 = en DATA =? 1
Longueur de Flambement L (m) =? 3
Module d'Young E (MPa) =? 15000
Moment d'Inertie I (m4) =? 0.00001728
Effort Normal (MN) =? 0.12
= 1 : l'Excentricite est Constante
= 2 : l'Excentricite est Lineaire
= 3 : le Moment est Parabolique (charge repartie)
= 4 : le Moment est Lineaire
= 5 : l'Excentricite est Quelconque (Modifier ligne 870)
= 6 : le Moment est Quelconque (Modifier ligne 890)
=? 2
Excentricite en Tete (m) =? 0.03
Excentricite en Pied (m) =? 0.01
Valeurs maximum :
Suite = Touche Retour?
Longueur de Flambement L (m) =? 3
Module d'Young E (MPa) =? 15000
Moment d'Inertie I (m4) =? 0.00001728
Effort Normal (MN) =? 0.12
= 1 : l'Excentricite est Constante
= 2 : l'Excentricite est Lineaire
= 3 : le Moment est Parabolique (charge repartie)
= 4 : le Moment est Lineaire
= 5 : l'Excentricite est Quelconque (Modifier ligne 870)
= 6 : le Moment est Quelconque (Modifier ligne 890)
=? 5
Modifier la Ligne 870 Decrivant l'Equation de l'Excentricite, puis RUN
Valeurs maximum :
Suite = Touche Retour?

• **Résultats**

```
======================================================================
Repetition des Donnees
----------------------
Longueur de Flambement L = 3.000 m
Module d'Young E = 15000 MPa
Moment d'Inertie I =  0.00001728 m4
Effort Normal =  0.1200 MN
L'Excentricite est Lineaire de 0.030 m en Tete a 0.010 m en Pied

Resultats
---------
No   Cote     Moment Tot.   Excentricite Totale
       m         MNm              mm
 0   0.000    -0.00360          0.0000
 1   0.300    -0.00417          6.7438
 2   0.600    -0.00457         12.0450
 3   0.900    -0.00477         15.7664
 4   1.200    -0.00478         17.8367
 5   1.500    -0.00459         18.2528
 6   1.800    -0.00421         17.0807
 7   2.100    -0.00365         14.4519
 8   2.400    -0.00295         10.5586
 9   2.700    -0.00212          5.6457
10   3.000    -0.00120          0.0000
Valeurs maximum :
     3.000    -0.00478         18.2528
======================================================================
Repetition des Donnees
----------------------
Longueur de Flambement L = 3.000 m
Module d'Young E = 15000 MPa
Moment d'Inertie I =  0.00001728 m4
Effort Normal =  0.1200 MN
L'Excentricite est donnee par la Ligne 870

Resultats
---------
No   Cote     Moment Tot.   Excentricite Totale
       m         MNm              mm
 0   0.000     0.00000          0.0000
 1   0.300    -0.00128          4.5158
 2   0.600    -0.00244          8.5896
 3   0.900    -0.00336         11.8226
 4   1.200    -0.00395         13.8983
 5   1.500    -0.00415         14.6136
 6   1.800    -0.00395         13.8983
 7   2.100    -0.00336         11.8226
 8   2.400    -0.00244          8.5895
 9   2.700    -0.00128          4.5157
10   3.000     0.00000         -0.0000
Valeurs maximum :
     3.000    -0.00415         14.6136
```


EXEMPLE 1 : Excentricité linéaire (Fig.8)

Pour les mêmes données que pour les exemples précédents, avec une excentricité $e_1 = 0{,}03$ m en tête et $e_2 = -0{,}01$ m en pied, on trouve avec le programme "DEFPOT", un moment maximal qui n'est pas à mi-hauteur du poteau, mais à la cote 1,2 m à partir du sommet et qui vaut $-0{,}00478$ MNm. La déformée est maximale à la cote 1,50 m et vaut 18,25 mm. Cependant, avec un pas de calcul de 100, on trouve :
— déformée maximale : 18,30 mm à $z = 1{,}44$ m
— moment maximal : $-0{,}0048$ MNM à $z = 1{,}05$ m.

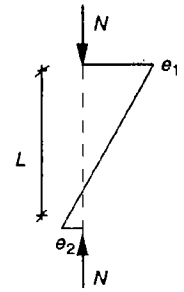


Fig. 8 — Excentricités de même signe

Remarque : Le BAEL, comme d'autres règlements étrangers (ACI 318-89 [9] ou EC2 [7] par exemple), permet de ramener un cas d'excentricité linéaire au cas d'excentricité constante en majorant l'excentricité. On prend alors 60 % de l'excentricité maximale en valeur absolue + 40 % de l'excentricité minimale en valeur absolue, sans descendre au-dessous de 60 % de la première. Ainsi, dans notre exemple, on aurait $e_0 = 0{,}6 \times 0{,}03 + 0{,}4 \times 0{,}01 = 0{,}022$ m. Le calcul avec une excentricité constante $e_0 = 0{,}022$ m donne $y_{max} = 20{,}08$ mm et $M_{max} = -0{,}00505$ MNm, valeurs supérieures à 18,30 et $-0{,}0048$ respectivement.

EXEMPLE 2 : Soit une excentricité sinusoïdale d'amplitude maximale 0,02 m avec les mêmes données que pour les exemples précédents. Le programme donne une déformée : $y_{max} = 14{,}61$ mm d'excentricité maximale, soit au total $20 + 14{,}61 = 34{,}61$ mm. On retrouve bien ces résultats par la méthode décrite ci-dessus avec :

$$K = \frac{NL^2}{\pi^2 EI} = \frac{0{,}12 \times 9}{\pi^2 \times 15\,000 \times 0{,}00001728} = 0{,}4222$$

$e_{0l} = \dfrac{e_0}{1 - K} = 0{,}03461$ m comme excentricité totale.

2.6. Charge limite que peut supporter un poteau compte tenu de la résistance du matériau constitutif

Compte tenu du moment total $M(x)$ calculé d'après (7) et de l'effort normal N, il faut vérifier la contrainte :

$$\sigma = \frac{N}{S} + \frac{M}{I/v} \leqslant \sigma_{lim}$$

ou encore :

$$\frac{N}{S}\left[1 + \frac{6y(x)}{h}\right] \leqslant \sigma_{lim} \qquad (13)$$

Or, l'effort normal intervient dans la valeur de la déformée $y(x)$.
Un défaut de rectitude du poteau correspond à une déformée initiale $y_0(x)$ que l'on peut représenter par un développement en série de sinus :

$$y_0(x) = a_1 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right) + a_2 \sin\left(2\frac{\pi x}{L}\right) + a_3 \sin\left(3\frac{\pi x}{L}\right) + \ldots a_n \sin\left(n\frac{\pi x}{L}\right) + \ldots$$

On démontre [13] que, sous l'action d'un effort de compression N, le moment s'écrit :

$$M = -N(y_0 + y) = -N \sum_{n=1}^{\infty} \frac{a_n}{1 - \frac{1}{n^2}\frac{N}{N_c}} \sin\frac{n\pi x}{L}$$

Lorsque N tend vers N_c, le coefficient de $\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$ tend vers l'infini, alors que les autres coefficients restent finis. On peut donc négliger les termes au-delà du premier : $a_2, a_3, .. a_n, \ldots$
Ce qui revient à supposer que la déformée initiale du poteau donne le même résultat qu'une déformée de la forme :

$$y_0 = e_0 \sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$$

Or, nous avons vu que, dans ce cas (en 2.3 ci-dessus), la déformée totale finale vaut d'après (6) :

$$y = \frac{e_0}{1 - K} \quad \text{avec} \quad K = \frac{NL^2}{\pi^2 EI}$$

L'équation (13) est donc du deuxième degré en N. La valeur de $N \leq N_c$, racine de cette équation représente donc la valeur maximum que peut supporter le poteau pour que la contrainte maximum de compression reste inférieure à la contrainte limite.

Posons : $\varepsilon = \frac{e_0}{h}$ $K = \frac{NL^2}{\pi^2 EI}$ $\sigma_0 = \frac{N}{S}$ $\alpha = \frac{L^2}{\pi^2 E i^2}$

avec i = rayon de giration $= \sqrt{\frac{I}{S}}$.

L'inéquation (13) s'écrit :

$$\alpha\sigma_0^2 - \sigma_0(1 + 6\varepsilon + \alpha\sigma_{lim}) + \sigma_{lim} \geq 0 \qquad (14)$$

dont la plus petite racine représente la contrainte maximale, hors effet de flambement, $\sigma_0 = \frac{N}{S}$ que peut supporter le poteau au flambement.

EXEMPLE :

Les mêmes données que précédemment avec $\sigma_{lim} = 30$ MPa.

On calcule :

$$i = \frac{L}{\sqrt{12}} = 0{,}03464 \text{ m} \qquad \alpha = \frac{9}{\pi^2 \times 15\,000\, i^2} = 0{,}05066 \qquad \varepsilon = \frac{0{,}02}{0{,}12} = 0{,}1667$$

$$\sigma_0 = \frac{3{,}5198 \pm 2{,}51194}{2 \times 0{,}05066} = 59{,}53 \text{ et } 9{,}947 \text{ MPa}$$

Alors que la contrainte critique d'Euler vaut :

$$\sigma_c = \frac{N_c}{S} = \frac{\pi^2 EI}{L^2} = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$$

avec l'élancement $\lambda = \frac{L}{i} = \frac{3}{0{,}03464} = 86{,}6$

d'où : $\sigma_c = 19{,}74$ MPa

On a bien : $\sigma_0 = 9{,}947 < \sigma_c = 19{,}74$ MPa

On peut alors tracer des courbes σ_0 en fonction de l'élancement λ
La courbe de la contrainte critique correspond au cas $\sigma_0 = \infty$ (éq. 14) ou bien encore au cas où l'excentricité originale est nulle. On a bien $\sigma_0 \leq \frac{1}{\alpha} = \sigma_c$.

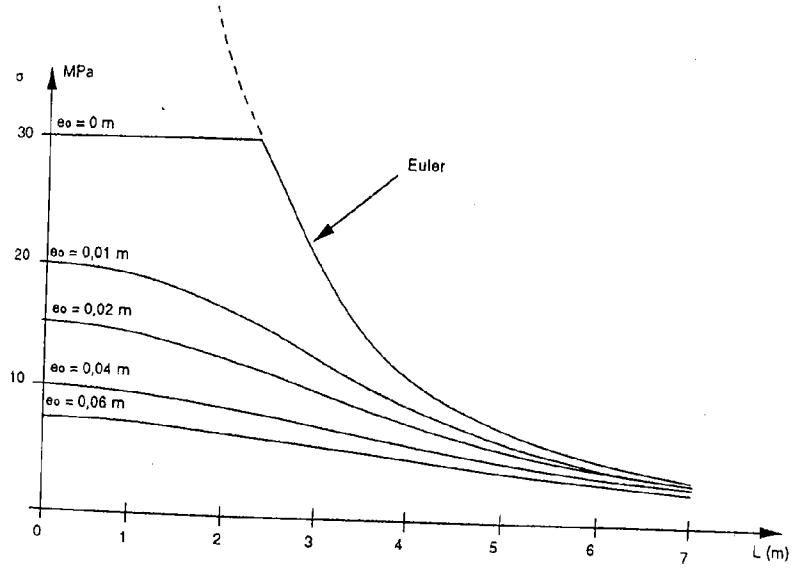


Fig. 9 — Contraintes critiques (poteau 0,12 x 0,12)

2.7. Calcul de la longueur de flambement

2.7.1. Poteau encastré à ses deux extrémités

Pour un encastrement parfait, on a, à l'abscisse x, un moment de la forme :

$M(x) = M_1 + (M_2 - M_1)\frac{x}{L}$ si M_1 et M_2 représentent les deux moments d'encastrement. L'équation différentielle (8) devient :

$$y'' + k^2 y = \frac{M}{EI} + \frac{(M_2 - M_1)x}{LEI}$$

La solution de cette équation différentielle est : $y = A\cos kx + B\sin kx + Cx + D$. Les conditions aux limites, à savoir flèches et rotations nulles aux deux extrémités, permettent de calculer les constantes. En posant $u = kL$, on trouve :

$A + D = 0$	pour $y(0) = 0$
$Bu + CL = 0$	pour $y'(0) = 0$
$A\cos u + B\sin u + CL + D = 0$	pour $y(L) = 0$
$-Au\sin u + Bu\cos u + CL = 0$	pour $y'(L) = 0$

En éliminant C et D , il vient :

$$A(1 - \cos u) + B(u - \sin u) = 0$$
$$A\sin u + B(1 - \cos u) = 0$$

On ne peut trouver de valeur pour A et B non simultanément nulles que si le déterminant des deux équations sans constantes est nul, soit si $2(1 - \cos u) - u\sin u = 0$.
La plus petite valeur de $u = kL$ racine de cette équation est $u = kL = 2\pi$, soit $k = \sqrt{\frac{N}{EI}}$ et $N_c = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$, c'est-à-dire quatre fois la valeur de la force critique d'un poteau bi-articulé.
On peut retrouver cette valeur en examinant la déformée constituée de quatre quarts de sinusoïde (Fig. 10) avec deux points de moment nul (points d'inflexion) au $\frac{1}{4}$ et au $\frac{3}{4}$ de la longueur du poteau.

La distance entre les deux points d'inflexion de la déformée est égale à $\frac{L}{2}$. Ces deux points d'inflexion délimitent un poteau fictif de longueur $L_f = \frac{L}{2}$. On a coutume de dire que le poteau parfaitement encastré se calcule comme un poteau bi-articulé de longueur de flambement $\frac{L}{2}$.

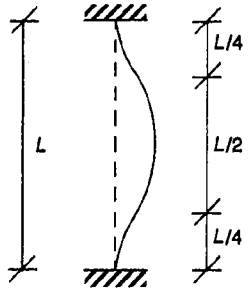


Fig. 10 — Poteau bi-encastré

2.7.2. Poteau encastré à la base, libre en tête

Le poteau a une longueur L (Fig. 11).

Considérons le poteau fictif de longueur 2 L obtenu par symétrie par rapport à la base.

Ce poteau est bi-articulé, puisque les moments sont nuls aux deux extrémités. Dans un repère lié aux points A et C, on est ramené au cas du poteau bi-articulé. La force critique de flambement vaut donc :

$$\frac{\pi^2 EI}{(2L)^2} = \frac{\pi^2 EI}{4L^2} \quad \text{et} \quad L_f = 2L$$

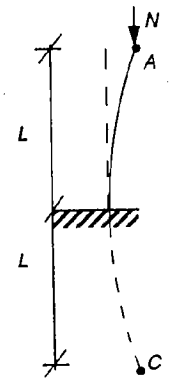


Fig. 11 — Poteau encastré à la base et libre en tête

2.7.3. Poteau encastré en pied et articulé sans déplacement en tête

La déformée présente un point d'inflexion au point I, donc un moment nul (Fig. 12). On peut alors considérer la longueur de flambement comme étant celle d'un poteau bi-articulé de longueur OI.

L'équation différentielle (8) s'écrit :

$$y'' + k^2 y = \frac{M_1 x}{EI}$$

L'intégrale générale est de la forme :

$$y = A\cos kx + B\sin kx + Cx$$

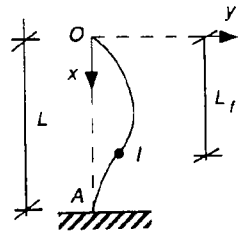


Fig. 12 — Poteau encastré en pied, articulé en tête

Les conditions aux limites donnent les valeurs des trois constantes :

$A = 0$	pour $y(0) = 0$
$B\sin u + CL = 0$	pour $y(L) = 0$
$Bu\cos u + CL = 0$	pour $y'(L) = 0$

Il ne peut y avoir de solution pour A, B et C que si le déterminant des deux dernières équations est nul, soit : $\sin u - u\cos u = 0$.

La plus petite racine non nulle de $\mathrm{tg}\, u = u$ vaut $u = kL = 4{,}49340946 = 1{,}4302965\,\pi$

ce qui donne une force critique de flambement :

$$N_c = k^2 EI = \frac{(1{,}4302965\,\pi)^2 EI}{L^2} = \frac{2{,}0457485\,\pi^2 EI}{L^2}$$

c'est-à-dire la même que pour un poteau bi-articulé de longueur :

$$L_f = \frac{L}{1{,}4302965} = 0{,}69916\,L$$

On retient que la longueur de flambement vaut $L_f = 0{,}7\,L$.

2.7.4. *Poteau bi-encastré à nœuds déplaçables*

On admet, par raison de symétrie, une déformée composée de deux demi-sinusoïdes, dont le point d'inflexion est à mi-hauteur (Fig. 13). On peut donc considérer deux demi-poteaux encastrés à une extrémité et articulé à l'autre.

On est ramené au cas du 2.7.2 avec :

$$L_f = 2 \times \frac{L}{2} = L$$

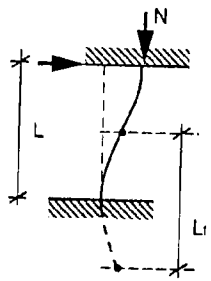


Fig. 13 — Poteau bi-encastré à nœuds déplaçables

2.7.5. *Poteau de portique avec encastrement partiel (rotations non nulles avec ou sans déplacement horizontal en tête)*

La solution de l'équation différentielle (8) devient un peu plus compliquée. Dans la pratique, on pourra utiliser, au choix (les résultats sont pratiquement les mêmes) :

— les abaques à alignements de Jackson et Moreland (p.140 de [14], p.121 de [9] ou [7]) qui donnent le rapport $\frac{L_f}{L}$ pour des poteaux à nœuds fixes (ce rapport varie de 0,5 à 1) ou pour des poteaux à noeuds déplaçables (le rapport varie de 1 à l'infini) ;

— les formules de l'article 5.13 des Règles CM 66 [10] avec :

$K_{cs} = \sum \left(\frac{I}{L}\right)$ du poteau calculé et des poteaux supérieurs ;

$K_{ci} = \sum \left(\frac{I}{L}\right)$ du poteau calculé et des poteaux inférieurs ;

$K_{bs} = \sum \left(\frac{I}{L}\right)$ du poteau calculé et des poutres arrivant en tête de poteau ;

$K_{bi} = \sum \left(\frac{I}{L}\right)$ du poteau calculé et des poutres arrivant en pied de poteau.

On calcule ensuite :

$$K_A = \frac{k_{bi}}{k_{ci} + k_{bi}} \qquad K_B = \frac{k_{bs}}{k_{cs} + k_{bs}}$$

Pour un poteau à extrémités fixes (nœuds non déplaçables), on a :

$$\frac{L_f}{L} = \frac{3 - 1{,}6(K_A + K_B) + 0{,}84\,K_A K_B}{3 - (K_A + K_B) + 0{,}28\,K_A K_B} \qquad (15)$$

Pour un poteau à extrémité supérieure déplaçable, on a :

$$\frac{L_f}{L} = \sqrt{\frac{1{,}6 - 2{,}4(K_A + K_B) + 1{,}1\,K_A K_B}{K_A + K_B + 5{,}5\,K_A K_B}} \qquad (16)$$

EXEMPLE 1 : Poteau bi-encastré : $K_{bi} = K_{bs} = \infty$, soit $K_A = 1$ et $K_B = 1$

à nœuds fixes : $\frac{L_f}{L} = 0{,}5$

à nœuds déplaçables : $\frac{L_f}{L} = 1$

EXEMPLE 2 : Poteau encastré en pied, articulé en tête,

à nœuds fixes : $K_A = 1$ et $K_B = 0$ d'où $\frac{L_f}{L} = \frac{1{,}4}{2} = 0{,}7$

à nœuds déplaçables : $\frac{L_f}{L} = 2$

On retrouve bien les valeurs démontrées dans les paragraphes précédents.

Programme "LONGFLAMB" *

Programme de calcul de la longueur de flambement de poteaux rectangulaires ou circulaires suivant la méthode exposée dans les Règles CM 66, article 5.13.

Les données peuvent être entrées au clavier ou sous forme de DATA en fin de programme

1ère Ligne **Inde**
Inde = 0 si le poteau calculé a ses deux extrémités fixes
= 1 dans le cas contraire

2e Ligne b_1, h_1, L_1
b_1 = épaisseur (m) de la poutre supérieure gauche
h_1 = hauteur (m) de la poutre supérieure gauche
L_1 = longueur (m) de la poutre supérieure gauche

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

3e Ligne — b_2, h_2, L_2
Idem pour la poutre supérieure droite

4e Ligne — b_3, h_3, L_3 ou (Phi_3, L_3, 0 si poteau circulaire)
b_3 = épaisseur (m) du poteau supérieur perpendiculairement au plan de flambement
h_3 = largeur (m) du poteau dans le plan de flambement étudié
L_3 = hauteur (m) du poteau, par exemple de dessus de plancher à dessus de plancher
Phi_3 = diamètre (m) du poteau supérieur, s'il est circulaire

5e Ligne — b_4, h_4, L_4 ou (Phi_4, L_4, 0 si poteau circulaire)
b_4 = épaisseur (m) du poteau étudié perpendiculairement au plan de flambement
h_4 = largeur (m) du poteau étudié dans le plan de flambement étudié
L_4 = hauteur (m) du poteau étudié, par exemple de dessus de plancher à dessus de plancher
Phi_4 = diamètre (m) du poteau étudié, s'il est circulaire

6e Ligne — b_5, h_5, L_5
b_5 = épaisseur de la poutre inférieure gauche (m)
h_5 = hauteur de la poutre inférieure gauche (m)
L_5 = longueur de la poutre inférieure gauche (m)

7e Ligne — b_6, h_6, L_6
Idem pour la poutre inférieure droite

8e Ligne — b_7, h_7, L_7 ou (Phi_7, L_7, 0 si poteau circulaire)
b_7 = épaisseur (m) du poteau inférieur perpendiculairement au plan de flambement
h_7 = largeur (m) du poteau inférieur dans le plan de flambement étudié
L_7 = hauteur (m) du poteau inférieur, par exemple de dessus de plancher à dessus de plancher
Phi_7 = diamètre (m) du poteau inférieur pour un poteau circulaire

• Exemple. Données

0	'poteau à extrémités fixes
0.3 0.5 5.5	'*b*, *h*, L de la poutre supérieure gauche
0 0 0	'*b*, *h*, L de la poutre supérieure droite
0.5 3.1 0	'*Phi* et L du poteau supérieur
0.5 0.5 3.55	'*b*, *h*, L du poteau étudié

0.3 0.5 5.5	'*b*, *h*, L de la poutre inférieure gauche
0.3 0.5 4	'*b*, *h*, L de la poutre inférieure droite
0.5 0.5 2.8	'*b*, *h*, L du poteau inférieur

• Données à l'écran

```
                    LONGFLAMB
Voulez-Vous Entrer les Donnees : 1 = au Clavier , 2 = en DATA : =? 1
Poteau a Noeuds Fixes : Oui=0, Non=1 =? 0
b , h , L de la Poutre Superieure Gauche (m) =? 0.3 0.5 5.5
b , h , L de la Poutre Superieure Droite (m) =? 0 0 0
b , h , L ( ou Phi, L si Circulaire) du Poteau Superieur  (m)      =? 0.5 3.1
b , h , L ( ou Phi, L si Circulaire) du Poteau Etudie  (m)       =? 0.5 0.5 3.55
b , h , L de la Poutre Inferieure Gauche (m) =? 0.3 0.5 5.5
b , h , L de la Poutre Inferieure Droite (m) =? 0.3 0.5 4
b , h , L ( ou Phi, L si Circulaire) du Poteau Inferieur  (m)     =? 0.5 0.5 2.8
Voulez-Vous Calculer un Autre Poteau: 1=Oui , 2=Non :=? 2
```

• Résultats

```
Repetition des Donnees
----------------------

                  |     |
                  |  Da |
                  /-----/  L=3.100
                  |0.500|
                  |     |
  L= 5.500        |     |
--/-------        |     |-------------/--
  |               |     |             |
  |h=0.500        |     |             |
  |               |     |             |
--/-------        |     |             |
  b=0.300         |     |             |
                  |     |             |
                  |  h= |             |
                  /-----/  b=0.500    |  L=3.550
                  |0.500|             |
                  |     |             |
                  |     |             |
                  |     |             |
                  |     |             |
                  |     |             |
                  |     |             |
  L= 5.500        |     |  L= 4.000   |
--/-------        |     |--/----------/--
  |               |     |  |          |
  |h=0.500        |     |  |h=0.500   |
  |               |     |  |          |
--/-------        |     |--/--        |
  b=0.300         |     |  b=0.300    |
                  |     |             |
                  |     |             |
                  |  h= |  b=0.500    |
                  /-----/  L=2.800    |
                  |0.500|             |
                  |     |             |

Resultats
---------

Coefficient de Flambement =  0.8996
Longueur du Poteau        =  3.550 m
Longueur de Flambement    =  3.194 m
```

2.7.6. *Méthode pratique de calcul des longueurs de flambement des poteaux en béton armé de bâtiments*

A défaut d'être dans un des cas idéaux de conditions aux extrémités vus ci-dessus et en utilisant une méthode plus rapide que celle du 2.7.5, on pourra retenir les valeurs suivantes, valables pour des poteaux à nœuds non déplaçables (c'est-à-dire lorsque la structure est contreventée par ailleurs par des éléments rigides : voiles, triangulations, ...), et figurant dans l'article B.8.3.3 du BAEL 91 [11] :

— $L_f = 0{,}7\ L$ lorsque les raideurs ($\Sigma I/L$) des poutres traversantes en tête et en pied sont au moins égales à celle du poteau étudié, ou bien si le poteau est encastré dans un massif de fondation ;

— $L_f = L$ dans les autres cas.

EXEMPLE (Fig.14) :

Soit un poteau en béton armé de 0,20 m × 0,20 m, de 4,5 m de longueur, soumis à une charge centrée de 0,33 MN et armé de 4 HA 8. Il est prolongé au-dessus et au-dessous par un poteau de mêmes dimensions.

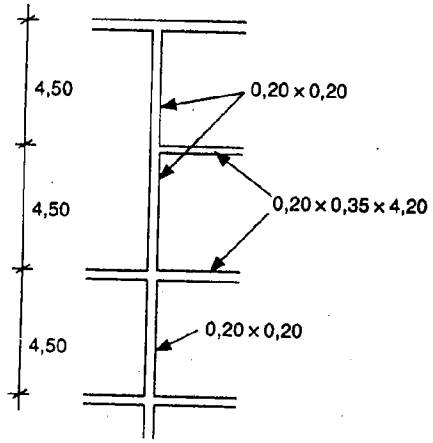


Fig. 14 — Exemple de poteau de bâtiment

Encastré dans une poutre en tête non traversante, on n'est pas dans les conditions du cas du BAEL, vues ci-dessus, permettant de prendre une longueur de flambement de 0,7 L. On devra retenir $L_f = L = 3$ m.

Un calcul plus précis, d'après la formule (15) permet de réduire cette valeur forfaitaire.

Raideurs de la poutre supérieure de portée 4,20 m : $\dfrac{0{,}2 \times 0{,}35^3}{12 \times 4{,}2} = 170{,}1$

Raideurs des poutres inférieures de portée 4,20 m : $\dfrac{2 \times 0{,}2 \times 0{,}35^3}{12 \times 4{,}2} = 340{,}3$

Raideurs de chaque poteau : $\dfrac{0{,}2 \times 0{,}2^3}{12 \times 4{,}5} = 29{,}6$

$$K_A = \frac{k_{bi}}{k_{ci} + k_{bi}} = \frac{340{,}3}{340{,}3 + 29{,}6} = 0{,}92$$

$$K_B = \frac{k_{bs}}{k_{cs} + k_{bs}} = \frac{170{,}1}{170{,}1 + 29{,}6} = 0{,}852$$

Pour un poteau à extrémités fixes (nœuds non déplaçables), on a :

$$\frac{L_f}{L} = \frac{3 - 1{,}6(K_A + K_B) + 0{,}84 K_A K_B}{3 - (K_A + K_B) + 0{,}28 K_A K_B} = 0{,}569$$

soit : $L_f = 0{,}569 \times 4{,}5 = 2{,}56$ m.

L'élancement vaut : $\lambda = \dfrac{L_f}{i} = 2{,}56 \dfrac{\sqrt{12}}{0{,}2} = 44{,}3$ au lieu de $4{,}5 \dfrac{\sqrt{12}}{0{,}2} = 77{,}9$ pour une longueur de flambement égale à L.

Ainsi, la valeur forfaitaire nous aurait fait sortir du champ d'application de la méthode simplifiée du BAEL qui est valable jusqu'à un élancement de 70 et nous aurait obligé à utiliser une méthode plus compliquée prenant en compte les effets du deuxième ordre.

2.7.8. *Méthode approchée de détermination de l'effort critique de flambement*

Considérons un poteau [1] où le point le plus sollicité à la flexion due au flambement a lieu à mi-hauteur (Fig.15) ; ce qui se traduit, à l'état-limite ultime, à une articulation.

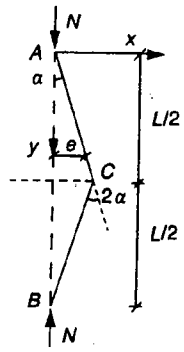


Fig. 15 — Exemple de poteau avec rotule plastique à mi-hauteur

Le moment maximal vaut $M = Ne$ avec $e = \alpha\frac{L}{2}$ pour un angle d'inclinaison α, soit $M = N\alpha\frac{L}{2}$. Si l'on suppose que la rigidité à la flexion du poteau est concentrée en C, la variation de rotation par unité de longueur du poteau $\frac{d\omega}{dx}$:

— est nulle de A à C exclus, et de C exclus à B ;

— vaut : $2\frac{\alpha}{L} + 2\frac{\alpha}{L} = 4\frac{\alpha}{L}$ en C.

La rotation par unité de longueur $y'' = \frac{d\omega}{dx} = \frac{M}{EI}$ s'écrit :

$$\frac{4\alpha}{L} = \frac{N\alpha L}{2EI} \quad \text{d'où :} \quad N = \frac{8EI}{L^2}$$

Le coefficient trouvé par la méthode de la sinusoïde valait $\pi^2 = 9{,}87$ (à 23 % près). Une modélisation avec cinq tronçons au lieu de deux aboutit à un coefficent de 9,55 (à 3 % près de la valeur exacte).

3. LE FLAMBEMENT EN BÉTON ARMÉ

Un poteau en béton armé a un comportement différent de celui d'un poteau en matériau homogène (acier par exemple) du fait de :

— la non-résistance à la traction du béton pour les parties soumises à une flexion composée partiellement tendue qui diminue la résistance de la section et donc son moment d'inertie. Celui-ci est variable, alors que toutes les théories exposées ci-dessus supposaient une inertie constante sur toute la longueur du poteau ;

— du phénomène de fluage qui diminue la résistance du poteau sous charges de longues durée (il en est de même pour les poteaux en bois).

La prise en compte dans les calculs de tous ces paramètres est impossible. Il a fallu, au regard des résultats expérimentaux, élaborer une méthode de calcul applicable aux cas courants.

3.1. Poteaux bi-articulés à excentricité inposée constante e_1 (méthode Faessel)

3.1.1. Hypothèses

L'excentricité du premier ordre est la somme de deux termes :

— l'excentricité de flexion due aux charges extérieures (y compris le poids propre) ;
— une excentricité additionnelle due aux imperfections géométriques du poteau. Le BAEL préconise de prendre la plus grande des deux valeurs : 2 cm ou le 250e de la longueur du poteau.

Le poteau est étudié dans la section médiane (à mi-hauteur), la plus sollicitée pour notre exemple, par raison de symétrie. La déformée d'équilibre est supposée être une sinusoïde. Les matériaux sont supposés avoir un comportement élasto-plastique :

• Béton

La contrainte de calcul du béton est fixée égale à $\sigma_u = \frac{0{,}85\,f_{c28}}{\gamma_b}$.

Le racourcissement ultime ε_u tient compte du fluage :

$$\varepsilon_u = \varepsilon_{u0}(1 + \varnothing\,\alpha)$$

avec :

$\varnothing$ = coefficient de fluage que l'on peut prendre égal à 2 en général.

Ce coefficient de fluage peut être calculé par la formule suivante (BPEL 91, annexe 1, article 4.2.2) :

$\varnothing = k_s[k_e + k_c k(t_1)]$

avec : $k_s = \frac{1}{1 + 20\rho_S}$

$\rho_S = \frac{A_S}{S}$

A_S = section d'acier longitudinal
S = section droite du poteau
$k_e = 0{,}4$

$k_c = \frac{120 - \rho_h}{30} + \frac{2}{3}\frac{100 - \rho_h}{20 + r_m}$

ρ_h = taux d'humidité relative, 100 dans l'eau, 55 dans le quart Sud-Est de la France, 70 dans les autres régions

r_m = rayon moyen de la section en cm = aire exposée à l'air / périmètre

$k(t_1)$ = coefficient de durcissement du béton à l'âge t_1 de la mise en charge (en jours) :

$k(t_1) = \frac{100}{100 + t_1}$

Pour des chargements à des dates différentes, on peut multiplier $\varnothing$ par la fonction de temps :

$$f(t - t_1) = \frac{\sqrt{t - t_1}}{\sqrt{t - t_1} + 5\sqrt{r_m}}$$

$t - t_1$ représente la durée d'application de la charge. Pour $t = \infty$, on retrouve bien la valeur 1.

$\alpha = \frac{M_G}{M_G + M_Q}$ = rapport du moment du premier ordre dû aux charges de longue durée sur le moment dû aux charges totales non pondérées, qui varie de 1 pour des charges variables nulles à 0 pour des charges de longue durée nulles.

Le diagramme contrainte-déformation peut-être une parabole-rectangle (Fig. 16), une parabole seule (Fig. 17), le diagramme de Sargin (BPEL 91, annexe 1, article 2.2.2), ou celui de Desayi-Krisnan (courbes voisines de celle de la figure 17).

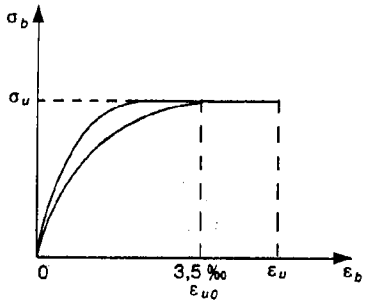


Fig. 16 — Diagramme parabole-rectangle

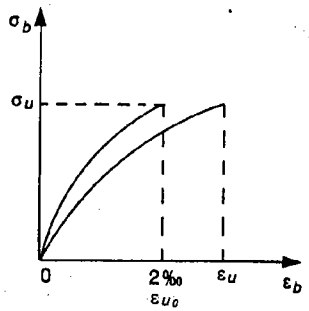


Fig. 17 — Diagramme parabolique

• Equations des courbes contrainte-déformation du béton

Posons $t = \dfrac{\varepsilon}{\varepsilon_u}$ et $s = \dfrac{\sigma}{\sigma_u}$

— diagramme parabole-rectangle : $s = t(2 - t)$ pour $t < \dfrac{4\varepsilon_u}{7}$

$s = 1$ pour $t > \dfrac{4\varepsilon_u}{7}$

— diagramme parabolique : $s = t(2 - t)$

— diagramme Desayi-Krisnan : ([11], annexe E7) $s = \dfrac{2t}{1 + t_2}$

— diagramme de Sargin ([27], annexe 1) $s = \dfrac{kt + (k' - 1)t^2}{1 + (k - 2)t + k't^2}$

avec :

$k = E_{ij} \dfrac{\varepsilon_u}{f_{c28}}$

$k' = k - 1$ pour $f_{c28} \leqslant 30$ MPa

$k' = 0$ pour $f_{c28} \geqslant 50$ MPa

$k' = (k - 1) \dfrac{55 - f_{c28}}{25}$

pour $30 < f_{c28} < 50$ MPa

$E_{ij} = 11\,000 \sqrt[3]{f_{c28}}$

• Courbe contrainte-déformation de l'acier (Fig. 18)

E_s = module d'Young de l'acier = 200 000 MPa

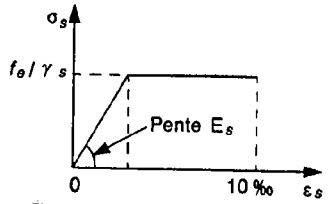


Fig. 18 — Contrainte-déformation de l'acier

• Étude de la section médiane

Considérons une droite de déformation représentée par le couple de paramètres (ε_{sup}, ε_{inf}) ou plutôt (ε_m, ε_n) (Fig. 19).

Pour tout couple, on peut calculer :
— les sollicitations résistantes N_R et M_R,
— la déformée e_2 à mi-hauteur correspondante.

La courbure de la déformée vaut : $\dfrac{1}{r} = \dfrac{2\varepsilon_m}{h}$ (17)

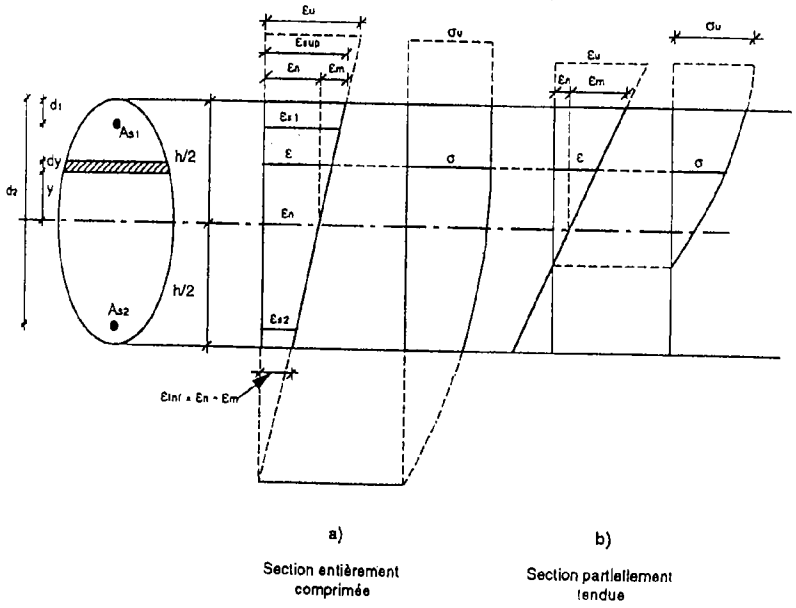


Fig. 19 — Contraintes et déformations

Exprimons la valeur de l'effort normal résistant N_R et du moment résistant M_R en fonction du paramètre $t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_u}$

Béton :

$$dN_c = b\,dy\,\sigma \quad (18)$$

$$dM_c = y\,dN_c \quad (19)$$

Acier :

$$\sum dN_{si} = \sum A_{si}\sigma_s(\varepsilon_{si}) \quad (20)$$

$$\sum dM_{si} = \sum dN_{si}\left(\frac{h}{2} - d_i\right) \quad (21)$$

Total :

$$N_R = \int_{t_1}^{t_2} dN_c + \sum dN_{si} \quad (22)$$

$$M_R = \int_{t_1}^{t_2} dM_c + \sum dM_{si} \quad (23)$$

La courbure : $\frac{1}{r} = y'' = \frac{M}{EI} = \frac{Ny}{EI}$ d'où : $y = \frac{1}{r}\frac{EI}{N}$.

L'excentricité dite du deuxième ordre e_2 correspond à la déformée maximale de la sinusoïde (voir à l'article 4 ci-dessus) pour $\sin(kx) = \sin\left(\frac{kL}{2}\right) = 1$ soit : $kL = \pi$

ou encore comme $k = \sqrt{\frac{N}{EI}} = \frac{\pi}{L}$ et $\frac{EI}{N} = \frac{L^2}{\pi^2}$

On trouve alors : $e^2 = y = \frac{1}{r}\frac{EI}{N} = \frac{1}{r}\frac{L^2}{\pi^2}$ soit : $\boxed{e_2 = \frac{1}{r}\frac{L^2}{\pi^2}}$ (24)

Remplaçons $\frac{1}{r}$ tiré de (17), on obtient : $e_2 = \frac{2\varepsilon_m}{h}\frac{L^2}{\pi^2}$ (25)

L'excentricité "résistante" correspondant au moment résistant vaut $e_R = M_R/N_R$.
L'excentricité "agissante" vaut : $e_S = e_0 + e_a + e_2$ en considérant la flexion de flambement comme une sollicitation agissante.

Ainsi, pour un effort normal donné $N = N_R$ que nous supposons égal à N_S (S pour sollicitant), on peut tracer les courbes moment-courbure, on a, à la constante N près, les courbes excentricité-courbure (Fig. 20) :

— une droite pour $e_S = \frac{M_S}{N_s}$

— une courbe à concavité vers le bas pour $e_R = \frac{M_R}{N_R}$.

Suivant la valeur de $N = N_R = N_S$, plusieurs cas peuvent se présenter :

a) — les courbes e_R et e_S n'ont pas de points d'intersection,
b) — les courbes e_R et e_S ont deux points d'intersection : A et B
c) — les deux courbes e_R et e_S ont un point d'intersection : A, le point B n'existe pas.

Cas a : courbe (1)

Pour déterminer les deux paramètres ε_n et ε_m, il nous faut deux conditions. La première est l'égalité des efforts normaux :

$$N = N_R = N_S = N_u = \text{effort normal ultime imposé.}$$

Mais dans ce cas, il ne peut y avoir égalité des moments, car $e_R < e_S$, donc $M_R < M_S$. Quelle que soit la courbure $\frac{1}{r}$ le poteau ne peut supporter l'effort normal ultime imposé N_u.

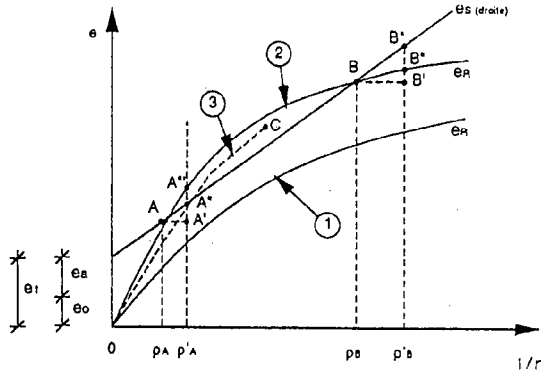


Fig. 20 — Courbes excentricité-courbure

Cas b : courbe (2), **étude du point d'équilibre A**

Si on accroît la courbure (de ρ_A à ρ'_A), l'excentricité "résistante", et donc le moment "résistant" puisque nous sommes à effort normal constant, augmente plus vite que le moment agissant, puisque A''' est au-dessus de A''. L'équilibre en A est stable.

Etude du point d'équilibre B. Si l'on augmente la courbure, de ρ_B à ρ'_B, le moment agissant Ne_S est supérieur au moment résistant Ne_R (car B''' est au-dessus de B''). L'équilibre est instable.

Cas c : courbe (3)

La résistance de la section peut ne pas autoriser de courbure supérieure à celle du point C. On a un seul point d'équilibre qui est un équilibre stable.

Pour trouver la solution, nous rechercherons, parmi toutes les courbes e_R qui coupent ou sont tangentes à la courbe e_S, celle qui correspond à la plus grande valeur de l'effort normal.

Dans la pratique :
— pour tout ε_m donné, on recherche la valeur de ε_n qui assure le respect de l'équation $e_S = e_R$, soit :

$$\frac{M_R}{N_R} = e_0 + e_a + e_2 = \frac{M_u}{N_u} + \text{Max}\left[\frac{L}{200}\,;\,0{,}02\text{ m}\right] + \frac{2\varepsilon_m L^2}{h\pi^2}$$

On trouve ainsi une valeur $N_R(\varepsilon_m)$.

On recherche ensuite la valeur maximale des $N_R(\varepsilon_n)$.

Si $N_u < N_{R\,max}$, le poteau peut supporter les sollicitations imposées M_u et N_u. Sinon, il convient d'augmenter la section d'acier et/ou celle du béton du poteau.

3.2. Application au poteau rectangulaire

L'étude des quatre diagrammes contrainte-déformation conseillés (pour la signification de s et t, voir en 1-a ci-dessus) donne les résultats suivants (Fig. 21).

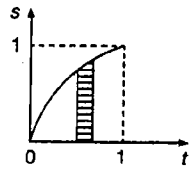


Fig. 21 — Courbe contrainte-déformation relative

Courbe	Equation $s = f(t)$	Valeur à l'abscisse 0,5	Aire sous la courbe $A = \int s\,dt$, à l'abscisse t	1	Moment statique de l'aire A par rapport à O $= \int ts\,dt$, à l'abscisse t	1	Abscisse du centre de gravité de l'aire A
1 Parabole-rectangle si $t < \frac{4}{7}$	$\frac{7t}{2} - \frac{49t^2}{16}$	0,984	$\frac{7t^2}{4} - \frac{49t^3}{48}$	0,8095	$\frac{7t^3}{6} - \frac{49t^4}{64}$	0,4728	0,5841
si $t > \frac{4}{7}$	1		$t - \frac{4}{21}$		$\frac{t^2}{2} - \frac{4}{147}$		
2 Parabole	$2t - t^2$	0,750	$t^2 - \frac{t^3}{3}$	0,667	$\frac{2t^3}{3} - \frac{t^4}{4}$	0,4167	0,6250
3 Desayi-Krisnan	$\frac{2t}{1+t^2}$	0,800	Log $(1+t^2)$	0,693	$2(t - \text{Arctg}\,t)$	0,4292	0,6193
4 Sargin exemple pour $f_{c28} = 25$MPa et $\varepsilon_{su} = 2$ ‰	$\frac{2{,}573\,t + 0{,}573\,t^2}{1 + 0{,}573\,t + 1{,}573\,t^2}$	0,851	Difficile à intégrer	0,731	Difficile à intégrer	0,4428	0,6055

EXEMPLE :

Avec le diagramme Desayi-Krisnan :

$$s = \frac{\sigma}{\sigma_u} = \frac{2t}{1+t^2} \quad \text{avec} \quad t = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_n}$$

Exprimons σ en fonction de t, ε_n et ε_m :

$$\sigma = \frac{2t\sigma_u}{1+t^2}$$

$$\varepsilon = \varepsilon_n + 2\varepsilon_m \frac{y}{h} \qquad \text{(Fig. 19)}$$

d'où : $y = \frac{\varepsilon - \varepsilon_n}{2\varepsilon_m} h = \frac{t\varepsilon_u - \varepsilon_n}{2\varepsilon_m} h$ et $dy = \frac{h\varepsilon_u dt}{2\varepsilon_m}$

et (18)

$$dN_c = bh \frac{\varepsilon - \varepsilon_n}{2\varepsilon_m} dy = \frac{bh}{2\varepsilon_m} [t\varepsilon_u - \varepsilon_n] \frac{h\varepsilon_u dt}{2\varepsilon_m}$$

$$dN_c = b\sigma dy = b \frac{2t\sigma_u}{1+t^2} \frac{h\varepsilon_u}{2\varepsilon_m} dt = \frac{bh\sigma_u\varepsilon_u}{2\varepsilon_m} \frac{2t}{1+t^2} dt$$

qui s'intègre en :

$$N_c = \int_{t_1}^{t_2} dN_c = \frac{bh\sigma_u\varepsilon_u}{2\varepsilon_m} [\text{Log}(1+t^2)]_{t_1}^{t_2}$$

Les bornes valent :

$$t_1 = \frac{\varepsilon_n + \varepsilon_m}{\varepsilon_u} \qquad \text{(Fig. 19)}$$

$$t_2 = \frac{\varepsilon_n - \varepsilon_m}{\varepsilon_u} \qquad \text{(Fig. 19a)}$$

ou $t_2 = 0$ (Fig. 19b, où la traction n'est pas prise en compte)

et le moment :

$$\int dM_c = \int y dN_c = \int_{t_1}^{t_2} \frac{t\varepsilon_u - \varepsilon_n}{2\varepsilon_m} dt$$

que l'on intègre en :

$$M_c = \int_{t_1}^{t_2} dM_c = \frac{bh^2\sigma_u\varepsilon_u^2}{2\varepsilon_m^2} \left\{ \left[t - \text{Arctg}\,t \right]_{t_1}^{t_2} - \frac{\varepsilon_n}{2\varepsilon_u} \left[\text{Log}(1+t^2) \right]_{t_1}^{t_2} \right\}$$

Pour les aciers, la contrainte $\sigma_{si} = \sigma(\varepsilon_{si})$ vaut :

$$\sigma_{si} = E\varepsilon_{si} \quad \text{si} \quad \varepsilon_{si} \leqslant \frac{f_e}{\gamma_s E_s}$$

$$\sigma_{si} = \frac{f_e}{\gamma_s} \quad \text{si} \quad \varepsilon_{si} > \frac{f_e}{\gamma_s E_s}$$

avec $\varepsilon_{si} = \varepsilon_{sn} + \varepsilon_{sm}\left(1 - 2\frac{di}{h}\right)$.

Pour la suite des calculs, on est obligé de recourir à un programme de calcul sur ordinateur (programme "PELQ") avec deux boucles imbriquées, en faisant varier les déformations ε_{sup} et ε_{inf}, et en respectant les limites du diagramme des trois pivots en haut et en bas de la section (Fig. 22).

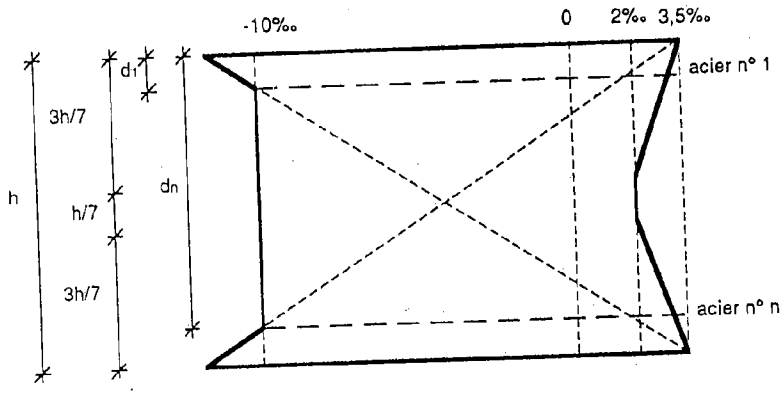


Fig. 22 — Limites du diagramme des trois pivots

3.3. Programme "PELQ" * - Programme de flambement de poteau de section quelconque

Calcul de la force portante en ELU d'un poteau rectangulaire, circulaire ou de section quelconque (la section est alors décomposée en une superposition de trapèzes).

Le poteau doit avoir un plan de symétrie contenant l'excentricité de flambement. Pour un poteau carré, ne pas oublier de vérifier le flambement suivant la diagonale (la section est alors décomposée en deux triangles superposés).

Pour un poteau dissymétrique, il convient de faire un passage dans les deux sens de la même direction. Par exemple pour un poteau en Té, faire deux passages avec le Té droit et le Té renversé à 180°. Par contre, on ne peut utiliser le programme pour une vérification au flambement suivant une excentricité perpendiculaire à l'axe du Té (Té renversé à 90°).

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

3.3.1. *Données. Mode d'emploi*

1ère Ligne

Saisie
= 1 pour une saisie des données sur le clavier
= 2 pour une lecture des données en DATA en fin de programme

2e Ligne

Résul
= 1 pour une écriture des résultats sur l'écran seulement
= 2 pour une écriture des résultats sur l'écran et sur l'imprimante
= 3 pour une écriture des résultats sur l'imprimante seulement

3e Ligne

f_{c28}
= résistance (MPa) caractéristique du béton

4e Ligne

f_e
= limite (MPa) élastique de l'acier

5e Ligne

θ
= 1 pour une durée d'application de la combinaison de charges > 24 heures
= 0.85 pour une durée inférieure à 1 heure
= 0.9 pour une durée comprise entre 1 et 24 heures

6e Ligne

Diag
Diagramme contrainte-déformation du béton :
= 1 parabole-rectangle
= 2 parabolique
= 3 DESAYI-KRISNAN
= 4 SARGIN

7e Ligne

L
= longueur (m) du poteau
(Par exemple de dessus de plancher à dessus de plancher)

8e Ligne

L_f
= longueur (m) de flambement du poteau.
(Eventuellement, valeurs forfaitaires du BAEL art. B.8.4, soit 0.7 L ou L)

9e Ligne

HR
= humidité relative en %
(Par exemple 55 pour le quart Sud-Est de la France et 70 ailleurs)

10e Ligne

Forme
= 1 pour une section circulaire
= 2 pour une section rectangulaire
= 3 pour une section quelconque composée d'une superposition de trapèzes

11e Ligne
(si Forme = 1)

Phi
Phi = diamètre (m) de la section circulaire

12e Ligne
(si Forme = 1)

Enr
Enr = enrobage (cm) de l'axe des aciers au parement
Aller en ligne 17

13e Ligne
(si Forme = 2)

b
b = largeur (m) de la section rectangulaire

14e Ligne
(si Forme = 2)

h
h = hauteur (m) totale de la section rectangulaire
Aller en ligne 17

15e Ligne
(si Forme = 3)

nt
= nombre de trapèzes qui seront décrits en descendant

16e Ligne
(si Forme = 3)
(*nt* lignes)

a, b, c
a = largeur (m) de la partie supérieure du trapèze
b = largeur (m) de la partie inférieure du trapèze
c = hauteur (m) du trapèze

17e Ligne

***nc*, Age, N_g, N_q**
nc = numéro du chargement
Age = âge (jours) du béton lors de ce chargement
N_g = charge (MN) permanente non pondérée et non cumulée
N_q = charge (MN) variable non pondérée et non cumulée

Pour avoir la force résistante au flambement du poteau à un âge infini, écrire : *nc* 10000 0 0
Fin de description, taper : 0 0 0 0 pour des données en DATA ou 0 au clavier.

18e Ligne

e_0
= excentricité (m) extérieure imposée M_u/N_u

19e Ligne

R_m
A n'écrire que si FORME = 3 et que si la section est composée d'au moins un trapèze et non de rectangles
R_m = rayon moyen (m) = Aire/périmètre à l'air

20e Ligne
(si Forme = 1)

Nb*, *Phib
Nb = nombre (pair) de barres pour la section circulaire,
Phib = diamètre (mm) des barres

21e Ligne
(si Forme = 2 ou 3)

d*, *nb*, *Phib
d = distance (m) de l'axe du lit d'acier à la fibre supérieure
nb = nombre de barres du lit
Phib = diamètre (mm) des barres
Fin de description des aciers : 0 0 0 en DATA ou 0 au clavier

3.3.2. Données. Exemple

```
25              'contrainte caractéristique du béton (MPa)
500             'limite élastique de l'acier (MPa)
1               'coefficient θ (combinaison de charge supérieure à
                24 heures)
4               'diagramme de Sargin
6               'longueur du poteau (m)
6               'longueur de flambement (m)
70              'taux d'humidité de l'air en %
2               'section rectangulaire
0.4             'largeur (m) de la section droite
0.3             'hauteur totale (m) de la section rectangulaire
1 10 0.12 0     'N0 du chargement, âge, Ng et Nq en MN
2 20 0.12 0     'dito
3 30 0.12 0     'dito
4 90 0 0.15     'dito
0 0 0 0         'fin de description de chargement
0               'excentricité (m) e0 = Mu/Nu
0.035 3 12      '3 HA 12 à 0,035 m du haut de la section
0.265 3 12      '3 HA 12 à 0,265 m du haut de la section
0 0 0           'fin de description des aciers
```

3.3.3. *Données sur écran*

```
PEL.Q
Programme de Poteau aux Etats-Limites BAEL 91

Voulez-Vous Entrer les Donnees:
    1 = sur le Clavier,
    2 = en DATA en Fin de Programme
? 1
Voulez-Vous Sortir les Resultats:
    1 = sur l'Ecran Seulement,
    2 = sur l'Ecran et sur l'Imprimante,
    3 = sur l'Imprimante Seulement :
? 3
Resistance du Beton a la Compression (MPa) =? 25
Limite Elastique de l'Acier BA (MPa) =? 500
La Combinaison Ultime   1,35 G + 1,5 Q  a-t-elle une Duree
   - Inferieure a 1 heure : theta = 0.85
   - comprise entre 1 heure et 24 heures : theta = 0.9
   - superieure a 24 heures : theta = 1
Coefficient theta =? 1
Diagramme Contrainte-Deformation du Beton :
   = 1 : Parabole-Rectangle,
   = 2 : Parabole,
   = 3 : Desayi-Krisnan,
   = 4 : Sargin,
=? 4

Longueur du Poteau (m)    =? 6
Longueur de Flambement (m)=? 6
Humidite Relative en % (55 Quart Sud-Est, 70 Ailleurs ) =? 70
Forme de la Section :
     1 = Circulaire,
     2 = Rectangulaire,
     3 = Quelconque
=? 2
Largeur b (m) =? .4
Hauteur Totale h (m) =? .3
Charges non Ponderees : Numero, Age du Beton(Jours), Charge Permanente(MN),
          et Charge Variable(MN):
No  Age  G  Q =? 1 10 0.12 0
No  Age  G  Q =? 2 20 0.12 0
No  Age  G  Q =? 3 30 0.12 0
No  Age  G  Q =? 4 90 0 0.15
No  Age  G  Q =? 0

Excentricite  du Chargement Global Mu/Nu (m)=? 0

Aciers : d = distance (m) a la Fibre Superieure, n = Nombre de Barres,
          , Phi =Diametre (mm) : a Decrire par  d  Croissant
      d   n et  Phi ( Fin=0) =? 0.035 3 12
      d   n et  Phi ( Fin=0) =? 0.265 3 12
      d   n et  Phi ( Fin=0) =? 0
Calcul en ELU suivant le Diagramme de SARGIN
     Je Travaille pour Vous...
     Je Travaille pour Vous...
     Je Travaille pour Vous...
     Je Travaille pour Vous...


Voulez-Vous Calculer la Force Portante avec l'Excentricite Forfaitaire
de l'Article BAEL A.4.3.5 : Oui=1 , Non=0? 0
```


3.3.4. *Résultats*

```
DONNEES
*******

Calcul en ELU
Calcul en ELU suivant le Diagramme de SARGIN
     Resistance du Beton              =  25.00 MPa
     Limite Elastique de l'Acier      = 500.00 MPa
     Contrainte de Calcul du Beton    =  14.17 MPa
     Contrainte de Calcul de l'Acier = 434.78 MPa

Trapezes
--------
No       a          b          h
         m          m          m
 1   0.400      0.400      0.300
Hauteur Totale         =  0.300 m


Longueur du Poteau      = 6.000 m
Longueur de Flambement = 6.000 m

Charges Appliquees
------------------
No       Charges   Normales   en   MN
       Permanentes      Variables   Age Beton   Alpha      Kfl

 1        0.120           0.000      10 jours   1.000     2.483
 2        0.120           0.000      20 jours   1.000     2.310
 3        0.120           0.000      30 jours   1.000     2.163
 4        0.000           0.150      90 jours   0.000     1.606

Total=    0.360     +     0.150   =    0.510 MN
--------------------------


     Section Beton Seul
S=  0.120000 m2      I/v1= 0.006000 m3     v1= 0.1500 m     Giration  = 0.0866 m
I=  0.000900 m4      I/v2= 0.006000 m3     v2= 0.1500 m     Rendement = 0.3333

Aciers
------
No  Nbre  Diametre  Distance     Section
            mm          m          cm2
 1     3     12.0       0.035       3.39
 2     3     12.0       0.265       3.39

Section Totale d'Acier =  6.79 cm2
Pourcentage d'Acier    =  0.565 %


RESULTATS
*********

Epsilon n   = 0.9823988 en p.m.
Epsilon m   = 1.2597247 en p.m.
Epsilon sup = 2.2421235 en p.m.
Epsilon inf =-0.2773260 en p.m.
N resistant = 1.18821 MN
Moment resistant = 0.06492 MNm
Fleche Totale    = 0.0545 m
   dont Initiale = 0.0000 m
   Additionnelle = 0.0240 m
      2eme Ordre = 0.0306 m
Contrainte Moyenne ELU =   9.90 MPa
Contrainte Maximum ELU =  14.14 MPa
Raccourcissement Ultime Epsilon u =   2.40 pour Mille
Elancement  = 69.28
Fibre Neutre= 0.2670 m   Section Partiellement Tendue
Nu= 0.7110 < Nt= 1.1882 MN :  OK
```

4. POTEAUX DE BÂTIMENTS EN BÉTON ARMÉ SOUS CHARGES CENTRÉES ET D'ÉLANCEMENT INFÉRIEUR À 70

On admet généralement de calculer les poteaux de structures de bâtiments à nœuds non déplaçables comme des poteaux soumis à des charges verticales centrées sans moment.

La structure est considérée à nœuds non déplaçables si le contreventement est assuré par des voiles en béton, des murs en maçonneries ou des palées de contreventement.

Les Règles BAEL 91 (art. B.8.4,1) proposent une formule forfaitaire donnant l'effort normal ultime que peut supporter un poteau d'élancement inférieur à 70. C'est-à-dire, pour un poteau rectangulaire, dont le rapport de la longueur de flambement ramené au petit côté ne dépasse pas 20.

$$N_{u\,lim} = \alpha \left[\frac{B_r f_{c28}}{0{,}9\gamma_b} + \frac{A_s f_e}{\gamma_s} \right] \qquad (26)$$

avec : B_r = section de béton réduite en déduisant 1 cm sur le pourtour de la section droite. Ainsi, pour un poteau rectangulaire de côtés b et h ;

$B_r = (b - 0{,}02)(h - 0{,}02)$ et pour un poteau circulaire de diamètre D ;

$B_r = \dfrac{\pi (D - 0{,}02)^2}{4}$;

A_s = section d'acier longitudinal au moins égale à la section minimale donnée en 6 ci-après ;

γ_b et γ_s coefficients, égaux respectivement à 1,5 et 1,15 pour le béton et l'acier en combinaisons fondamentales et 1,15 et 1,00 en combinaisons accidentelles ;

α = coefficient qui prend en compte l'élancement du poteau et dont la variation est semblable à celle des courbes de la figure 9 ci-dessus :

Pour $\lambda \leqslant 50$ $\qquad \alpha = \dfrac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2}$ (27)

Pour $50 < \lambda \leqslant 70$ $\qquad \alpha = 0{,}6\left(\dfrac{50}{\lambda}\right)^2$ (28)

EXEMPLE 1 :

Soit un poteau de 0,12 × 0,12 avec un béton de résistance f_{c28} = 30 MPa et une charge ultime N_u = 0,12 MN. L'élancement calculé par les formules CM 66 (voir en 2.7.5 ci-dessus) est supposé égal à 48,9 < 70. D'où, α = 0,6275 d'après (27) et :

$$N_{u\,lim} = 0{,}6275 \left[\frac{0{,}10 \times 0{,}10 \times 30}{0{,}9 \times 1{,}5} + \frac{A_s f_e}{\gamma_s} \right] \quad \text{d'après (26),}$$

$$N_{u\,lim} = 0{,}139 + 0{,}6275\, A_s \frac{f_e}{\gamma_s} > 0{,}12\,\text{MN} = N_u$$

Ainsi, il n'est pas nécessaire de disposer d'acier pour la résistance, mais nous devrons mettre le minimum réglementaire (voir article 6 ci-après), à savoir :

$A_s \geqslant 0{,}2$ % et 4 cm² par mètre de périmètre ;

$A_s \geqslant 0{,}29$ cm² et 1,92 cm², soit 4 HA 8 (= 2,01 cm²).

EXEMPLE 2 :

Poteau de 0,40 m × 0,80 m avec un béton de résistance f_{c28} = 25 MPa, des aciers de 500 MPa de limite élastique, soumis à une charge permanente N_G = 1,43 MN et une charge d'exploitation N_Q = 0,24 MN. La longueur du poteau est de 8 m, les conditions d'extrémités sont telles que la longueur de flambement est de 8 m.

• *Effort limite* : $N_u = 1{,}35\,NG + 1{,}5\,NQ = 2{,}291$ MN

• *Elancement* : $\lambda = \dfrac{L_f \sqrt{12}}{h} = 69{,}3 < 70$

$\alpha = 0{,}6\left(\dfrac{50}{\lambda}\right)^2 = 0{,}3123$

• *Acier minimal* = Max [0,2 % et 4 cm² de parement] = Max [6,4 ; 9,6] = 9,6 cm²

$$N_{u\,lim} = 0{,}3123 \left[\frac{0{,}38 \times 0{,}78 \times 25}{0{,}9 \times 1{,}5} + \frac{9{,}6 \times 10^4 \times 500}{1{,}15} \right] = 1{,}844\ \text{MN} < N_u = 2{,}291\ \text{MN}$$

On doit donc ajouter des aciers ΔA_s pour satisfaire l'égalité $N_{u\,lim} = N_u$ soit :

$$\alpha \Delta A_s \frac{f_e}{\gamma_s} = 0{,}3123 \times \Delta A_s \times \frac{500}{1{,}15} = N_u - N_{u\,lim} = 2{,}291 - 1{,}844 = 0{,}446\ \text{MN}$$

d'où ΔA_s = 32,88 cm² et A_s = 9,6 + 32,88 = 42,48 cm² (19 HA 25 par exemple)

Le pourcentage d'acier représente : $\dfrac{42{,}48}{0{,}40 \times 0{,}80} 10^{-2} = 1{,}33\ \% < 5\ \%$ OK

Remarque : L'exemple 1 est à la limite minimum des dimensions d'un poteau en béton armé pour une exécution courante sur chantier. Le poteau de l'exemple 2 est à la limite d'utilisation de la méthode forfaitaire avec un élancemlent voisin de 70. De plus, on a dû, pour des raisons de résistance, augmenter fortement la quantité d'acier par rapport au minimum réglementaire. Une économie d'acier pourrait certainement être obtenue en utilisant la méthode générale avec le programme "PELQ". En pratique, pour un effort normal ultime donné N_u, on calcule la section d'acier nécessaire pour satisfaire l'équation (26), on obtient alors :

$$A_s \geqslant \frac{\gamma_s}{f_e} \left[\frac{N_u}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0{,}9\gamma_b} \right] \qquad (29)$$

et l'on vérifie que cette section est supérieure au minimum réglementaire (en 6 ci-dessous) :

$A_s \geqslant 0{,}2$ % de la section de béton ;

$A_s \geqslant 4$ cm² par mètre de parement (parement = face vue).

5. POTEAU EN BÉTON ARMÉ AVEC MOMENT (OU EXCENTRICITÉ)

5.1. Application de l'article A.4.3,5 du BAEL 91

Pour des longueurs de flambement L_f inférieures à l'une des deux valeurs suivantes :
— $20h$ (h = dimension du poteau dans le sens du flambement étudié) ;
— $15e_0$ ($e_0 = M_u/N_u$ = excentricité des sollicitations agissantes) ;
les Règles BAEL proposent une valeur forfaitaire de l'excentricité de deuxième ordre à prendre en compte :

$$e_2 = 3\frac{L_f^2}{h}(2 + \alpha\varnothing)10^{-4} \qquad (30)$$

avec : $\varnothing$ = coefficient de fluage = 2 en général sauf justification particulière (comme indiqué en 3.1 ci-dessus par exemple),
α = rapport du moment dû aux actions permanentes non pondérées sur le moment total non pondéré, varie de 0 pour un moment dû aux charges permanentes nul, à 1 pour un moment dû aux charges variables nul.

La vérification du poteau est alors faite en flexion composée (voir programme "FLEXCOMP" par exemple) avec un effort normal N_u et un moment
$M'_u = M_u + N_u(e_a + e_2)$,
où M_u représente le moment agissant extérieur ($M_u = N_u e_0$),
e_a = excentricité additionnelle = Max [L/250 ; 2 cm]
L = longueur du poteau.

EXEMPLE :

Poteau de 0,50 m × 0,50 m, de 3,50 m de longueur L de dessus de plancher à dessus de plancher et de 3,50 m de longueur de flambement L_f, recevant à la fois une charge centrée et une charge excentrée par l'intermédiaire d'un corbeau (Fig. 23).

	Charge permanente	Charge variable
Charges centrées	0,69 MN	0,21 MN
Charges excentrées de 37 cm	0,14 MN	0,05 MN

Le poteau est soumis aux intempéries ; l'enrobage est donc de 30 mm. Le béton a une résistance de 25 MPa et l'acier une limite élastique de 500 MPa.

• *Sollicitations ultimes* :

$$N_u = 1{,}35(0{,}69 + 0{,}14) + 1{,}5(0{,}21 + 0{,}05) = 1{,}51 \text{ MN}$$
$$M_u = (1{,}35 \times 0{,}14 + 1{,}5 \times 0{,}05) \times 0{,}37 = 0{,}0977 \text{ MNm}$$
$$e_0 = \frac{M_u}{N_u} = 0{,}0647 \text{ m}$$

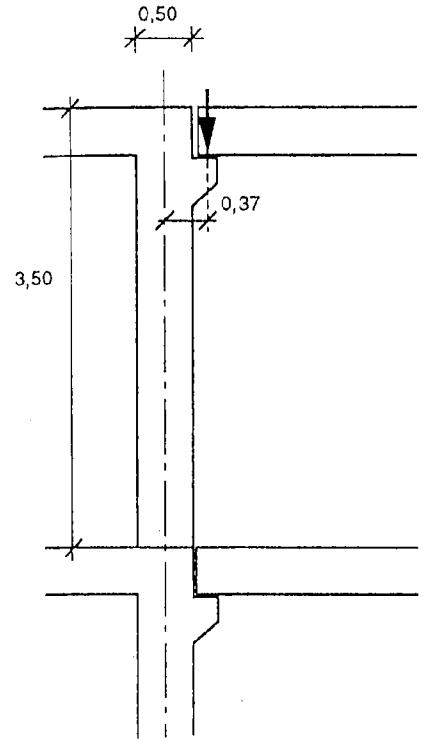


Fig. 23 — Poteau avec corbeau

• *Excentricité additionnelle* e_a :

$$e_a = \text{Max}\left[\frac{L}{250} ; 0{,}02 \text{ m}\right] = 0{,}02 \text{ m}$$

• *Coefficient de charge de longue durée* :

$$\alpha = \frac{M_G}{M_G + M_Q} = \frac{0{,}14 \times 0{,}37}{0{,}14 \times 0{,}37 + 0{,}05 \times 0{,}37} = 0{,}737$$

• *Excentricité forfaitaire du 2e ordre* e_2

$$e_2 = \frac{3 \times 3{,}5^2(2 + 2 \times 0{,}737)}{10^4 \times 0{,}4} = 0{,}0319 \text{ m} \qquad \text{d'après (30)}$$

• *Calcul en flexion composée en ELU* avec N_u = 1,51 MN et une excentricité :
$e_t = e_0 + e_a + e_2 = 0{,}0647 + 0{,}02 + 0{,}0319 = 0{,}117$ m soit une excentricité relative :
$\frac{e_t}{h} = 0{,}233$, la section est partiellement tendue $\left(\frac{e_t}{h} > 0{,}08 \text{ à } 0{,}10\right)$.

• *Calcul d'approche.* On détermine la section d'acier tendu comme s'il n'y avait qu'une nappe d'acier tendu et pas d'acier comprimé. Si cette section d'acier est suffisante pour satisfaire la condition de pourcentage minimum, nous arrêterons là le calcul.

Moment par rapport aux aciers tendus :

$$M_1 = N_u \left(e_t + d - \frac{h}{2} \right) = 1{,}51\,(0{,}117 + 0{,}45 - 0{,}25) = 0{,}479 \text{ MNm}$$

La valeur 0,45 m découle de :

h − enrobage − diamètre acier transversal − demi-diamètre acier longitudinal

$$= 0{,}50 - 0{,}03 - 0{,}008 - \frac{0{,}25}{2} = 0{,}45 \text{ m}$$

Moment réduit $\mu = \dfrac{M_1}{b d^2 \sigma_{bu}} = \dfrac{0{,}479}{0{,}5 \times 0{,}45^2 \times 14{,}17} = 0{,}334 < 0{,}37$

(0,37 pour des aciers f_e = 500 MPa, voir Le Projet de Béton Armé [12], page 234)

Bras de levier $z = 0{,}5d(1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}355$ m

$$A_s = \frac{\dfrac{M_1}{z} - N_u}{\sigma_s} = \left(\frac{0{,}479}{0{,}355} - 1{,}51 \right) \frac{10^4 \times 1{,}15}{500} = -3{,}67 \text{ cm}^2$$

La section d'acier calculée est négative ; cela signifie que l'équilibre (M, N) est assuré par le seul béton. Cette section d'acier étant inférieure au pourcentage minimum, nous retiendrons ce dernier qui vaut :

A_s = Max [0,002 × 0,5 × 0,5 × 10⁴ ; 4 × (0,5 + 0,5) × 2] = Max[5 ; 8] = 8 cm², soit : 8 HA 12.

Si ce n'avait pas été le cas, nous aurions dû :
— calculer les aciers minimaux nécessaires (voir en 6.1 ci-après) ;
— vérifier que ce ferraillage convient, par exemple, en utilisant le petit programme de vérification de section rectangulaire partiellement tendue en ELU "FLEXRECT".

5.2. Programme "FLEXRECT" *

5.2.1. Mode d'emploi

Les données écrites sur une même ligne sont à séparer par une virgule.

1ère Ligne — f_{c28}, f_e
f_{c28} = résistance caractéristique du béton à la compression en MPa
f_e = limite élastique de l'acier en MPa

2e Ligne — b, h
b = largeur de la section (m)
h = hauteur de la section (m)

3e Ligne — n
nombre de lits d'aciers

4e Ligne (n lignes) — A_{si}, d_i
A_{si} = section d'acier du lit i (cm²)
d_i distance du lit i à la fibre supérieure (m)

5e Ligne — N_u
charge ultime (MN)

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

5.2.2. Exemple de données

```
25,500          'fc28 et fe en MPa
0.5,0.5         'b et h en m
3               '3 lits d'aciers
3.39,0.05       '3 HA 12 à 5 cm
2.26,0.25       '2 HA 12 à 25 cm
3.39,0.45       '3 HA 12 à 45 cm
1.51            'Nu = effort normal en ELU (MN)
```

5.2.3. Données et résultats sur écran

```
FLEXRECT
Separer les Valeurs sur une meme Ligne par une Virgule
fc28 , fe (MPa) =? 25,500
b , h (m)       =? 0.5,0.5

Nombre de Lits d'Acier =? 3
Asi , di (cm2 et m) (Fin = 0,0) =? 3.39,0.05
Asi , di (cm2 et m) (Fin = 0,0) =? 2.26,0.25
Asi , di (cm2 et m) (Fin = 0,0) =? 3.39,0.45
Effort Normal Ultime (MN) =? 1.51
RESULTATS
---------
Sollicitations Resistantes
NR=  1.5100 MN
MR=  0.2752 MNm (moment resistant)
eR=  0.1822 m
x =  0.2649 m

Voulez-Vous Faire un Autre Calcul : Oui=1 , Non=0 =? 0
```

5.3. Cas des poteaux avec moments en pied M_1 et en tête M_2 sans déplacement possible (Fig. 24)

On remarque que le cas le plus défavorable est celui où $M_1 = M_2$ et le cas le moins défavorable lorsque $M_1 = -M_2$. Pour raison de symétrie, on pourrait en conclure dans ce dernier cas que la longueur de flambement est divisée par 2 et donc que l'effort normal que peut supporter le poteau est multiplié par 4. En fait, le maximum de la déformée totale a lieu près de la mi-hauteur.

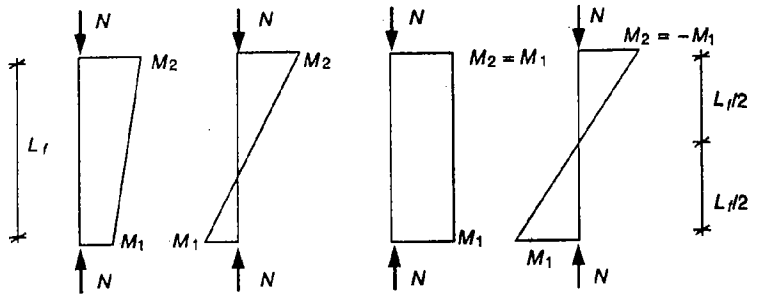


Fig. 24 — Poteaux avec moments en pied et en tête

Par souci de simplification, le BAEL 91, (art. E.7.2.1), préconise de prendre comme moment de calcul, non pas le moment à mi-hauteur, mais la plus grande valeur du moment comprise entre les ordonnées $0{,}4\,L_f$ et $0{,}6\,L_f$ (voir Remarque, fin du § 2.5.5, ci-dessus) soit :

$$M_{calcul} = 0{,}4\,M_1 + 0{,}6\,M_2 \text{ avec } M_2 \geqslant |M_1| \qquad (31)$$

Cette valeur forfaitaire est également donnée par le Réglement américain ACI-318-89, art. 10.11.5.3 [9] et l'Eurocode 2 [7].

6. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES

Bien que, pour des raisons de simplification, les poteaux de bâtiments soient très souvent calculés en compression simple, il existe toujours des moments secondaires volontairement négligés sous réserve de satisfaire les dispositions constructives ci-après.

Ces moments secondaires peuvent être dus à :
— un défaut de rectitude du poteau ;
— un chargement dissymétrique des poutres ;
— un défaut d'aplomb des poteaux superposés.

6.1. Ferraillage longitudinal minimal

On disposera d'un minimum d'acier longitudinal égal au maximum des deux valeurs suivantes :
- 0,2 % de la section transversale brute ;
- 4 cm² par mètre linéaire de parement (périmètre de la section).

Ce pourcentage est généralement plus élevé dans les règlements étrangers. Par exemple :
- 1 % de la section de béton nécessaire du poteau et au moins 0,5 % de la section réelle pour le règlement américain ACI-318-89 [9] ;
- 0,4 % de la section pour le réglement britannique BS 8110 [5] ;
- 0,8 % pour le réglement allemand DIN 1045 [6] et le Code-Modèle 90 du CEB/FIP [8] ;
- 0,3 % et $0{,}15 \times 1{,}15\ N_{sd}/f_{yd}$ pour l'Eurocode 2 [7].

6.2. Dispositions et écartements maximaux des aciers longitudinaux

On disposera des barres dans tous les angles saillants et rentrants et, si nécessaire, des barres réparties le long des parois. Un minimum de six barres est à prévoir pour les sections circulaires.

La distance horizontale entre les barres ne devra excéder le minimum des deux valeurs suivantes :
- le plus petit côté majoré de 10 cm ;
- 0,40 m.

Les armatures sont mises en recouvrement avec celles du poteau inférieur ou celles des fondations (aciers en attente ou "attentes") sur une longueur au moins égale à 0,6 fois la longueur de scellement droit, soit $0{,}6\,L_d$ avec $L_d = \dfrac{f_e \varnothing}{4\tau_d}$, $\tau_d = 0{,}6\eta^2 f_{t28}$

$f_{t28} = 0{,}06 f_{c28} + 0{,}6$ MPa
$\eta = 1{,}5$ pour les aciers à haute adhérence et $\eta = 1$ pour les aciers doux.

EXEMPLE :
Pour un béton de 25 MPa de résistance et un acier à haute adhérence de 500 MPa de limite élastique, on trouve :
$f_{t28} = 2{,}1$ MPa, $\eta = 1{,}5$, $\tau_d = 2{,}835$ MPa, $L_d = 44{,}1\,\varnothing$ d'où $0{,}6\,L_d = 26{,}5\,\varnothing$ que l'on arrondit à 27 diamètres. Les armatures comprimées doivent être droites (BAEL 91, art. A.6.124. Ceci peut être une cause d'accident sur les chantiers (cas de chutes sur les barres en attente). Il convient alors de protéger les têtes des attentes par des capuchons en plastique ou en bois. On peut admettre une dérogation à la règle A.6.124 du BAEL en disposant des crochets à 180° en tête des aciers.

6.3. Aciers transversaux

Ces aciers ont pour but principal de maintenir les aciers longitudinaux (Fig. 25). Ils ne peuvent servir de frettage du béton que pour des pourcentages importants. Ils sont réalisés sous forme de cadres ou d'épingles ; les étriers sont inutiles, car moins économiques que les épingles.

Ces armatures, perpendiculaires à l'axe longitudinal du poteau, entourent toutes les armatures longitudinales dans deux directions perpendiculaires. Toutefois, le BAEL (art. A.8.1.3) admet une exception pour les barres de diamètre inférieur à 20 mm et non prises en compte pour le calcul de la charge résistante du poteau (par exemple, nécessaires pour des raisons de pourcentage minimal ou pour satisfaire à la règle de distance minimale entre barres).

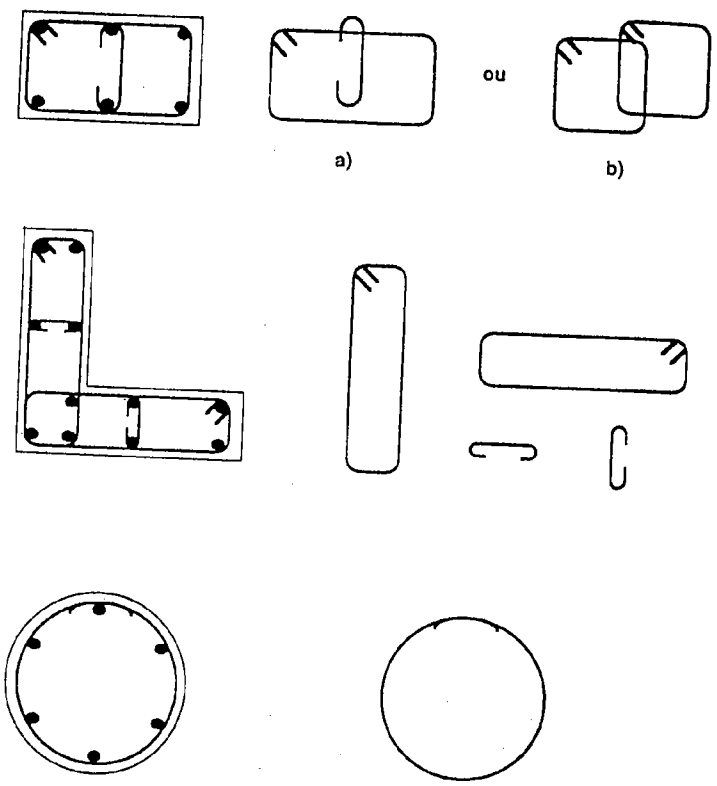


Fig. 25 — Aciers transversaux de poteaux

Le diamètre $\varnothing_t$ des aciers transversaux doit être égal à la plus proche valeur du tiers du diamètre maximal $\varnothing_{L\,max}$ des aciers longitudinaux : $\varnothing_t \approx \frac{\varnothing_{L\,max}}{3}$.

Leurs espacements sont au plus égaux à :
- 15 fois le diamètre minimal des aciers longitudinaux $\varnothing_{L\,min}$;
- 0,40 m ;
- la plus petite dimension du poteau majorée de 0,10 m.

Dans les zones de recouvrement des aciers longitudinaux, le nombre de cours d'aciers transversaux est au moins égal à trois.

Ces dispositions sont résumées sur la figure 26.

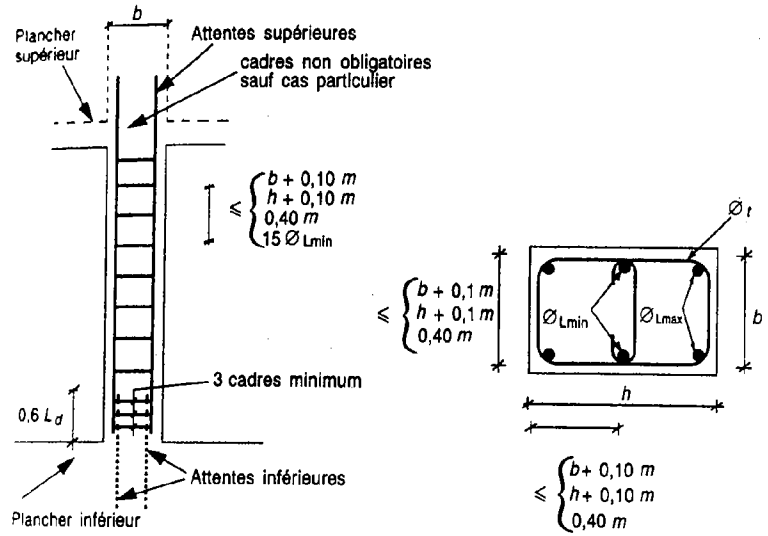


Fig. 26 — Poteaux - Dispositions constructives

7. EXEMPLE DE POTEAU EN BÉTON ARMÉ

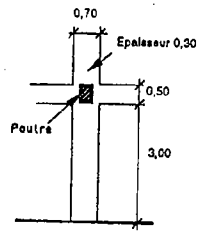


Fig. 27 — Exemple de poteau en béton armé

Soit un poteau (Fig. 27) de 3,50 m de longueur de flambement, soumis à une charge centrée. Les dimensions transversales sont de 0,30 m par 0,70 m.

N_G = 1,328 MN pour les charges permanentes,
N_Q = 0,455 MN pour les charges d'exploitation.

Le béton a une résistance de 25 MPa et les aciers 500 MPa de limite élastique.
Ce poteau est situé à l'intérieur d'un bâtiment. L'enrobage réglementaire des aciers est de 10 mm, cependant nous retiendrons 15 mm, compte tenu des tolérances d'exécution sur le chantier.

7.1. Élancement

— Charge ultime de calcul : $N_u = 1{,}35N_G + 1{,}5N_Q = 2{,}475\,MN$

— Longueur de flambement : $L_f = 3{,}50$ m

— Rayon de giration : $i_x = \frac{0{,}70}{\sqrt{12}} = 0{,}202$ m et $i_y = \frac{0{,}30}{\sqrt{12}} = 0{,}0866$ m

— Élancement : $\lambda_x = \frac{L_f}{i_x} = 3{,}5/0{,}202 = 17{,}32 < 70$

$$\lambda_y = \frac{L_f}{i_y} = 3{,}5/0{,}0866 = 40{,}4 < 70$$

$$\alpha = \frac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\frac{40{,}4}{35}\right)^2} = 0{,}671$$

7.2. Charge ultime résistante $N_{u\,lim}$

$$N_{u\,lim} = \alpha\left[\frac{B_r f_{c28}}{1{,}35} + \frac{A_s f_e}{1{,}15}\right] \quad \text{avec} \quad B_r = 0{,}28 \times 0{,}68 = 0{,}1904\ m^2$$

$A_{s\,min}$ = Max [0,2 % et 4 cm² par mètre de parement] = Max [4,2 ; 8] = 8 cm²

d'où $N_{u\,lim} = 0{,}671\left[\frac{0{,}1904 \times 25}{1{,}35} + \frac{8 \times 10^{-4} \times 500}{1{,}15}\right] = 2{,}60\ MN > N_u$ OK

7.3. Ferraillage longitudinal

On disposera de six barres, du fait qu'un des côtés est plus grand que l'autre de plus de 10 cm, soit 4 HA14 + 2 HA12 = 8,42 cm². Les plus gros diamètres sont à mettre de préférence dans les angles, car ils donnent au poteau un plus grand moment résistant de flexion dans les deux directions et un plus grand moment résistant de torsion.

On vérifie bien que la distance entre aciers est inférieure à 40 cm, puisque l'on a :

$$\frac{h - 2 \times 0{,}04}{2} = 0{,}31\ m < 0{,}40\ m$$

La longueur de recouvrement vaut : $0{,}6L_d$ avec $L_d = \frac{f_e \varnothing}{5{,}4 f_{t28}} = 44{,}1\,\varnothing$ pour des aciers à haute adhérence, soit : $0{,}6L_d = 0{,}6 \times 44{,}1 \times 0{,}014 = 0{,}37$ m pour un diamètre maximal de 14 mm.

La longueur des aciers longitudinaux est égale à : 3,50 + 0,37 = 3,87 m.

7.4. Ferraillage transversal

Diamètre des cadres $= \frac{\varnothing_L}{3} = \frac{14}{3} \approx 6$ mm

Espacement $= \text{Min}\,[b + 0{,}1\ ;\ h + 0{,}1\ ;\ 0{,}40\ m\ ;\ 15\varnothing_{L\,min}]$
$= \text{Min}\,[0{,}4\ ;\ 0{,}8\ ;\ 0{,}4\ ;\ 0{,}18] = 0{,}18$ m

Le gain de section sur les aciers longitudinaux en retenant 4 HA14 + 2 HA12, au lieu de 6 HA14, est en partie perdu par un nombre de cadres plus important.

7.5. Liste des espacements

Sur une longueur de 3,00 m entre poutres, dont 0,37 m de recouvrement, où l'on dispose de $n_1 = 3$ cadres, donc de trois espacements sur 0,37 m et un écartement :

$$s_1 = \frac{0{,}37}{3} = 0{,}12\ m.$$

Il reste à disposer n_2 cadres avec un écartement $s_2 \leqslant 0{,}18$ m sur la longueur restante jusqu'à la sous-face de la poutre supérieure :

$$L - 2{,}5s_1 = (n_2 + 0{,}5s_2)$$

Or : $L - 2{,}5s_1 = 3{,}00 - 2{,}5 \times 0{,}12 = 2{,}70$ m

d'où : $n_2 = \frac{L - 2{,}5s_1}{s_2} - 0{,}5 = 14{,}5$ arrondi au nombre entier supérieur, soit 15.

On en tire la valeur de s_1 corrigée :

$$s_1 = \frac{3{,}00 - (15{,}5 \times 0{,}18)}{2{,}5} = 0{,}084\ m$$

On dresse alors la liste des écartements (Fig. 28).

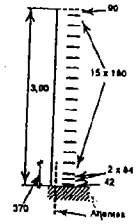


Fig. 28 — Espacement des cadres du poteau

7.6. Ferraillage

Le ferraillage, longitudinal et transversal, apparaît sur la figure 29.

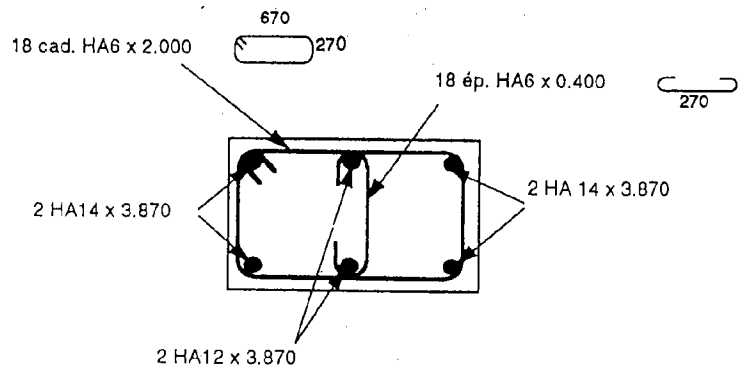


Fig. 29 — Ferraillage du poteau

Les longueurs des cadres et épingles peuvent être déterminées à l'aide du tableau en fin de chapitre 10.

8. PROGRAMME "POTO" * DE CALCUL ET FERRAILLAGE DE POTEAUX EN BÉTON ARMÉ

Programme de dimensionnement et de ferraillage avec métré de poteaux rectangulaires ou circulaires par optimisation du poids total pondéré d'acier (longitudinal + transversal) en prenant des coefficients de prix de 1 pour le diamètre 20, 1,086 pour les diamètres 12 et 40 et 1,30 pour le diamètre 6 mm (interpolation pour les autres diamètres).

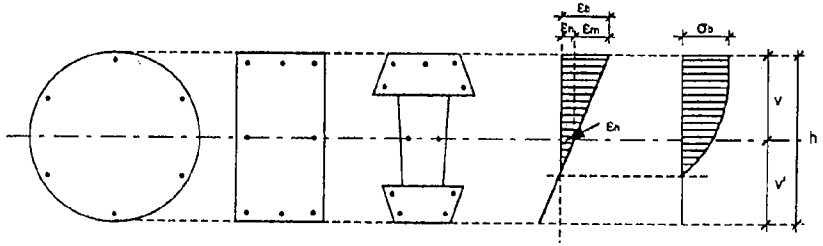


Fig. 29bis — Sections de poteaux calculées avec "POTO"

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

8.1. Mode d'emploi

Les données peuvent être entrées au clavier (sur une même ligne, elles sont à séparer par un blanc) ou sous forme de DATA en fin de programme.

1ère Ligne — **Titre**

2e Ligne — f_{c28}, f_e, γ_b, γ_s
f_{c28} = résistance caractéristique du béton (MPa)
f_e = limite élastique de l'acier (MPa)
γ_b = coefficient réducteur du béton (en général 1,50)
γ_s = coefficient réducteur de l'acier (en général 1,15)

3e Ligne — **Irc**
Irc = 1 pour des poteaux de section rectangulaire
= 2 pour des poteaux de section circulaire

4e Ligne — **Enr**
Enr = enrobage au nu des aciers des cadres (mm)

5e Ligne — **Nom**
Nom = nom du poteau (6 caractères maximum)
FIN pour la fin des calculs

6e Ligne — L , L_p
L = longueur libre du poteau (m) , de dessus de plancher à dessous de plancher ou poutre,
L_p = épaisseur du plancher supérieur(m), poutre + dalle.

7e Ligne — L_{fb}, L_{fh} (ou L_f pour une section circulaire)
L_{fb} = longueur de flambement du poteau (m), pour un flambement dans le plan parallèle à la face de longueur b,
L_{fh} = longueur de flambement du poteau (m), pour un flambement dans le plan parallèle à la face de longueur h
L_f = longueur maximum (m) de flambement du poteau circulaire.

8e Ligne — **b, h (ou Phip** si le poteau est circulaire)
b = épaisseur (m) du poteau rectangulaire, perpendiculairement au plan de la figure,
h = épaisseur (m) du poteau rectangulaire dans le plan de la figure
Phip = diamètre du poteau circulaire (m)
Pour un poteau rectangulaire, si une des valeurs b, h est nulle, elle sera calculée par le programme, l'autre valeur non nulle est prise comme valeur imposée. Si les deux valeurs sont nulles, le poteau est dimensionné carré (Aller à la ligne 10).
Si Phip est nul pour un poteau circulaire, le diamètre est calculé par le programme (Aller à la ligne 10).

9e Ligne
(si b et $h > 0$)
(ou si Phip > 0)

A_{cb}, A_{ch} (ou A_c pour un poteau circulaire)
A_{cb} = section d'acier **imposée** (cm²) le long de la face de longueur b
A_{ch} = section d'acier **imposée** (cm²) le long de la face de longueur h
A_c = section totale d'acier **imposée** (cm²) pour le poteau circulaire
En général, on entre une valeur **nulle**, à moins qu'elle n'ait été calculée par un programme de flambement ou de flexion composée.
La section est alors calculée pour satisfaire la condition de pourcentage minimum et pour reprendre l'effort normal ultime centré par application de la formule du BAEL, article B.8.4.1. Ceci suppose que l'élancement est inférieur à 70.
Les sections d'aciers ne peuvent être imposées que si les dimensions du poteau sont imposées (non nulles).

10e Ligne

G , Q
G = charge permanente (MN) non pondérée (elle sera multipliée par 1,35 par le programme)
Q = charge variable (MN) non pondérée (elle sera multipliée par 1,5 par le programme)

11e Ligne

nb, nh (ou nb seulement pour un poteau circulaire)
nb = nombre de barres sur la face parallèlle au côté b.
En général, on laisse le programme le déterminer.
Pour un poteau circulaire, nb = nombre total de barres ($\geqslant 6$)
nh = nombre de barres sur la face parallèlle au côté h.
En général, on laisse le programme le déterminer.

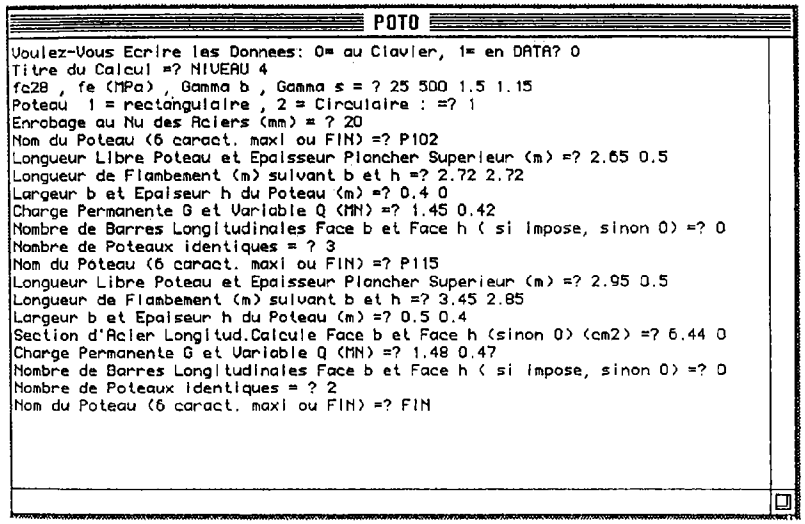
12e Ligne

N_p
N_p = nombre de poteaux identiques

8.2. Exemple. Données

Niveau 4	'Titre du passage
25 500 1.5 1.15	'f_{c28}, f_e, γ_b, γ_s
1	'poteau rectangulaire
20	'enrobage au nu (mm)
P102	'nom du poteau
2.65 0.5	'longueur libre du poteau et hauteur plancher (m)
2.72 2.72	'longueurs de flambement dans les deux directions(m)
0.4 0	'b et h (m) (h est ici inconnu, donc pas de ligne 9)
1.45 0.42	'G et Q (MN)
0 0	'nombres de barres calculés par le programme
3	'3 poteaux identiques
P115	'nom
2.95 0.5	'longueur libre et hauteur plancher
3.45 2.85	'longueurs de flambement
0.5 0.4	'b et h
6.44 0	'acier imposé le long du côté h, acier calculé le long du côté b
1.48 0.47	'G et Q
0 0	'nombres de barres calculés par le programme
2	'2 poteaux identiques
FIN	'fin du calcul

8.3. Données sur écran


POTO
Voulez-Vous Ecrire les Donnees: 0= au Clavier, 1= en DATA? 0
Titre du Calcul =? NIVEAU 4
fc28 , fe (MPa) , Gamma b , Gamma s = ? 25 500 1.5 1.15
Poteau 1 = rectangulaire , 2 = Circulaire : =? 1
Enrobage au Nu des Aciers (mm) = ? 20
Nom du Poteau (6 caract. maxi ou FIN) =? P102
Longueur Libre Poteau et Epaisseur Plancher Superieur (m) =? 2.65 0.5
Longueur de Flambement (m) suivant b et h =? 2.72 2.72
Largeur b et Epaiseur h du Poteau (m) =? 0.4 0
Charge Permanente G et Variable Q (MN) =? 1.45 0.42
Nombre de Barres Longitudinales Face b et Face h (si impose, sinon 0) =? 0
Nombre de Poteaux identiques = ? 3
Nom du Poteau (6 caract. maxi ou FIN) =? P115
Longueur Libre Poteau et Epaisseur Plancher Superieur (m) =? 2.95 0.5
Longueur de Flambement (m) suivant b et h =? 3.45 2.85
Largeur b et Epaiseur h du Poteau (m) =? 0.5 0.4
Section d'Acier Longitud.Calcule Face b et Face h (sinon 0) (cm2) =? 6.44 0
Charge Permanente G et Variable Q (MN) =? 1.48 0.47
Nombre de Barres Longitudinales Face b et Face h (si impose, sinon 0) =? 0
Nombre de Poteaux identiques = ? 2
Nom du Poteau (6 caract. maxi ou FIN) =? FIN

8.4. Résultats

NIVEAU 4

fc28	25.0 MPa	
Gamma b	1.50	
fe	500 MPa	
Gamma s	1.15	
Ld(Tract)	44.1 phi	
Ld(Compr)	26.5 phi	
Enrobage	20 mm	

FERRAILLAGE

Nom	Charges (MN) G Q	Dimens. (m)	Flamb. Lfb Lfh	Aciers Longit. Nbre Diametres Longueur	Aciers Transvers. et Espac. Nbre Diametres	Qte Acier Ac.Vert. Ac.Horiz. Total Densite
P102	1.450	L= 2.650		Long.= 3.420 m	23cad.HA 6 x 1.680 20 x 120	19.6 kg
	0.420	b= 0.400	2.720	4HA10	+1x23epi.HA 6 x 0.470 2 x 76	16.4 kg
		h= 0.460	2.720	2HA10 + 1HA 8	+2x23epi.HA 6 x 0.530	36.0 kg
		Lp= 0.500		=8HA10 + 2HA 8		74 kg/m3
P115	1.480	L= 2.950		Long.= 3.770 m	18cad.HA 6 x 1.760 15 x 180	40.2 kg
	0.470	b= 0.500	3.450	6HA12	2 x 64	14.5 kg
		h= 0.400	2.850	2HA12	+4x18epi.HA 6 x 0.470	54.7 kg
		Lp= 0.500		=12HA12		93 kg/m3

METRE

Nom	Nbre	b m	h m	Vol.Beton(m3) ss/Pout. Total	Coffrage(m2) ss/Pout. Total	Poids d'Acier(kg) Longit. Transv.	Total	Dens. Acier(kg/m3) Longit. Transv.	Total
P102	3	0.400	0.460	0.488 0.580	4.558 5.418	19.6 16.4	36.0	40.13 33.61	73.74
P115	2	0.500	0.400	0.590 0.690	5.310 6.210	40.2 14.5	54.7	68.08 24.65	92.72
TOTAL:	5			2.643 3.119	24.294 28.674	139.0 78.2	217.3	52.61 29.61	82.21

RECAPITULATIF ACIERS

Diametre (mm) =	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
Longueur (m) =	352.5	20.5	82.1	90.5	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
Poids (kg) =	78.2	8.1	50.6	80.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

Poids Total Aciers = 217.28 kg
Longueur Totale = 545.61 m
Diametre Moyen = 8.04 mm

9. POTEAU EN BÉTON ARMÉ SUIVANT L'EUROCODE 2

L'Eurocode 2, EC2, est une norme européenne, provisoire pour le moment, sous le numéro ENV 1992-1 et reprise comme norme expérimentale française par l'AFNOR.

9.1. Calcul des poteaux

Le calcul des poteaux doit tenir compte des risques de flambement. On se bornera, ci-après, aux poteaux isolés ou aux poteaux de structures à nœuds non déplaçables qui sont calculés comme des poteaux isolés. Le poteau peut être soumis à des moments à ses extrémités.

Soit e_0 l'excentricité initiale, dite du premier ordre $\left(e_0 = \frac{M_{Sd}}{N_{Sd}}\right.$ pour des sollicitations appliquées N_{Sd} et M_{Sd}).

Si l'excentricité est variable linéairement de e_{01} à e_{02} avec $|e_{01}| \leqslant |e_{02}|$, on prendra comme valeur de calcul $e_0 = \text{Max}\left[\,|0{,}6e_{02} + 0{,}4e_{01}|\ ;\ |0{,}4e_{02}|\,\right]$.

L'excentricité de calcul du poteau tenant compte des effets du deuxième ordre vaut :

$$e_{tot} = e_0 + e_a + e_2$$

avec : e_a = excentricité additionnelle $= \frac{\nu L_f}{2}$

$$\nu = \frac{0{,}01}{\sqrt{L}} \geqslant \frac{1}{200}$$

L = hauteur totale de la structure en mètres (et non du seul poteau)

L_f = longueur de flambement (voir en 2.7 ci-dessus)

En fonction de l'élancement $\lambda = \frac{L_f}{i}$, on pourra utiliser l'une ou l'autre des deux méthodes simplifiées ci-dessous.

a) Si $\lambda \leqslant \lambda_1 = 25\left(2 - \frac{e_{01}}{e_{02}}\right)$, le calcul sera effectué en flexion composée avec le plus défavorable des deux moments du premier ordre e_{01} ou e_{02} non pris inférieur à $\frac{hN_{Sd}}{20}$.

Pour pouvoir appliquer cette méthode simplifiée, le poteau ne doit pas recevoir de charges transversales entre ses deux extrémités.

b) Si $\lambda_1 < \lambda \leqslant 140$ et $e_0 \leqslant \frac{h}{10}$ (et non $\geqslant 0{,}10$ comme indiqué par erreur dans l'Eurocode), le calcul des poteaux rectangulaires ou circulaires est effectué en flexion composée avec l'excentricité totale :

$$e_{tot} = e_0 + e_a + e_2$$

avec : $e_2 = \dfrac{2 K_1 K_2 L_f^2 f_{yk}}{9 d \gamma_s E_s}$

$K_1 = \dfrac{\lambda}{20} - 0{,}75$ pour $15 < \lambda < 35$

$K_1 = 1$ pour $35 < \lambda < 140$

$K_2 = \dfrac{N_{ud} - N_{Sd}}{N_{ud} - N_{bal}} \leqslant 1$

$N_{ud} = \dfrac{0{,}85 f_{ck} A_c}{\gamma_c} + \dfrac{f_{yk} A_s}{\gamma_s}$ = capacité ultime sous charges centrées

$N_{bal} = \dfrac{0{,}34 f_{ck} A_c}{\gamma_c}$

$\gamma_c = 1{,}5$ et $\gamma_s = 1{,}15$ en combinaisons fondamentales
d = hauteur utile de la section dans le sens du flambement
f_{ck} et f_{yk} résistance caractéristique à la compression du béton et limite élastique de l'acier
A_c = section brute de béton

Remarque :

Le Document d'Application Nationale français (DAN) de l'EC2, propose la méthode du BAEL 91 pour les poteaux à charges axiales d'élancement $\leqslant 70$:

$$N_{ud} = \alpha \left[\frac{B_r f_{ck}}{0{,}9 \gamma_b} + \frac{A_s f_{yk}}{\gamma_s} \right]$$

9.2. Longueur de recouvrement des armatures comprimées en acier à haute adhérence

La longueur de recouvrement est donnée par :

$\dfrac{L_b}{\varnothing} = \dfrac{0{,}69 f_{yk}}{f_{ck}^{2/3}}$ au lieu de $\dfrac{L_d}{\varnothing} = \dfrac{f_e}{9 f_{t28}}$ pour le BAEL 91.

Pour $f_{yk} = 500$ MPa, on trouve les valeurs du tableau suivant :

f_{ck} =	(MPa)	25	30	35	40	45	50
$\dfrac{L_b}{\varnothing}$ =	(EC2)	41	36	33	30	28	26
$\dfrac{L_d}{\varnothing}$ =	(BAEL)	27	24	21	19	17	16

9.3. Dispositions constructives

	EC2	EC2-DAN	BAEL
Dimensionnement minimum b, h — coulé en place — préfabriqué à plat	 $\geqslant$ 200 mm $\geqslant$ 140 mm	 $\geqslant$ 140 mm $\geqslant$ 140 mm	 — —
Aciers longitudinaux — $\varnothing_L \geqslant$ — section mini $A_s \geqslant$ (avec N_{Sd} = effort de calcul en ELU $f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s}$ $\gamma_s = 1{,}15$ A_c = aire brute de béton) — section maxi $\leqslant$ — nombre mini de barres — en section circulaire	12 mm $\frac{0{,}15 N_{Sd}}{f_{yd}}$ et $0{,}003 A_c$ $0{,}08 A_c$ dans chaque angle 6	8 mm $\frac{0{,}10 N_{Sd}}{f_{yd}}$ et $0{,}002 A_c$ $0{,}04 A_c$ en zone courante et $0{,}08 A_c$ en zone de recouvrement dans chaque angle si $\varnothing \geqslant 20$ mm 6	— 4 cm² par mètre de parement et $0{,}002 A_c$ $0{,}05 A_c$ dans chaque angle si $\varnothing \geqslant 20$ mm 6
Aciers transversaux — diamètre $\varnothing_t \geqslant$ — espacement $s_t \leqslant$ — espacement en zone particulière : $s_t \leqslant$	$\frac{\varnothing_L}{4}$ et 6 mm $12 \varnothing_{L\,min}$ la < dimension du poteau et 300 mm 0,6 fois l'espacement limite ci-dessus : • en dessous et au-dessus d'une poutre ou dalle, sur une hauteur égale à la > dimension transversale du poteau • près des jonctions de recouvrement si : $\varnothing_L \geqslant 14$ mm	$\frac{\varnothing_L}{4}$ et 6 mm $12 \varnothing_{L\,min}$ la < dimension du poteau et 400 mm 0,6 fois l'espacement limite ci-dessus, ne s'appliquant qu'aux poteaux de portiques de contreventement : • en dessous et au-dessus d'une poutre ou dalle, sur une hauteur égale à la > dimension transversale du poteau • près des jonctions de recouvrement si $\varnothing_L \geqslant 14$ mm	$\frac{\varnothing_L}{3}$ $15 \varnothing_{L\,min}$ la < dimension du poteau + 100 mm et 400 mm zone de recouvrement des armatures longitudinales : 3 cadres minimum

9.4. Exemple

• Données

Poteau de bâtiment de 0,30 m par 0,50 m, recevant des charges axiales permanentes $N_G = 1{,}04$ MN et d'exploitation $N_Q = 0{,}32$ MN avec un béton de 25 MPa de résistance caractéristique et des aciers de 500 MPa de limite élastique. La longueur de flambement $L_f = 3{,}26$ m . Le bâtiment a 21 m de hauteur totale.

La charge de calcul vaut : $N_{Sd} = 1{,}35 N_G + 1{,}5 N_Q = 1{,}884$ MN

Le rayon de giration : $i = \dfrac{h}{\sqrt{12}} = \dfrac{0{,}3}{\sqrt{12}} = 0{,}0866$ m

L'élancement : $\lambda = \dfrac{L_f}{i} = \dfrac{3{,}26}{0{,}0866} = 37{,}6$

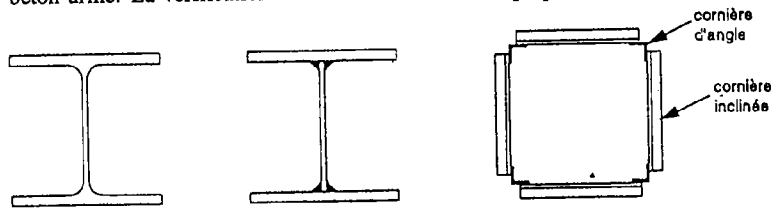
	EC2	EC2-DAN	BAEL 91
A_s minimal	a) $0{,}003\,A_c = 0{,}003 \times 0{,}3 \times 0{,}5\,10^4 = 4{,}5\ cm^2$ b) $\frac{0{,}15\,N_{sd}}{f_{yd}} = \frac{0{,}15 \times 1{,}884 \times 1{,}15}{500 \times 10^4} = 6{,}50\ cm^2$ Donc A_s = 3 HA 12 par face = 6,78 > 6,50 cm^2	a) $0{,}002\,A_c = 3\ cm^2$ b) $\frac{0{,}10\,N_{sd}}{f_{yd}} = 4{,}33\ cm^2$ Donc A_s = 3 HA 10 par face = 4,71 > 4,33 cm^2	a) $0{,}002\,A_c = 3\ cm^2$ b) 8 $cm^2 \times (0{,}3 + 0{,}5) = 6{,}4\ cm^2$ Donc A_s = 3 HA 12 par face = 6,78 > 6,4 cm^2
Elancement	$\lambda = 37{,}8 < 140$ mais > 25, donc calcul de e_2	$\lambda = 37{,}8 < 70$ donc calcul de N_{ud}	$\lambda = 37{,}8 < 70$ donc calcul de N_{ulim}
Excentricité additionnelle e_a	$v = \frac{0{,}01}{\sqrt{L}} = \frac{1}{458} > \frac{1}{200}$ donc $v = \frac{1}{200}$ $e_a = v\frac{L_f}{2} = \frac{3{,}26}{400} = 0{,}00815$ m		
Excentricité du deuxième ordre e_2	$K_1 = 1$ car $\lambda > 35$ $N_{ud} = \frac{0{,}85\,f_{ck}\,b\,h}{\gamma_c} + \frac{A_s\,f_{yk}}{\gamma_s}$ $= 2{,}125 + 0{,}283 = 2{,}408$ MN $N_{bal} = \frac{0{,}34 \times 25 \times 0{,}3 \times 0{,}5}{1{,}5}$ $= 0{,}85$ MN $K_2 = \frac{2{,}408 - 1{,}884}{2{,}408 - 0{,}85} = 0{,}336$ $e_2 = \frac{3{,}26^2 \times 2 \times 0{,}336 \times 500}{9 \times 1{,}15 \times 200000 \times 0{,}9 \times 0{,}26}$ $e_2 = 0{,}00625$ m $e_{tot} = 0 + 0{,}00815 + 0{,}00625 = 0{,}0144$ m Vérif. en flexion composée avec aciers symétriques (Voir Chap. 1, tableau 17) pour $\frac{d}{h} = 0{,}92$ $\rho = \frac{3 \times 1{,}13 \times 10^{-4}}{0{,}3 \times 0{,}5} = 0{,}226\ \%$ $\sigma_b = 14{,}17$ MPa $v = \frac{N_{sd}}{bh\sigma_b} = \frac{1{,}884}{0{,}3 \times 0{,}5 \times 14{,}17} = 0{,}886$ Par interpolation, on trouve : $\mu = 0{,}091$ soit $M_{Rd} = \mu\,b\,h^2\sigma_b = 0{,}058$ MNm $M_{sd}2 = N_{sd}e_{tot} = 1{,}884 \times 0{,}0144 = 0{,}027 < M_{Rd} = 0{,}058$ OK	$N_{ud} = \frac{0{,}85\,f_{ck}\,b\,h}{\gamma_c} + \frac{A_s\,f_{yk}}{\gamma_s}$ $= 2{,}125 + 0{,}188 = 2{,}313$ MN $N_{sd} = 1{,}884 < N_{ud}$ OK	$\alpha = \frac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2}$ $\alpha = 0{,}6906$ car $\lambda < 50$ $N_{ulim} = 0{,}6906\,x \left[\frac{B_r\,f_{c28}}{0{,}9\gamma_b} + \frac{A_s\,f_e}{\gamma_s}\right]$ $= 1{,}719 + 0{,}192 = 1{,}911$ MN $N_u = 1{,}884 < N_{ulim}$ OK

	EC2	EC2-DAN	BAEL 91
Dimensions b, h	b et h > 200 mm	b et h > 140 mm	—
Aciers longitudinaux			
— diamètre $\varnothing_L$	$12 \geqslant 12$	$12 \geqslant 8$	
— distance entre barres	—	—	$0{,}25$ et $\frac{0{,}45}{2}$ $\geqslant 0{,}30 + 0{,}10$ et $0{,}50 + 0{,}10$ et 0,40 m
— nombre de barres	4 (barres dans les angles)	4 (barres dans les angles)	
— longueur de recouvrement	$\frac{A_{s\,req}}{A_{s\,prov}}$ difficile à calculer donc 41 Ø = 490 mm	41 Ø = 490 mm	27 Ø = 324 mm
Aciers transversaux			
— diamètre	$6 > \frac{12}{4} = 3$ mm	$6 > \frac{12}{4} = 3$ mm	$6 > \frac{12}{3} = 4$ mm
— écartement en zone courante s_t =	s_t = Min [12 x 1,2 ; 0,3 ; 0,3] = 0,144 m donc 140 mm	s_t = Min [12 x 1 ; 0,3 ; 0,4] = 0,120 m donc 120 mm	s_t = Min [15x1,2 ; 0,4 ; 0,4] = 0,18m donc 180 mm
— en zone particulière	sur 0,50 m en parties haute et basse du poteau : $s_t = 0{,}6 \times 0{,}144 = 0{,}086$ donc s_t = 85 mm		zone de recouvrement : 3 cadres sur 320 mm
Schéma de ferraillage	6 HA12 x 4,490 30 cad. HA6 x 2.340 + 30 ép. HA6 x 0.390	6 HA10 x 4,490 30 cad. HA6 x 2.340 + 30 ép. HA6 x 0.390	4 HA12 x 4,320 21 cad. HA6 x 2.340
Ecartements en partant du haut en mm	70 5 x 80 19 x 140 5 x 80 70	60 29 x 120 60	110 16 x 180 2 x 100 50
Quantités d'acier			
— longitudinal	23,9 kg	16,6 kg	23,0 kg
— transversal	18,2 kg	18,2 kg	10,9 kg
— totales	42,1 kg	34,8 kg	33,9 kg
— densité au m^3 de béton	76 kg/m^3	64,4 kg/m^3	62,8 kg/m^3

10. POTEAU EN ACIER SUIVANT LES CM 66

Les poteaux en acier peuvent être constitués de (Fig.30) :
— profilés normalisés IPN, IPE, HEA, HEB ou HEM ; de préférence, on utilise les profilés de la série H pour les poteaux ;
— profilés reconstitués, en général à partir de plats ;
— poteaux composés en treillis.

Les élancements des poteaux en acier sont en général plus grands que pour les poteaux en béton armé. La vérification au flambement est donc prépondérante.



a) Profil normalisé b) Profil reconstitué c) Poteau composé

Fig. 30 — Types de poteaux

Les sollicitations suivant les Règles CM 66 [10] sont des combinaisons pondérées des sollicitations de base : charges permanentes, charges d'exploitation, charges climatiques...

On distingue deux types de charges :

a) les charges permanentes (g)

b) les charges d'exploitation ou d'essai (q), de neige (n), de vent (v)
avec les coefficients de pondération :

$\frac{4}{3}$ pour le type a)

$\frac{3}{2}$ pour une charge de type b)

$\frac{17}{12}$ pour deux charges de type b)

$\frac{4}{3}$ pour trois charges de type b)

Ainsi on a :

$\frac{4}{3}g + 1{,}5q$

$\frac{4}{3}g + 1{,}5v$

$\frac{4}{3}g + \frac{17}{12}(q + n)$

$\frac{4}{3}g + \frac{4}{3}(q + n + v)$

10.1. Pièces à parois pleines symétriques (profilés normalisés ou reconstitués)

Pour des sollicitations de flexion composée, on calcule la contrainte σ de la charge centrée majorée d'un coefficient k_1 et la contrainte due au moment de flexion σ_f majorée d'un coefficient k_f. Ces deux coefficients, tenant compte de l'élancement de la pièce, valent 1,00 pour un élancement nul et sont d'autant plus élevés que l'élancement est important et que l'effort normal se rapproche de l'effort critique d'Euler.

$$\sigma_c = k_1\sigma + k_f\sigma_f \leqslant \sigma_e$$

avec $\sigma = \frac{N}{S}$ et $\sigma_f = \frac{Mv}{I}$

Cette contrainte de calcul σ_c devra être inférieure à la limite élastique σ_e de l'acier.

La contrainte critique d'Euler vaut : $\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$ avec :

E = module d'Young de l'acier pris égal à 210 000 MPa

λ = élancement de la pièce = $\frac{L_f}{i}$

i = rayon de giration de la section = $\sqrt{\frac{I}{S}}$

I = moment d'inertie de la section
S = aire de la section
L_f = longueur de flambement (voir en 2.7 ci-dessus).

On détermine un coefficient μ d'éloignement de l'effort critique qui est défini par :

$\mu = \frac{\sigma_k}{\sigma}$ et qui doit être supérieur à 1,3.

On définit les coefficients d'amplification des contraintes par :

$$k_1 = \frac{\mu - 1}{\mu - 1{,}3}$$

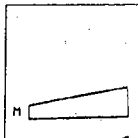
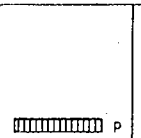
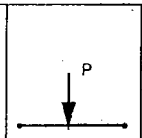
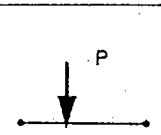
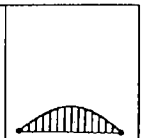
$$k_f = \frac{\mu + 0{,}25 - 1{,}72\left(1 - \frac{A_M}{M_{méd}L_f}\right)^2}{\mu - 1{,}3}$$

Le moment appliqué peut être quelconque entre les deux extrémités du poteau, pourvu qu'il corresponde à des charges de même sens. Sa valeur à mi-longueur de flambement (de déformée maximale), est appelée $M_{méd}$ et A_M représente l'aire du diagramme des moments :

$$\int_0^{L_f} M(x)\,dx.$$

Le rapport $\frac{A_M}{M_{méd}L_f}$ représente l'influence du moment moyen sur la longueur L_f.

Cette formule se simplifie pour les cas courants.

				
Moment linéaire ou constant	Charge uniformément répartie moment parabolique	Charge concentrée à mi-longueur	Charge concentrée à l'abscisse a	Charge sinusoïdale
$\dfrac{\mu + 0{,}25}{\mu - 1{,}3}$	$\dfrac{\mu + 0{,}03}{\mu - 1{,}3}$	$\dfrac{\mu - 0{,}18}{\mu - 1{,}3}$	$\dfrac{\mu + 0{,}25 - 1{,}72\,a^2/L_f^2}{\mu - 1{,}3}$	$\dfrac{\mu}{\mu - 1{,}3}$

Pour des sections dissymétriques, en appelant v' la distance du centre de gravité de la section à la fibre la plus comprimée, on vérifie :

— pour la fibre à la distance v' : $\sigma + [(k_1 - 1)\sigma + k_f \sigma_f]\dfrac{v}{v'} \leqslant \sigma_e$

— pour la fibre à la distance v : $k_1\sigma - k_f \sigma_f \leqslant \sigma_e$

Remarque 1 : Pour le cas de flambement sans moment de flexion extérieur, il suffit de faire $\sigma_f = 0$, d'où : $k_1\sigma \leqslant \sigma_e$

ou : $\sigma \dfrac{\mu - 1}{\mu - 1{,}3} \leqslant \sigma_e$

avec : $\mu = \dfrac{\sigma_k}{\sigma} \geqslant 1$ et : $\sigma = \dfrac{N}{S}$

Remarque 2 : Examen du cas d'une charge répartie p.

On a vu en 2.5.3 ci-dessus que le moment maximal vaut : $M = \dfrac{pL^2}{8}\dfrac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cos u}$

avec $u = \dfrac{kL}{2}$.

On va démontrer que le rapport $\dfrac{2(1 - \cos u)}{u_2 \cos u}$

est pratiquement équivalent à $\dfrac{\mu + 0{,}03}{\mu - 1}$

En effet, on a :

$$\mu = \frac{\sigma_k}{\sigma} \qquad \sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} \qquad \sigma = \frac{N}{S} \qquad \lambda^2 = \frac{L^2}{i^2} \qquad i^2 = \frac{I}{S} \qquad u = \frac{kL}{2}$$

d'où :

$$k^2L^2 = 4u^2 \qquad k^2 = \frac{N}{EI} \quad \text{et} \quad EI = \frac{N}{k^2}$$

$$\mu = \frac{\pi^2 EI}{L^2 N} = \frac{\pi^2}{4u^2} \quad \text{et} \quad u = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{1}{\mu}}$$

On peut donc calculer les valeurs des moments données par les deux formules et les comparer.

Facteur multiplicateur du moment	Valeur pour $\mu = 1{,}3$	Valeur pour $\mu = 8$	Valeur pour $\mu = \infty$
$\dfrac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cos u}$	4,368	1,5146	1,000
$\dfrac{\mu + 0{,}03}{\mu - 1}$	4,433	1,5150	1,000
Pourcentages extrêmes d'erreur	+0,0785 % pour $\mu = 1{,}3$ −0,0252 % pour $\mu = 3{,}744$ 0 % pour $\mu = \infty$		

La formule retenue par les Règles CM 66 est de 1,3 en dénominateur au lieu de 1,00 pour avoir une marge de sécurité suffisante.

10.2. Poutres composées en treillis

Le calcul est nettement plus compliqué car il faut tenir compte du flambement d'ensemble, du flambement de chaque élément de la membrure, vertical ou incliné et des déformations d'effort tranchant. On pourra se reporter aux articles 3.42 et 3.53 des Règles CM 66 [10].

10.3. Exemple

Soit un poteau de portique à nœuds déplaçables en profil normalisé HEA 320 en acier de 360 MPa de limite élastique soumis à une charge pondérée de 1,94 MN et des moments pondérés aux deux extrémités dans le sens de la grande inertie valant :

$$M_1 = 0{,}11 \text{ MNm} \quad \text{et} \quad M_2 = -0{,}083 \text{ MNm}.$$

Les moments aux extrémités sont nuls dans le sens de la petite inertie.

10.3.1. Caractéristiques du profil

— hauteur : 310 mm
— largeur de l'aile : 300 mm
— épaisseur de l'âme : 9 mm
— aire de la section : $S = 124{,}4\ cm^2$
— moments d'inertie : $I_x = 22\ 930\ cm^4$ et $I_y = 6\ 895\ cm^4$
— rayons de giration : $i_x = 13{,}6$ cm (valeur lue en tableau, $\sqrt{\frac{I}{S}} = 13{,}58$ si calculée)
et $i_y = 7{,}49$ (valeur lue pour 7,493 calculée)
— modules d'inertie : $\left(\frac{I}{v}\right)_x = 1480\ cm^3$ et $\left(\frac{I}{v}\right)_y = 466\ cm^3$

10.3.2. Longueur de flambement et élancement

Supposons que les longueurs de flambement calculées suivant l'article 2.7.5 ci-dessus valent $L_{fx} = 6{,}62$ m dans le sens de la grande inertie et $L_{fy} = 5{,}95$ m dans l'autre sens. Les élancements valent :

$$\lambda_x = \frac{L_{fx}}{i_x} = 48{,}7 \quad \text{et} \quad \lambda_y = \frac{L_{fy}}{i_y} = 79{,}4$$

10.3.3. Calcul suivant la grande inertie

— Contrainte critique d'Euler : $\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 210\ 000}{48{,}7^2} = 873{,}9$ MPa

— Contrainte due à l'effort normal N : $\sigma = \frac{N}{S} = \frac{1{,}94 \times 10^4}{124{,}4} = 155{,}9$ MPa

— Contrainte due à la flexion maximale : $\sigma_f = \frac{M v}{I} = \frac{0{,}11 \times 10^6}{1480} = 74{,}3$ MPa

— Coefficient μ : $\mu = \frac{\sigma_k}{\sigma} = \frac{873{,}9}{155{,}9} = 5{,}606 > 1{,}3$

— Coefficient k_1 : $k_1 = \frac{\mu - 1}{\mu - 1{,}3} = 1{,}0697$

— Coefficient k_f : $k_f = \frac{\mu + 0{,}25}{\mu - 1{,}3} = 1{,}360$

— Contrainte maximale $\sigma_{cx} = k_1 \sigma + k_f \sigma_f = 267{,}81$ MPa

Remarque : Nous avons pris la contrainte de flexion correspondant au moment maximal qui a lieu à l'extrémité du poteau. Or, compte tenu du fait que le poteau appartient à une structure qui peut se déplacer, le maximum de la déformée du deuxième ordre (sommet de la sinusoïde L_f) a lieu en un point difficile à déterminer sans une étude détaillée. Pour éviter ces calculs fastidieux, nous retiendrons le moment maximal.

10.3.4. Calcul suivant la petite inertie

— Contrainte critique d'Euler : $\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 210\ 000}{79{,}4^2} = 328{,}8$ MPa

— Contrainte due à l'effort normal N : $\sigma = \frac{N}{S} = \frac{1{,}94 \times 10^4}{124{,}4} = 155{,}9$ MPa

— Coefficient μ : $\mu = \frac{\sigma_k}{\sigma} = 2{,}109 > 1{,}3$

— Coefficient k_1 : $k_1 = \frac{\mu - 1}{\mu - 1{,}3} = 1{,}3709$

— Contrainte maximale $\sigma_{cy} = k_1 \sigma = 213{,}7$ MPa

10.3.5. Vérifications

On vérifie bien que : $\sigma_{cx} = 267{,}81 < 355$ MPa et $\sigma_{cy} = 213{,}7 < 355$ MPa.

Généralement, on vérifie indépendamment le flambement dans les deux plans, sauf cas particulier du flambement avec flexion bi-axiale. Dans ce dernier cas, la contrainte de compression simple $\sigma = \frac{N}{S}$ étant comptée deux fois dans σ_{cx} et σ_{cy}, nous la retrancherons dans le calcul de contrainte de flexion déviée :

$$\sigma_c = \sigma_{cx} + \sigma_{cy} - \sigma = 325{,}6 < \sigma_e = 355\ \text{MPa}.$$

10.3.6. Exemple de recherche du point de contrainte maximale

Prenons le cas d'un poteau bi-articulé avec charges excentrées d'excentricités de mêmes valeurs absolues et de signes contraires (Fig. 31).

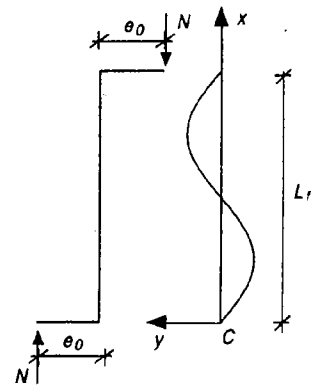


Fig. 31 — Poteau bi-articulé

Le moment maximal aux deux extrémités est nul à mi-hauteur. La déformée de flambement est une sinusoïde entière entre les extrémités du poteau.
Il est alors possible de considérer en chaque point d'ordonnée x :

— la contrainte de compression simple : $\sigma_1 = \frac{N}{S}$

— la contrainte de flambement due à la compression : $\sigma_2 = \sigma_1(k_1 - 1)\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$

— la contrainte de flexion : $\sigma_3 = Ne_0\left(\frac{2x}{L} - 1\right) / \left(\frac{I}{v}\right) = \sigma_f\left(\frac{2x}{L} - 1\right)$

avec $\sigma_f = Ne_0 / \left(\frac{I}{v}\right)$

— la contrainte de flambement due à la flexion : $\sigma_4 = \sigma_3(k_f - 1)\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)$

— la contrainte totale :

$$\sigma(x) = \sigma_1\left[1 + (k_1 - 1)\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)\right] + \sigma_f\left(1 - \frac{2x}{L}\right)\left[1 + (k_f - 1)\sin\left(\frac{\pi x}{L}\right)\right]$$

APPLICATION NUMÉRIQUE. Profil HEA 200, charge verticale pondérée N = 0,594 MN, excentrée en extrémités de ±0,08 m , longueur du poteau bi-articulé : 5,20 m.

$$S = 78{,}1\ \text{cm}^2 ; \qquad i = 8{,}28\ \text{cm} ; \qquad \left(\frac{I}{v}\right)x = 389\ \text{cm}^3 ;$$

$$L_f = 5{,}20\ \text{m} ; \qquad \lambda = \frac{5{,}2}{0{,}0828} = 62{,}8$$

$$\sigma_k = \frac{\pi^2 E}{\lambda^2} = \frac{\pi^2 \times 210\,000}{62{,}8^2} = 525{,}5\ \text{MPa}$$

$$\sigma_1 = \frac{N}{S} = \frac{0{,}594}{78{,}1 \times 10^4} = 76{,}06\ \text{MPa}$$

$$\mu = \frac{\sigma_k}{\sigma_1} = 6{,}909$$

$$k_1 = \frac{\mu - 1}{\mu - 1{,}3} = 1{,}053$$

$$\sigma_f = \frac{M}{I/v} = \frac{0{,}594 \times 0{,}08 \times 10^6}{389} = 122{,}16\ \text{MPa}$$

$$k_f = \frac{\mu + 0{,}25}{\mu - 1{,}3} = 1{,}276$$

$$\sigma(x) = 76{,}06\left[1 + 0{,}053\sin\left(\frac{\pi x}{5{,}2}\right)\right] + 122{,}16\left(1 - \frac{x}{2{,}6}\right)\left[1 + 0{,}276\sin\left(\frac{\pi x}{5{,}2}\right)\right]$$

Le tableau ci-dessous montre que c'est bien à l'extrémité du poteau que la contrainte est maximale.

Cote en m	Contrainte totale $\sigma(x)$
0	198,22
0,1 L = 0,52 m	183,37
0,2 L = 1,04 m	163,62
0,3 L = 1,56 m	139,10
0,4 L = 2,08 m	110,74
0,5 L = 2,60 m	80,09

11. POTEAU EN ACIER SUIVANT L'EUROCODE 3 [20]

11.1. Classes de sections transversales

Les sections transversales sont réparties en quatre classes en fonction du risque croissant de voilement local des semelles (ailes) et des âmes. Les classes 1 et 2 correspondent à un épuisement plastique des sections, les classes 3 et 4 à une instabilité avant épuisement plastique de la section. La classe 3 permet, toutefois, d'atteindre la limite d'élasticité sans risque de voilement. Les profils courants du commerce (IPN, IPE, HEA, HEB et HEM) peuvent être considérés comme appartenant à une des trois premières classes.

11.2. Elancement réduit

La longueur de flambement L_f est calculée en fonction des conditions d'extrêmités, voir art. 2.7 ci-dessus ou bien les formules de l'annexe E de l'EC3 ci-après.

On peut considérer une structure contreventée de façon rigide par des diagonales ou des voiles comme étant à nœuds non déplaçables.

Soient :
K_c = rigidité I/L du poteau étudié
K_{c1} = rigidité I/L du poteau supérieur
K_{c2} = rigidité I/L du poteau inférieur
K_{11} = rigidité I/L de la poutre supérieure gauche
K_{12} = rigidité I/L de la poutre supérieure droite
K_{21} = rigidité I/L de la poutre inférieure gauche
K_{22} = rigidité I/L de la poutre inférieure droite
I = moment d'inertie
L = longueur de l'élément

$$\eta_1 = \frac{K_c + K_{c1}}{K_c + K_{c1} + K_{11} + K_{12}}$$

$$\eta_2 = \frac{K_c + K_{c2}}{K_c + K_{c2} + K_{21} + K_{22}}$$

Nœuds fixes :	Nœuds déplaçables :
$\frac{L_f}{L} = 0,5 + 0,14(\eta_1 + \eta_2) + 0,055(\eta_1 + \eta_2)^2$ ou en variante : $\frac{L_f}{L} = \frac{1 + 0,145(\eta_1 + \eta_2) - 0,265\eta_1\eta_2}{2 - 0,364(\eta_1 + \eta_2) - 0,247\eta_1\eta_2}$	$\frac{L_f}{L} = \sqrt{\frac{1 - 0,2(\eta_1 + \eta_2) - 0,12\eta_1\eta_2}{1 - 0,8(\eta_1 + \eta_2) + 0,60\eta_1\eta_2}}$

I = moment d'inertie de la section transversale
A = aire de la section transversale

i = rayon de giration = $\sqrt{\frac{I}{A}}$

λ = élancement = $\frac{L_f}{i}$

E = module d'Young du matériau (= 210 000 MPa pour l'acier)

σ_c = contrainte critique d'Euler = $\frac{\pi^2 E}{\lambda^2}$

Soit λ_1 l'élancement correspondant à une contrainte critique d'Euler égale à la limite élastique f_y de l'acier.

On a $$f_y = \frac{\pi^2 E}{\lambda_1^2} \quad \text{d'où} \quad \lambda_1 = \pi \sqrt{\frac{E}{f_y}}.$$

On appelle élancement réduit le rapport de l'élancement réel sur l'élancement λ_1 corrigé d'un coefficient β_A qui vaut 1 pour les sections de classes 1 à 3 :

$$\lambda_{rel} = \frac{\lambda}{\lambda_1} \sqrt{\beta_A}$$

11.3. Résistance au flambement, sans déversement, des éléments soumis à une compression axiale

Pour des éléments uniformes (de section transversale constante), on vérifiera :

$$N_{Sd} \leqslant N_{b.Rd} = \frac{\chi \beta_A A f_y}{\gamma_{M_1}}$$

avec : N_{Sd} = effort de compression axiale en ELU
β_A = 1 pour des sections transversales de classe 1, 2 ou 3
γ_{M_1} = 1,10
χ = coefficient de flambement, non supérieur à l'unité, tenant compte de l'élancement (Fig. 32 et tableau ci-après)

$$\chi = \frac{1}{\varnothing + \sqrt{\varnothing^2 - \lambda_{rel}^2}} \qquad \varnothing = 0,5\,[1 + \alpha(\lambda_{rel} - 0,2) + \lambda_{rel}^2]$$

α = coefficient d'imperfection suivant le tableau 5.5.3 de l'EC3, reproduit ci-après, en fonction du type de profil, de ses dimensions et de l'axe de flambement considéré.

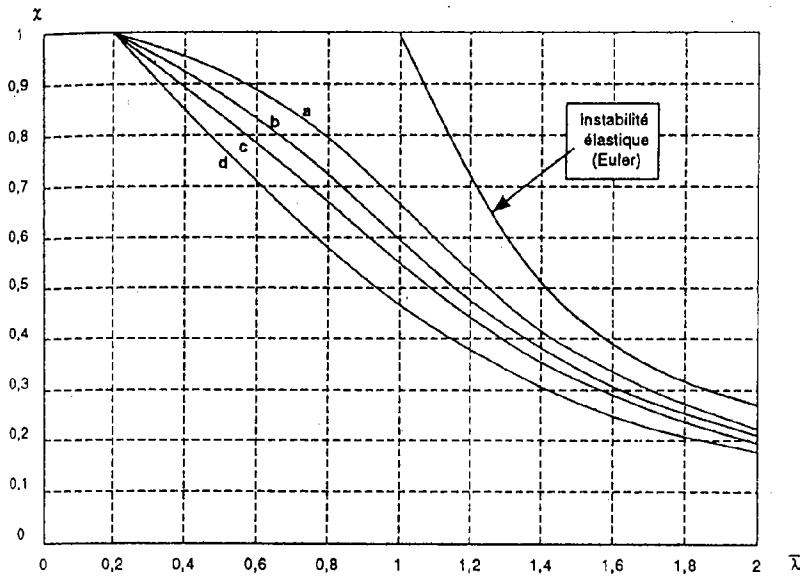


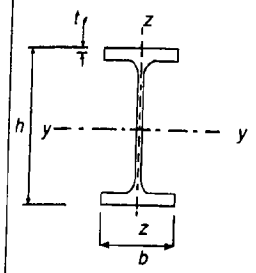
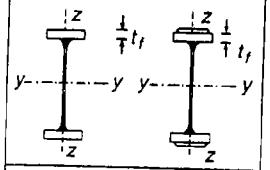
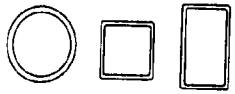
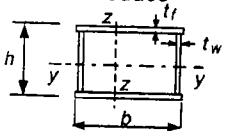
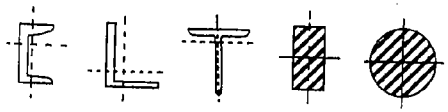
Fig. 32 — Courbes de flambement

Valeurs du coefficient χ en fonction de α

$\alpha = \lambda_{rel}$	0,21 **courbe a** χ_a	0,34 **courbe b** χ_b	0,49 **courbe c** χ_c	0,76 **courbe d** χ_d	$\frac{\sigma_c}{f_y}$
0,2	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
0,3	0,9775	0,9641	0,9491	0,9235	1,0000
0,4	0,9528	0,9261	0,8973	0,8504	1,0000
0,5	0,9243	0,8842	0,8430	0,7793	1,0000
0,6	0,8900	0,8371	0,7854	0,7100	1,0000
0,7	0,8477	0,7837	0,7247	0,6431	1,0000
0,8	0,7957	0,7245	0,6622	0,5797	1,0000
0,9	0,7339	0,6612	0,5998	0,5208	1,0000
1,0	0,6656	0,5970	0,5399	0,4671	1,0000
1,1	0,5960	0,5352	0,4842	0,4189	0,8264
1,2	0,5300	0,4781	0,4338	0,3762	0,6944
1,3	0,4703	0,4269	0,3888	0,3385	0,5917
1,4	0,4179	0,3817	0,3492	0,3055	0,5102
1,5	0,3724	0,3422	0,3145	0,2766	0,4444
1,6	0,3332	0,3079	0,2842	0,2512	0,3906
1,7	0,2994	0,2781	0,2577	0,2289	0,3460
1,8	0,2702	0,2521	0,2345	0,2093	0,3086
1,9	0,2449	0,2294	0,2141	0,1920	0,2770
2,0	0,2229	0,2095	0,1962	0,1766	0,2500
2,1	0,2036	0,1920	0,1803	0,1630	0,2268
2,2	0,1867	0,1765	0,1662	0,1508	0,2066
2,3	0,1717	0,1628	0,1537	0,1399	0,1890
2,4	0,1585	0,1506	0,1425	0,1302	0,1736
2,5	0,1467	0,1397	0,1325	0,1214	0,1600
2,6	0,1362	0,1299	0,1234	0,1134	0,1479
2,7	0,1267	0,1211	0,1153	0,1062	0,1372
2,8	0,1182	0,1132	0,1079	0,0997	0,1276
2,9	0,1105	0,1060	0,1012	0,0937	0,1189
3,0	0,1036	0,0994	0,0951	0,0882	0,1111
3,1	0,0972	0,0935	0,0895	0,0832	0,1041
3,2	0,0915	0,0880	0,0844	0,0786	0,0977
3,3	0,0862	0,0831	0,0797	0,0744	0,0918
3,4	0,0814	0,0785	0,0754	0,0705	0,0865
3,5	0,0769	0,0743	0,0715	0,0669	0,0816

Remarque : On notera qu'il n'est pas nécessaire de vérifier au flambement un poteau, lorsque l'élancement réduit λ_{rel} est inférieur à 0,20, soit lorsque l'élancement réel λ est inférieur à $288\sqrt{f_y}$ (ou 18,8 pour un acier de 235 MPa de limite élastique). Dans ce cas, on pourra vérifier : N_{Sd}, $N_{pl,Rd} = \frac{A f_y}{\gamma_{M0}}$ avec $\gamma_{M0} = 1,1$ en général. On peut retenir la valeur 1,00 pour γ_{M0} des aciers faisant l'objet de la marque NF.

Tableau 5.5.3 Choix de la courbe de flambement correspondant à une section

Type de section	Limites	axe de flambement	courbe de flambement
Sections en I laminées 	$h/b > 1,2$: $t_f \leqslant 40$ mm	$y - y$ $z - z$	*a* *b*
	40 mm $< t_f \leqslant 100$ mm	$y - y$ $z - z$	*b* *c*
	$h/b \leqslant 1,2$: $t_f \leqslant 100$ mm	$y - y$ $z - z$	*b* *c*
	$t_f > 100$ mm	$y - y$ $z - z$	*d* *d*
Sections en I soudées 	$t_f \leqslant 40$ mm	$y - y$ $z - z$	*b* *c*
	$t_f > 40$ mm	$y - y$ $z - z$	*c* *d*
Sections creuses 	laminées à chaud	quel qu'il soit	*a*
	formées à froid — en utilisant f_{yb}	quel qu'il soit	*b*
	formées à froid — en utilisant f_{ya}	quel qu'il soit	*c*
Caissons soudés 	d'une manière générale (sauf ci-dessous)	quel qu'il soit	*b*
	Soudures épaisses et $b/t_f < 30$ $h/t_w < 30$	$y - y$ $z - z$	*c* *c*
Sections en U, L, T et sections pleines 		quel qu'il soit	*c*

11.4. Exemple

• Données : poteau en acier HEB 300 de limite élastique 235 MPa, de longueur de flambement $L_f = 4{,}82$ m et recevant une charge axiale permanente $N_G = 0{,}95$ MN et une charge axiale d'exploitation $N_Q = 0{,}63$ MN.

• Calculs :

— Charge ultime $N_{Sd} = 1{,}35\ N_G + 1{,}5\ N_Q = 2{,}23$ MN
— Rayon de giration (lu sur le catalogue fournisseur) = 7,58 cm = 0,0758 m

— Élancement $\lambda = \dfrac{L_f}{i} = 63{,}6$

— Élancement $\lambda_1 = \pi\sqrt{\dfrac{E}{f_y}} = \pi\sqrt{\dfrac{210\,000}{235}} = 93{,}9$

— Élancement réduit $\lambda_{rel} = \dfrac{\lambda}{\lambda_1} = \dfrac{63{,}6}{93{,}9} = 0{,}677 > 0{,}2$

— Choix de la courbe de flambement d'après tableau ci-dessus pour :
  – section en I laminé
  – $\dfrac{h}{b} = \dfrac{300}{300} = 1 < 1{,}2$ et t_f (épaisseur de la semelle ou aile) = 19 < 100
  – axe de flambement : $z - z$

on trouve : courbe c
— Facteur d'imperfection courbe c : $\alpha = 0{,}49$
— Coefficient $\varnothing = 0{,}5\,[1 + \alpha(\lambda_{rel} - 0{,}2) + \lambda_{rel}^2]$
$= 0{,}5\,[1 + 0{,}49(0{,}677 - 0{,}2) + 0{,}677^2] = 0{,}846$

$$\chi = \frac{1}{\varnothing + \sqrt{\varnothing^2 - \lambda_{rel}^2}} = \frac{1}{0{,}846 + \sqrt{0{,}846^2 - 0{,}677^2)}} = 0{,}739$$

$$N_{Sd} = 2{,}23 \leqslant N_{b.R_d} = \frac{\chi \beta_A A f_y}{\gamma_{M1}} = \frac{0{,}739 \times 1 \times 149{,}1 \times 10^{-4} \times 235}{1{,}1} = 2{,}35 \text{ MN}$$

OK car 2,23 < 2,35 MN.

12. POTEAU MIXTE ACIER-BÉTON SUIVANT L'EUROCODE 4 [21]

12.1. Types de poteaux mixtes

— Profils aciers entièrement enrobés de béton (Fig. 33-a) ;
— Profils acier remplis de béton (Fig. 33-d, e, f) ;
— Profils aciers partiellement enrobés de béton (Fig. 33-b, c).

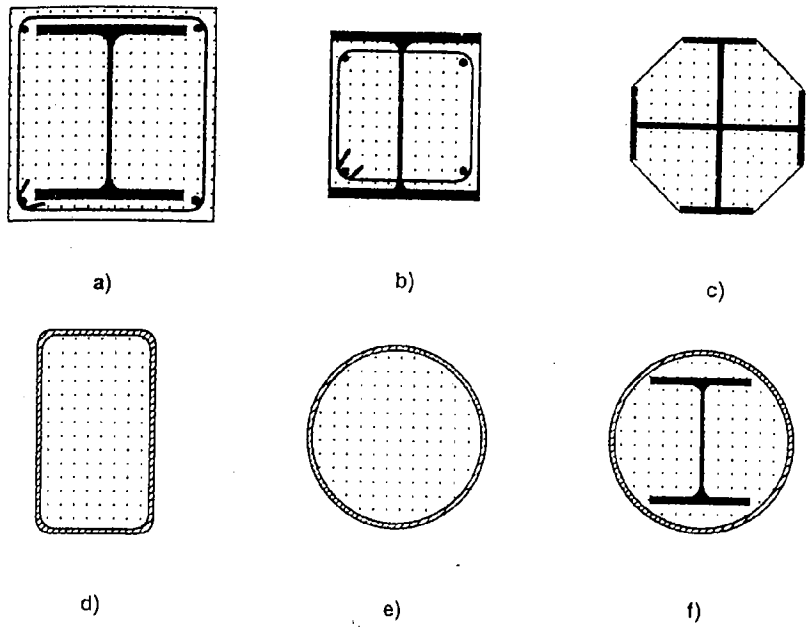


Fig. 33 — Types de poteaux-mixtes

Nous n'étudierons ci-après que les poteaux rigides comprimés, isolés ou considérés comme tels en appartenant à une ossature rigide et à nœuds non déplaçables.

12.2. Méthode simplifiée pour le calcul des poteaux mixtes de section transversale à double symétrie, soumis à une charge centrée sans moment

12.2.1. Longueur de flambement L_f

On pourra la calculer suivant les méthodes exposées à l'article 2.7 ou 11.2 ci-dessus. A défaut de calcul plus précis, la longueur peut être prise égale à la longueur du poteau.

12.2.2. Rigidité élastique réelle de flexion

La rigidité élastique réelle de flexion de la section transversale est égale à la somme des rigidités des trois composants acier, béton et armatures :

$$(EI)_e = E_a I_a + 0{,}8 E_{cd} I_c + E_s I_s$$

avec : E_a et I_a module d'Young de l'acier structural et moment d'inertie du profil
E_s et I_s module d'Young de l'acier de l'armature et moment d'inertie des armatures

E_{cd} et I_c module d'Young et moment d'inertie du béton

$$E_{cd} = \frac{E_{cm}}{\gamma_c}$$

$E_{cm} = 9{,}5(f_{ck} + 8)^{2/3}$ en MPa

$\gamma_c = 1{,}35$

f_{ck} = résistance caractéristique à la compression du béton

12.2.3. Résistance plastique $N_{pl,R}$

Elle est la somme des résistances des trois composants :

$$N_{pl,Rd} = \frac{A_a f_y}{\gamma_{Ma}} + \frac{A_c(\theta f_{ck})}{\gamma_c} + \frac{A_s f_{sk}}{\gamma_s}$$

avec : $\gamma_{Ma} = 1{,}10$ sauf pour les profils titulaires de la marque NF où $\gamma_{Ma} = 1{,}00$
$\gamma_c = 1{,}5$
$\gamma_s = 1{,}15$
$\theta = 0{,}85$ sauf pour les profils creux remplis de béton où $\theta = 1{,}00$

La section A_s des armatures des poteaux partiellement enrobés de béton doit être au moins égale à 0,03 % de la section de béton A_c.

Pour les tubes remplis de béton et de section circulaire de diamètre d , on peut prendre en compte le confinement (effet de frettage) si :
— l'élancement réduit (voir en 12.2.4 ci-après) λ_{rel} est inférieur à 0,5 ;
— le moment maximal du premier ordre $M_{max,Sd}$ est inférieur à $0{,}1\,d N_{Sd}$.

On a alors :

$$N_{pl,Rd} = \frac{A_a \eta_2 f_y}{\gamma_{Ma}} + \frac{A_c f_{ck}}{\gamma_c}\left(1 + \eta_1 \frac{t f_y}{d f_{ck}}\right) + \frac{A_s f_{sk}}{\gamma_s}$$

avec : t = épaisseur du tube creux

$$\eta_1 = \eta_{10}\left(1 - 10\frac{e}{d}\right)$$

$$\eta_2 = \eta_{20} + 10(1 - \eta_{20})\frac{e}{d}$$

$\eta_{10} = 4{,}9 - 18{,}5\lambda_{rel} + 17\lambda_{rel}^2$ $(\geqslant 0)$

$\eta_{20} = 0{,}25(3 + 2\lambda_{rel})$ $(\leqslant 1)$

λ_{rel} = élancement réduit, voir en 12.2.4 ci-après

Pour $\frac{e}{d} < 0{,}1$: $\eta_1 = 0$ et $\eta_2 = 1$

12.2.4. Charge élastique critique et élancement réduit

La charge élastique critique d'Euler vaut $N_{cr} = \frac{\pi^2 (EI)_c}{L_f^2}$ (voir en 2.2 ci-dessus).

On appelle élancement réduit λ_{rel} le rapport de l'élancement réel λ sur l'élancement

correspondant à l'égalité de l'effort critique d'Euler et de la résistance de l'élément en compression simple centrée sans flambement et avec des coefficients γ sur les matériaux égaux à l'unité :

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_{cr}}}$$

$N_{pl,R}$ étant la valeur de $N_{pl,Rd}$ pour $\gamma_{Ma} = \gamma_c = \gamma_s = 1{,}00$

12.2.5. Vérification de la résistance

On vérifiera : $N_{Sd} \leqslant \chi N_{pl,Rd}$

χ est un coefficient minorateur prenant en compte l'influence de l'élancement λ_{rel} et dépendant de la courbe de flambement (Fig. 32) :
— courbe *a* pour les profils creux remplis de béton ;
— courbe *b* pour les profils en I partiellement ou totalement remplis de béton.

12.3. Exemple 1

Soit un profil HEA 300 de 112,5 cm² de section, entièrement enrobé de béton par un poteau de 400 × 400 mm (Fig. 34), supportant :
— une charge axiale permanente non pondérée N_G = 1,87 MN et
— une charge axiale d'exploitation non pondérée N_Q = 1,23 MN.
La longueur de flambement est L_f = 4,55 m.

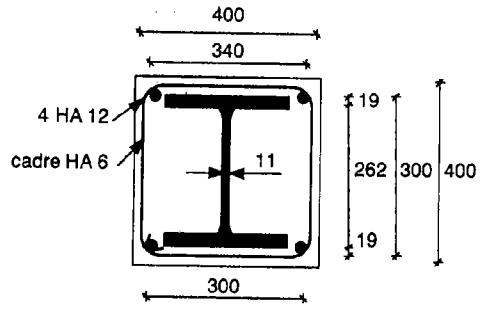


Fig. 34 — Exemple de poteau entièrement enrobé de béton

• Dispositions constructives

L'enrobage du profil doit être supérieur à 40 mm et $\frac{b}{6}$ = 50 mm : OK

La section d'acier doit être au minimum de 0,3 % de la section de béton :
As $\geqslant 0{,}003 \times (1600 - 112{,}5) = 4{,}46$ cm² soit 4 HA 12 = 4,52 cm² : OK

• Caractéristiques des sections

	Unités	Acier	Béton	Armatures
Résistance ou limite élastique	MPa	$f_y = 235$	$f_{ck} = 25$	$f_{sk} = 500$
Coefficient γ_M		$\gamma_{Ma} = 1$ (marque NF)	$\gamma_c = 1,5$	$\gamma_s = 1,15$
Module d'Young	MPa	$E_a = 210\,000$	$E_{cm} = 30\,500$	$E_s = 210\,000$
Section	cm²	$A_a = 112,5$	$A_c = 1\,487,5$*	$A_s = 4,52$
Moment d'inertie	cm⁴	$I_a = 6\,310$	$I_c = 207\,023$**	$I_s = 1\,780$***

(*) $40 \times 40 - 112,5 = 1\,487,5$

(**) $\frac{bh^3}{12} - I_a = \frac{40^4}{12} - 6\,310 = 207\,023$

(***) $4,52\left(\frac{34}{2}\right)^2 = 1\,306$

• Rigidité élastique réelle de flexion

$$(EI)_e = \left[210\,000 \times 6\,310 + 0,8\left(\frac{30\,500}{1,35}\right)207\,023 + 210\,000 \times 1\,306\right] 10^{-8}$$
$$= 53,41 \text{ MN.m}^2$$

• Résistance plastique

$$N_{pl,Rd} = \left[\frac{112,5 \times 235}{1,00} + \frac{1\,487,5 \times 0,85 \times 25}{1,50} + \frac{4,52 \times 500}{1,15}\right] 10^{-4} = 4,948 \text{ MN}$$

• Charge élastique critique

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \times 53,41}{4,55^2} = 25,463 \text{ MN}$$

et $$N_{pl,R} = A_a f_y + A_c(\theta f_{ck}) + A_s f_{sk} = 6,031 \text{ MN}$$

• Elancement relatif

$$\lambda = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{6,031}{25,463}} = 0,487$$

• Coefficient χ

Pour une profil enrobé de béton, on prendra la courbe de flambement b de la figure 32 (ou le tableau), on trouve pour $\lambda_{rel} = 1,487$, la valeur de $\chi = 0,89$.

• Vérification

$N_{Sd} = 1,35\,N_G + 1,5\,N_Q = 1,35 \times 1,87 + 1,5 \times 1,23 = 4,37 \text{ MN} \leqslant \chi N_{pl,Rd}$
$4,37 \leqslant 0,89 \times 4,948 = 4,404 \text{ MN}$ OK

12.4. Exemple 2

Soit un tube rempli de béton diamètre $d = 200$ mm, épaisseur $e = 10$ mm, supportant
— une charge axiale permanente non pondérée $N_G = 0,77$ MN et
— une charge axiale d'exploitation non pondérée $N_Q = 0,23$ MN.
La longueur de flambement est $L_f = 2,85$ m.

• Caractéristiques des sections

	Unités	Acier	Béton
Résistance ou limite élastique	MPa	$f_y = 235$	$f_{ck} = 25$
Coefficient γ_M		$\gamma_{Ma} = 1,10$	$\gamma_c = 1,5$
Module d'Young	MPa	$E_a = 210\,000$	$E_{cm} = 30\,500$
Section	cm²	$A_a = 59,69$	$A_c = 254,47$
Moment d'inertie	cm⁴	$I_a = 2\,701$*	$I_c = 5\,153$

(*) $\frac{\pi(d^4 - d_i^4)}{64} = \frac{\pi(20^4 - 18^4)}{64} = 2\,701 \text{ cm}^4$

• Rigidité élastique réelle de flexion

$$(EI)_e = \left[210\,000 \times 2\,701 + \frac{30\,500 \times 5\,153}{1,35}\right] 10^{-8} = 6,836 \text{ MN.m}^2$$

• Résistance plastique

$$N_{pl,Rd} = \left[\frac{59,69 \times 235}{1,10} + \frac{254,47 \times 25}{1,50}\right] 10^{-4} = 1,70 \text{ MN}$$

• Charge élastique critique

$$N_{cr} = \frac{\pi^2 \times 6,836}{2,85^2} = 8,307 \text{ MN}$$

et $$N_{pl,R} = A_a f_y + A_c(\theta f_{ck}) + A_s f_{sk} = 2,039 \text{ MN}$$

• Elancement réduit

$$\lambda = \sqrt{\frac{N_{pl,R}}{N_{cr}}} = \sqrt{\frac{2,039}{8,307}} = 0,495$$

• Coefficient χ

Pour un profil creux rempli de béton, on prendra la courbe de flambement a de la figure 32 (ou le tableau), on trouve pour $\lambda_{rel} = 1,487$, la valeur de $\chi = 0,924$

• Vérification

$N_{Sd} = 1,35 N_G + 1,5 N_Q = 1,35 \times 0,77 + 1,5 \times 0,23 = 1,384 \text{ MN} \leqslant \chi N_{pl,Rd}$
$1,384 \leqslant 0,924 \times 1,70 = 1,571 \text{ MN}$ OK

Remarque : Nous n'avons pas calculé l'effet de frettage car l'élancement réduit est très voisin de 0,5, valeur à partir de laquelle le frettage ne peut plus être pris en compte. Sinon, on aurait à vérifier que :
— $\lambda_{rel} = 0{,}495$ est inférieur à 0,5
— le moment maximal du premier ordre $M_{max,\,sd} = 0$ est inférieur à $0{,}1\,d.\ N_{Sd}$

avec : t = épaisseur du tube creux = 1,0 cm

$$\eta_{10} = 4{,}9 - 18{,}5\lambda_{rel} + 17\lambda_{rel}^2 = 4{,}9 - 18{,}5 \times 0{,}495 + 17 \times 0{,}495^2 = -0{,}093$$

donc $\eta_{10} = 0$ car $\eta_{10} \geqslant 0$

$$\eta_{20} = 0{,}25(3 + 2\lambda_{rel}) = 0{,}25(3 + 2 \times 0{,}495) = 0{,}998 \leqslant 1$$

$$\eta_1 = \eta_{10}\left(1 - 10\frac{e}{d}\right) = 0$$

$$\eta_2 = \eta_{20} + 10(1 - \eta_{20})\frac{e}{d} = 0{,}999$$

$$N_{pl,\,Rd} = \frac{A_a \eta_2 f_y}{\gamma_{Ma}} + \frac{A_c f_{ck}}{\gamma_c}\left(1 + \eta_1 \frac{t f_y}{d f_{ck}}\right) + \frac{A_s f_{sk}}{\gamma_s} = 1{,}70\ \text{MN}$$

13. POTEAU EN BOIS SUIVANT L'EUROCODE 5 [22]

13.1. Élancement réduit

On utilise les variables suivantes :
— la longueur de flambement L_f, à déterminer suivant l'article 2.7 ci-dessus ;
— l'aire de la section droite A ;
— le moment d'inertie de la section droite I ;
— le rayon de giration $i = \sqrt{\frac{I}{A}}$;
— l'élancement $\lambda = \frac{L_f}{i}$;
— le module d'Young $E_{0,05}$, voir chapitre 7, article 10.3.1 ci-dessus ;
— la résistance caractéristique de compression en compression axiale $f_{c,0,k}$, voir chapitre 7, article 10.3.1 ci-dessus ;
— la contrainte critique d'Euler $\sigma_{c,crit} = \frac{\pi^2 E_{0,05}}{\lambda^2}$;
— l'élancement réduit $\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit}}}$ pour chacune des deux directions de flambement possible (voir en 11.2 ci-dessus).

13.2. Vérification en compression simple

• Si les deux élancements réduits suivant les deux directions de flambement possible sont inférieurs à 0,5, on peut négliger les effets du flambement et vérifier l'inégalité suivante :

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{S,d}}{A} \leqslant f_{c,0,d} = \frac{k_{mod} f_{c,0,k}}{\gamma_m}$$

Le coefficient k_{mod} tient compte de la durée de la combinaison de charge et du taux d'humidité. (Voir chapitre 7, article 10.4.1.).
Le coefficient γ_m vaut 1,3 (DAN contre 1,5 pour l'EC5 de base) pour les combinaisons fondamentales ELU et 1,1 pour les combinaisons accidentelles.

• Si l'élancement réduit est supérieur à 0,5, on vérifiera l'inégalité :

$$\sigma_{c,0,d} \leqslant k_c f_{c,0,d}$$

Le coefficient k_c tient compte de l'élancement réduit λ_{rel} :

$$k_c = \frac{1}{k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}}$$

avec : $k = 0{,}5\,[1 + \beta_c(\lambda_{rel} - 0{,}5)] + \lambda_{rel}^2$
$\beta_c = 0{,}2$ pour le bois massif,
$\beta_c = 0{,}1$ pour le lamellé collé.

13.3. Flexion déviée

En flexion déviée, on prendra en compte les moments de flexion dans les deux directions perpendiculaires, tour à tour avec le coefficient majorateur k_m :

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,z} f_{c,0,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leqslant 1$$

$$\frac{\sigma_{c,0,d}}{k_{c,y} f_{c,0,d}} + k_m \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} + \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} \leqslant 1$$

avec :

$\sigma_{c,0,d}$ contrainte de compression de calcul
$\sigma_{m,y,d}$ et $\sigma_{m,z,d}$ contraintes de flexion dues à des charges latérales quelconques

$$k_{c,y} = \frac{1}{k_y + \sqrt{k_y^2 - \lambda_{rel,\,y}^2}} \quad \text{(de même pour } k_{c,z}\text{)}$$

$k_y = 0{,}5\,[1 + \beta_c(\lambda_{rel,\,y} - 0{,}5) + \lambda_{rel,\,y}^2]$ (de même pour k_z)
β_c facteur valant 0,2 pour les bois masifs et 0,1 pour le lamellé collé
k_m facteur valant :
$k_m = 0{,}7$ pour les sections rectangulaires
$k_m = 1{,}0$ dans les autres cas.

13.4. Exemple

• Données

Poteau rectangulaire en lamellé collé de classe GL32 (voir chapitre 7, article 10.3.1), de 360 mm × 300 mm, situé à l'intérieur d'un local commercial.

Charge axiale permanente $N_G = 0{,}392$ MN
Charge axiale d'exploitation $N_Q = 0{,}302$ MN
Longueur de flambement $L_f = 4{,}54$ m
Module d'Young $E_{0,05} = 12\,000$ MPa
Résistance caractéristique $f_{c,0,k} = 27$ MPa (voir chap.7, art.10.3.1)

• Calculs

Aire $A = 0{,}3 \times 0{,}36 = 0{,}108$ m²

Moment d'inertie $I = \dfrac{0{,}36 \times 0{,}3^3}{12} = 0{,}000810$ m⁴

Rayon de giration $i = \sqrt{\dfrac{I}{A}} = 0{,}0866$ m

Elancement $\lambda = \dfrac{L_f}{i} = 52{,}42$

$$\lambda_{rel} = \sqrt{\frac{f_{c,0,k}}{\sigma_{c,crit}}} = \sqrt{\frac{27}{43{,}09}} = 0{,}79 > 0{,}5$$

Comme $\lambda_{rel} > 0{,}5$, on calcule k avec $\beta_c = 0{,}1$ (lamellé collé)

$$k = 0{,}5\,[1 + 0{,}1\,(0{,}79 - 0{,}5) + 0{,}69^2] = 0{,}8196$$

$$k_c = \frac{1}{\left[k + \sqrt{k^2 - \lambda_{rel}^2}\right]} = \frac{1}{0{,}8196 + \left[\sqrt{0{,}8196^2 - 0{,}79^2}\right]}$$

$$N_{Sd} = 1{,}35\,N_G + 1{,}5\,N_Q = 0{,}982 \text{ MN}$$

$$\sigma_{c,0,d} = \frac{N_{Sd}}{A} = \frac{0{,}982}{0{,}108} = 9{,}09 \text{ MPa}$$

$k_{mod} = 0{,}7$ (voir chapitre 7, art. 10.4.1 ci-dessus)

$$f_{c,0,d} = \frac{k_{mod}\, f_{c,0,k}}{\gamma_m} = \frac{0{,}7 \times 27}{1{,}5} = 12{,}6 \text{ MPa}$$

On vérifie : $\sigma_{c,0,d} = 9{,}09 \leqslant k_c f_{c,0,d} = 0{,}7583 \times 12{,}6 = 9{,}55$ MPa OK

14. DÉVERSEMENT DES POUTRES EN BÉTON ARMÉ

Le déversement d'une poutre fléchie est une instabilité au flambement de la partie comprimée de la poutre. Pour une poutre sur deux appuis simples, la partie supérieure de la poutre est comprimée. Si la raideur transversale de la partie comprimée est faible

(absence de raidisseur, de table ou semelle), il peut y avoir instabilité.

On trouvera dans les traités de Résistance des Matériaux [13] [19] les conditions auxquelles doivent satisfaire les poutres et leur chargement pour éviter le déversement.

Le tableau 3 en fin de chapitre donne les valeurs des charges et moments critiques pour des cas simples de chargement.

Pour les poutres en béton, l'Eurocode 2 [7] permet de ne pas avoir à vérifier le déversement si les conditions du tableau ci-dessous sont remplies.

Déversement	EC2	EC2-DAN
A ne pas vérifier si : (L_{0f} = longueur de la membrure comprimée entre appuis latéraux, b = largeur de la membrure, h = hauteur de la membrure)	$L_{0f} \leqslant 50\,b$ et $h \leqslant 2{,}5\,b$	$L_{0f} \leqslant 35\,b$ et $h \leqslant 3{,}5\,b$

EXEMPLE : Poutre rectangulaire bi-articulée de matériau homogène de 30 000 MPa de module d'Young et de coefficient de Poisson égal à 0,3, de dimensions :

largeur $b = 0{,}20$ m, hauteur $h = 1{,}20$ m et portée L = 12 m,

soumise à une charge uniforme en ELU $p = 0{,}124$ MN/m

On calcule :

— le moment d'inertie transversale : $i = \dfrac{hb^3}{12} = 0{,}0008$ m⁴

— module d'élasticité transversale : $G = \dfrac{0{,}5 \times 30\,000}{1{,}30} = 11\,540$ MPa

— moment d'inertie de torsion : $K = kb^3h = 0{,}002864$ m⁴ (programme "INERTORS" par exemple) avec $k = 0{,}2983$

— la charge critique vaut :

$$p_c = 28{,}3\sqrt{\frac{KEiG}{L^3}} = 28{,}3\sqrt{\frac{0{,}002864 \times 30\,000 \times 0{,}0008 \times 11\,540}{12^3}}$$

$= 0{,}461$ MN/m $> 0{,}124$ OK

Les conditions de l'Eurocode 2 sont :

$L_{0f} = L = 12 < 50b = 10$ m : NON VERIFIÉE

$h = 1{,}2 < 2{,}5b = 0{,}50$: NON VERIFIÉE

Remarque : Les conditions de l'Eurocode ci-dessus ne sont pas vérifiées, car elles vont très largement dans le sens de la sécurité. Par ailleurs, les hypothèses de la Résistance des Matériaux ne s'appliquent pas rigoureusement au béton armé, du fait de la fissuration du béton en flexion et en torsion, et de la plastification éventuelle des sections lors du déversement.

15. FLEXION DÉVIÉE

Il est quelquefois nécessaire de vérifier des sections en béton armé en flexion déviée (poutres ou poteaux). A part la méthode approchée CEB/FIP (voir *Projet de béton armé*, p. 43), il n'existe pas de méthode pratique. Nous proposons le programme basic "FLEXDEV" ci-après.

15.1. Programme "FLEXDEV" *

Ce programme permet de vérifier, en flexion déviée, avec un effort normal nul (flexion déviée simple) ou positif (compression) ou négatif (traction), une section quelconque, constituée d'un polygone fermé, convexe ou concave, armée d'une ou de plusieurs barres.

La vérification s'applique :
— aux sections partiellement tendues en ELS ou en ELU ;
— aux sections entièrement comprimées ou tendues en ELS seulement.

Des vides circulaires peuvent être introduits en indiquant conventionnellement un diamètre négatif.
Des sections creuses, types caissons, peuvent être vérifiées en décrivant le contour extérieur et intérieur sans discontinuité (Fig. 35).

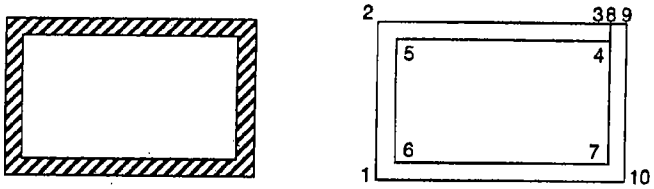


Fig. 35 — Flexion déviée de section en caisson

15.2. Mode d'emploi

Ligne 1

Nx, Nb, Na
Nx = nombre de pas cde calcul, 4 pour une précision moyenne, 12 pour une grande précision. Le temps de calcul varie comme le cube de Nx.
Nb = nombre de sommets du polygone délimitant la section
Na = nombre d'aciers (et de vides cumulés)

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

Ligne 2
(Nb lignes)

X_i, Y_i
X_i = abscisse (m) du point i
Y_i = ordonnée (m) du point i
Les points sont à numéroter à la suite, par exemple dans le sens des aiguilles d'une montre

Ligne 3
(Na lignes)

D_j, X_j, Y_j
D_j = diamètre (mm) de l'acier j (négatif pour un vide)
X_j = abscisse (m) de l'acier j
Y_j = ordonnée (m) de l'acier j

Ligne 4

P, e_x, e_y ou 0, M_x, M_y
P = charge (MN) appliquée,
e_x = excentricité suivant l'axe x de la charge (m), si $P \neq 0$
e_y = excentricité suivant l'axe y de la charge (m), si $P \neq 0$
M_x = moment par rapport à l'axe Oy (MNm), si $P = 0$
M_y = moment par rapport à l'axe Ox (MNm), si $P = 0$

Ligne 5

Etat, f_{c28}, f_e
Etat = 1 en ELS et = 2 en ELU
f_{c28} = résistance du béton (MPa)
f_e = limite élastique des aciers (MPa)

Ligne 6
(si Etat = 1)

Fiss
= 1 en fissuration ELS peu préjudiciable
= 2 en fissuration ELS préjudiciable
= 3 en fissuration ELS très préjudiciable

15.3. Exemple

Soit la section en double Té de la figure 36 avec : P_u = 2,327 MN en ELU, les excentricités par rapport au sommet inférieur gauche, que nous avons pris comme origine des coordonnées, valent : e_x = 0,520 m et e_y = 0,786 m.

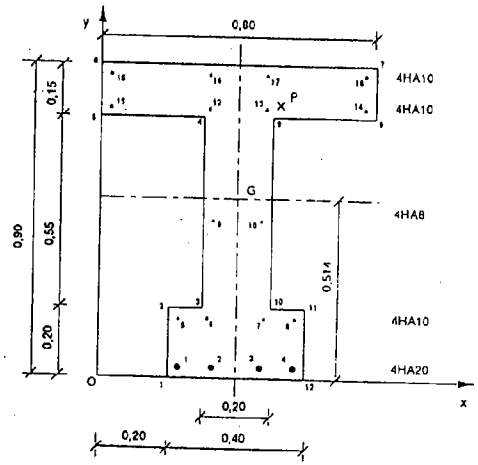


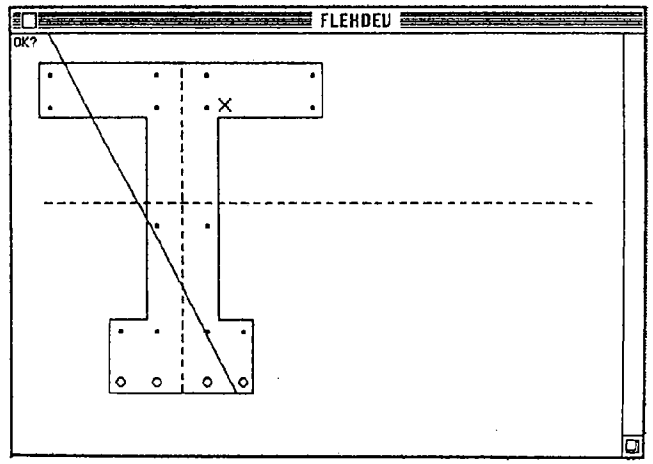
Fig. 36 — Exemple de vérification en flexion déviée

15.4. Liste de données

```
12, 18                  'I2 points et 18 aciers
1, 0, 2, 0              'coordonnées des points
2, 0.2, 0.2
3, 0.3, 0.2
4, 0.3, 0.75
5, 0, 0.75
6, 0, 0.9
7, 0.8, 0.9
8, 0.8, 0.75
9, 0.5, 0.75
10, 0.5, 0.2
11, 0.6, 0.2
12, 0.6, 0
1, 20, 0.23, 0.03       'diamètre et coordonnées des aciers
2, 20, 0.33, 0.03
3, 20, 0.47, 0.03
4, 20, 0.77, 0.03
5, 10, 0.23, 0.17
6, 10, 0.33, 0.17
7, 10, 0.47, 0.17
8, 10, 0.77, 0.17
9, 8, 0.33, 0.45
10, 8, 0.47, 0.45
11, 10, 0.03, 0.78
12, 10, 0.33, 0.78
13, 10, 0.47, 0.78
14, 10, 0.77, 0.78
15, 10, 0.03, 0.87
16, 10, 0.33, 0.87
17, 10, 0.47, 0.87
18, 10, 0.77, 0.87
2.327, 0.53, 0.786      'charge et excentricités
2, 25, 500              'ELU, f_c28, f_e
```

15.5. Résultats sur imprimante

```
DONNEES
-------
Polygone de 12 Sommets , 18 Aciers

SOMMETS POLYGONE BETON :
     Coordonnees/    Coordonnees /     Longueur
No  Repere Initial  Nouveau Repere
      x     y        X     Y

ACIERS :
     Coordonnees/    Coordonnees /   Diametre Section
No  Repere Initial  Nouveau Repere     (mm)    (cm2)
      x     y        X     Y
 1   0.230 0.030   -0.170 -0.484      20.0     3.14
 2   0.330 0.030   -0.070 -0.484      20.0     3.14
 3   0.470 0.030    0.070 -0.484      20.0     3.14
 4   0.570 0.030    0.170 -0.484      20.0     3.14
 5   0.230 0.170   -0.170 -0.344      10.0     0.79
 6   0.330 0.170   -0.070 -0.344      10.0     0.79
 7   0.470 0.170    0.070 -0.344      10.0     0.79
 8   0.570 0.170    0.170 -0.344      10.0     0.79
 9   0.330 0.450   -0.070 -0.064       8.0     0.50
10   0.470 0.450    0.070 -0.064       8.0     0.50
11   0.030 0.780   -0.370  0.266      10.0     0.79
12   0.330 0.780   -0.070  0.266      10.0     0.79
13   0.470 0.780    0.070  0.266      10.0     0.79
14   0.770 0.780    0.370  0.266      10.0     0.79
15   0.030 0.870   -0.370  0.356      10.0     0.79
16   0.330 0.870   -0.070  0.356      10.0     0.79
17   0.470 0.870    0.070  0.356      10.0     0.79
18   0.770 0.870    0.370  0.356      10.0     0.79

EXCENTRICITE :
     Coordonnees/    Coordonnees /
    Repere Initial  Nouveau Repere
       x     y        X     Y
     0.520 0.786    0.120 0.272
Coordonnees du Centre de gravite dans Oxy (initial) : xG= 0.400 yG=
0.514
Coordonnees de O dans le Nouveau repere GXY         : XO=-0.400 YO=-
0.514
Angle (Ox,GX) =   0.00 degres
Moments d'Inertie par Rapport au Repere Initial Decale en G :
      (/Gx)  :  Ix =  0.028750 m4
      (/Gy)  :  Iy =  0.007833 m4
      (/Gxy) :  Ixy= -0.000000 m4
Moments d'Inertie par Rapport aux Axes Principaux d'Inertie :
      (/GX)  :  I1 =  0.028750 m4
      (/GY)  :  I2 =  0.007833 m4

Beton : fc28 = 25.0 MPa , Acier : fe = 500 MPa
Charge :  2.327 MN , Moments M/Ox = 1.8290 MNm , M/Oy = 1.2100 MNm
                     Moments M/GX = 0.6336 MNm , M/GY = 0.2792 MNm

Calcul en ELU


RESULTATS
---------

Effort Normal Resistant =  1.86967 MN <  2.3270 MN : NON VERIFIE
 Excentricite Verifiee  a  0.0036 m pres
Equation de l'Axe Neutre par rapport aux Axes Principaux de la
Section :
     Y =  -1.8701 X    -0.2332
```




```
Temps de Calcul =   .165 s
```

Tableau 1 - LONGUEUR DE FLAMBEMENT DES POTEAUX

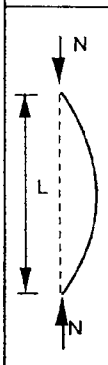
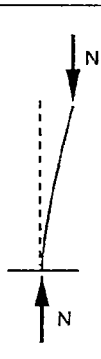
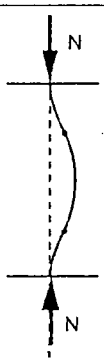
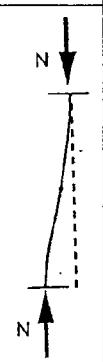
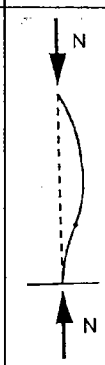
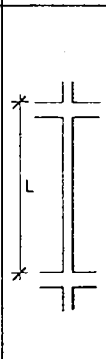
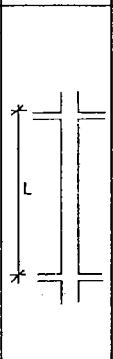
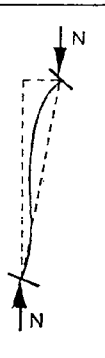
Référence	Cas idéaux de la résistance des matériaux					Valeurs approchées BAEL art. B.8.3.31		Valeurs plus précises CM 66 art. 5.13	
	$L_f = L$	$L_f = 2L$	$L_f = L/2$	$L_f = L$	$L_f = 0{,}7L$	$L_f = 0{,}7L$	$L_f = L$	$0{,}5L \leqslant L_f \leqslant L$	$L \leqslant L_f \leqslant \infty$
									
Conditions aux extrémités - haut - bas	articulé articulé	libre encastré	encastré encastré	encastré encastré	libre encastré	les raideurs I/L des poutres aux extrémités sont au moins égales à la raideur du poteau	si conditions précédentes non satisfaites	partiellement encastré	partiellement encastré
Déplacement en tête	non	oui	non	oui	non	non	non	non	oui

Tableau 2 - FLAMBEMENT DE POTEAUX ET ARCS (suite)

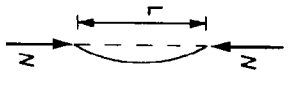
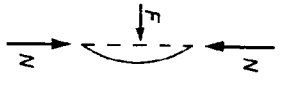
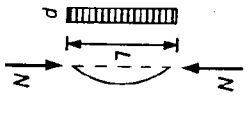
Schéma	Effort critique	Déformée maximale	Moment maximal
1. 	$N_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$y = \frac{y_0}{1 - \frac{N}{N_c}}$	$M = \frac{N y_0}{1 - \frac{N}{N_c}}$
2. Force horizontale F à mi-hauteur 	$N_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$y = -\frac{FL^3}{48EI}\frac{3\operatorname{tg} u - u}{u^3}$ avec $u = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{N}{N_c}}$	$M = \frac{FL}{4}\frac{\operatorname{tg} u}{u}$
3. Charge répartie horizontale p 	$N_c = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$	$y = -\frac{5pL^4}{384EI}K$ avec $K = \frac{24(1-\cos u) - 12u^2\cos u}{5u^4\cos u}$ et $u = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{N}{N_c}}$	$M = \frac{\pi L^2}{8}\frac{2(1-\cos u)}{u^2\cos u}$

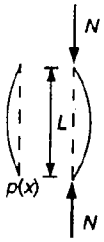
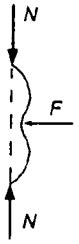
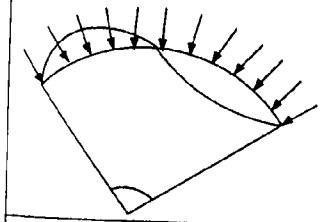
Schéma	Effort critique	Déformée maximale	Moment maximal
4. Moment constant aux deux extrémités	$N_c = \frac{\pi^2 E I}{L^2}$	$y = \frac{C L^2}{8 E I} \frac{2(1 - \cos u)}{u^2 \cos u}$ avec $u = \frac{\pi}{2}\sqrt{\frac{N}{N_c}}$	$M = \frac{C}{\cos u}$
5. Milieu élastique avec : $p = -ky$ 	— Si $N^2 > 4EIk$ $N_c = \frac{\pi^2 E I}{L^2} K$ — Si $N^2 < 4EI/k$ pas de flambement possible	avec $K = m^2 + \frac{kL^4}{m^2 \pi^4 EI}$	m = celui des 2 entiers encadrant la valeur $m' = \frac{L}{\pi}\sqrt[4]{\frac{k}{EI}}$ donnant la valeur de N_c minimum
6. Appui élastique à mi-hauteur : $F = -ky$ 	— Si $k > \frac{16\pi^2 EI}{L^3}$ une ondulation $N_c = \frac{4\pi^2 EI}{L^2}$ — Si $k < \frac{16\pi^2 EI}{L^3}$ deux ondulations $N_c = \frac{4u_1^2 EI}{L^2}$	u_1 = la racine positive de l'équation : $\operatorname{tg} u = u - \frac{16 EI u^3}{kL^3}$	

Schéma	Effort critique	Déformée maximale	Moment maximal
7. Poteau sous son propre poids p	$p_c = \frac{7{,}83 EI}{L^3}$ ou $L_c = \sqrt[3]{\frac{7{,}83 E_i}{p}}$	Pour un mât de hauteur L recevant plusieurs charges concentrées P_i situées à la cote x_i à partir du pied, on se ramène au cas de poteau avec une charge $P = \sum P_i$ en tête et une longueur L_0 (donc longueur de flambement $L_f = 2L_0$) avec : $L_0 = L\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{i=n} P_i K_i}{P}}$ $K_i = \frac{1}{1 - \sin[0{,}5\pi(1 - k_i/L)]}$	BAEL 91, article E.7.2.2
8. Cercle sous charge radiale p	$p_c = \frac{E e^3}{4(1 - \nu^2)R^3}$	R = rayon à mi-épaisseur e ν = coefficient de Poisson $L_f = \sqrt{\frac{\pi^2 R^3}{3h}}$	$M = \frac{pRe_0}{1 - \frac{p}{p_c}}$ pour une excentricité de forme initiale e_0 et une charge p
9. Arc circulaire sous charge radiale p 		— Bi-articulé : $p_c = \frac{EI}{R^3}\left(\frac{\pi^2}{\alpha^2} - 1\right)$ $L_f = \sqrt{\frac{\pi^2 R^3}{h\left(\frac{4\pi^2}{\alpha^2} - 1\right)}}$ — Bi-encastré $p_c = (k^2 - 1)\frac{EI}{R^3}$	α = ouverture de l'angle k = racine de $k\operatorname{tg}\alpha = \operatorname{tg}(k\alpha)$
10. Arc funiculaire très surbaissé sous charge radiale p		— Bi-articulé : $N_c = 4\pi^2 \frac{EI}{L^2}$ — Bi-encastré : $N_c = 8{,}183\pi^2 \frac{EI}{L^2}$	— Bi-articulé : $L_f = \frac{L}{2}$ — Bi-encastré : $L_f = 0{,}35L$

α	k	α	k
30°	8,621	120°	2,364
60°	4,375	150°	2,066
90°	3,000	180°	2,000

Tableau 3 - DÉVERSEMENT

i = moment d'inertie transversale
E = module d'Young
K = moment d'inertie de torsion
G = module d'élasticité transversale $= 0{,}5\,E/(1+\nu)$
ν = coefficient de Poisson (= 0 pour le calcul des sollicitations, = 0,3 pour les déformations)

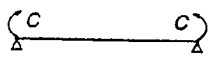
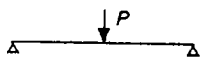
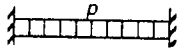
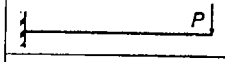
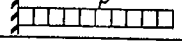
Schéma	Charge critique	Moment critique	Réf.
Poutre bi-articulée avec moment constant C 		Si la poutre ne peut pas tourner à l'appui : $M_c = \pi\sqrt{\frac{GKEi}{L^2}}$	[18] [13]
Poutre bi-articulée avec charge concentrée à mi-portée P 	$P_c = 16{,}93\sqrt{\frac{GKEi}{L^2}}$ $P_c = 17{,}2\sqrt{\frac{GKEi}{L^2}}$	$M_c = 4{,}23\sqrt{\frac{GKEi}{L}}$ $M_c = 4{,}01\sqrt{\frac{GKEi}{L}}$	[13] [19]
Poutre bi-articulée avec charge répartie p	$p_c = 28{,}3\sqrt{\frac{GKEi}{L^3}}$	$M_c = 3{,}54\sqrt{\frac{GKEi}{L}}$	[18] [13]
Poutre bi-articulée avec moment C		$M_c = 5{,}6\sqrt{\frac{GKEi}{L^2}}$	[18]
Poutre encastrée à la flexion verticale et charge répartie p 	$p_c = 98{,}4\sqrt{\frac{GKEi}{L^3}}$		[18]
Console encastrée à la flexion verticale sous charge en bout 	$P_c = 4{,}01\sqrt{\frac{GKEi}{L^2}}$	$M_c = 4{,}01\sqrt{\frac{GKEi}{L}}$	[13] [18] [19]
Console encastrée à la flexion verticale sous charge répartie p 	$p_c = 12{,}85\sqrt{\frac{GKEi}{L^3}}$		[13] [18]

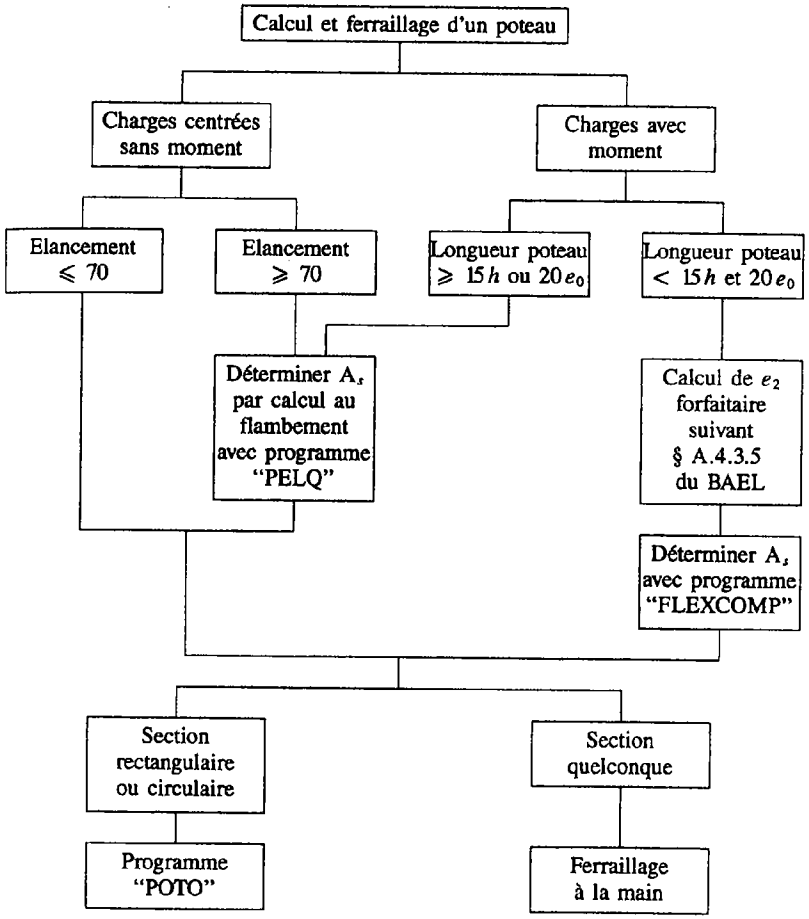
Tableau 4 - POTEAUX RECTANGULAIRES EN BÉTON ARMÉ AVEC CHARGE CENTRÉE

Élancement	$\lambda = \frac{L_f}{i}$ avec $i = 0{,}289\,h$, $h \leqslant b$ et L_f = longueur de flambement	
Section réduite	$B_r = (b - 0{,}02)(h - 0{,}02)$ de côtés b et h	
Effort ultime	$N_u = 1{,}35N_G + 1{,}5N_Q \leqslant N_{u\,lim}$ N_G = charges permanentes N_Q = charges d'exploitation $N_{u\,lim} = \alpha\left[\frac{B_r f_{c28}}{0{,}9\gamma_b} + \frac{A_s f_e}{\gamma_s}\right]$ $\gamma_b = 1{,}5$ et $\gamma_s = 1{,}15$ sauf combinaisons accidentelles A_s = section totale d'acier longitudinal $\geqslant A_{min}$	
	Pour $\lambda \leqslant 50$ $\alpha = \frac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2}$	Pour $50 < \lambda \leqslant 70$ $\alpha = 0{,}6\left(\frac{50}{\lambda}\right)^2$
Aciers longitudinaux	$A_s \geqslant A_{min}$ avec $A_{min} = \text{Max}\,[8(b + h)\,;\,20\,bh]$ cm² b et h en mètres $A_s \leqslant A_{max} = 5\,\%$	
	Nombre de barres : au moins une barre dans chaque angle *Diamètre* : $\varnothing_L$ à partir de 8 mm, panachage de deux diamètres différents avec $\varnothing_{L\,max}$ et $\varnothing_{L\,min}$, différence maximum de 2 numéros dans la liste des diamètres *Espacement* : $\leqslant$ Min [h + 10 ; 0,40 m] *Recouvrement* : $0{,}6\,L_s$ ($\mp\ f_e\varnothing_{L\,max}/(9\,f_{c28})$	
Aciers transversaux	*Diamètre* : $\varnothing_t \geqslant \varnothing_{L\,max}/3$ (cadres & épingles éventuelles) *Espacement* : $s \leqslant$ Min [h + 0,10 m ; 0,40 m ; $15\varnothing_{L\,min}$] et au moins 3 cadres dans la zone de recouvrement	
Enrobage au nu des aciers	1 cm : locaux couverts non exposés aux condensations 3 cm : exposés aux intempéries, condensations, liquides ou actions agressives (ramené à 2 cm pour $f_{c28} \geqslant 40$ MPa) 5 cm : exposé à la mer, embruns marins, atmosphère très agressive *et aussi* le diamètre de l'acier	

Tableau 5 - CALCUL D'UN POTEAU EN BÉTON ARMÉ

Sollicitations	Combinaisons ELU des efforts normaux et moments appliqués ; en général : $N_u = 1{,}35N_G + 1{,}5N_Q$ et $M_u = 1{,}35M_G + 1{,}5M_Q$	
Dimensionnement	Voir chapitre 3, article 7.2, ou *Projet de béton armé* [12] (pages 135 et 218)	
Longueur de flambement	L_f Voir tableau 1 ci-dessus	
Elancement λ	$\lambda = \frac{L_f}{i}$ avec i = rayon de giration $= \sqrt{\frac{I}{S}}$ $\left(= \frac{h}{\sqrt{12}}\right.$ en sect. rect.$\left.\right)$	
Choix de la méthode	Moments et excentricités nuls Si $\lambda \leqslant 70$: méthode forfaitaire B Si $\lambda > 70$: méthode Faessel	Moments ou excentricités non nuls $\left(e_0 = \frac{M_u}{N_u}\right)$ Si $L_f \leqslant 20h$ ou $L_f \leqslant 15e_0$ méthode forfaitaire A Sinon : méthode Faessel
Méthode forfaitaire A	BAEL Art. A.4.3.5 1 - Calcul de e_2 d'après (30), §5.1 2 - $e_f = e_0 + e_a + e_2$ 3 - Calcul en flexion composée avec N_u et $M = e_f N_u$ • voir en § 5.1 : méthodes pratiques • on vérifiera les sections d'acier estimées par "FLEXCOMP" ou "FLEXRECT" 4 - Une fois connus les aciers longitudinaux : • ferraillage à la main, tableau 4 pour les poteaux rectangulaires • ferraillage automatique avec "POTO"	$e_0 = \frac{M_u}{N_u}$ $e_a = \text{Max}\left[\frac{L}{250}; 0{,}02\text{ m}\right]$ L = longueur du poteau
Méthode forfaitaire B	BAEL Art. B.8.4 1 - Détermination des aciers longitudinaux d'après (éq. 29), § 4 2 - Ferraillage à la main : tableau 4 pour les poteaux rectangulaires ou bien 1 - Détermination des aciers et ferraillage automatique avec "POTO"	
Méthode Faessel	1 - Détermination (par essais successifs de différentes sections d'acier) des aciers longitudinaux nécessaires avec "PELQ" 2 - Ferraillage à la main : tableau 4 ou automatique pour les poteaux rectangulaires avec "POTO"	

Tableau 6 - ORGANIGRAMME DE CALCUL D'UN POTEAU EN BÉTON ARMÉ


Calcul et ferraillage d'un poteau
Charges centrées sans moment
Charges avec moment
Elancement ⩽ 70
Elancement ⩾ 70
Longueur poteau ⩾ 15h ou 20e0
Longueur poteau < 15h et 20e0
Déterminer As par calcul au flambement avec programme "PELQ"
Calcul de e2 forfaitaire suivant § A.4.3.5 du BAEL
Déterminer As avec programme "FLEXCOMP"
Section rectangulaire ou circulaire
Section quelconque
Programme "POTO"
Ferraillage à la main

NOTA : La détermination de la section d'acier longitudinal A_s avec les deux programmes "PELQ" et "FLEXCOMP" se fera par essais successifs des valeurs, car ces deux programmes effectuent une vérification des sections pour des sollicitations données.

BIBLIOGRAPHIE

[1] FUENTES A. — Béton armé. Calcul des ossatures. Torsion, Flambement, Oscillations, Déformations plastiques. Paris, Eyrolles, 1978.

[2] COIN A. — Ossatures des Bâtiments. Paris, Eyrolles, 1977.

[3] GÉRY, CALGARO — Les Matrices-Transferts dans les calculs de structures. Paris, Eyrolles, 1973.

[4] TICHY, RAKOSNIK — Calcul plastique des structures en béton. Paris, Eyrolles, 1975.

[5] BS 8110 — Code of Practice for Design and Construction - Structural Use of Concrete, Part 1. Bristish Standard Institution.

[6] DIN 1045 - Deutsches Institut für Normung, Berlin.

[7] EC2 - Eurocode 2 - Structures en béton - Norme européenne EN 1992-1 - Comité européen de normalisation.

[8] CEP/FIP Model Code 1990 - Comité euro-internationnal du béton - Lausanne.

[9] ACI 318-89 - Building Code Requirements for Reinforced Concrete - American Concrete Institute, Detroit.

[10] Règles CM 66 - Règles de Calcul de Constructions en Acier. Paris, Eyrolles.

[11] Règles BAEL 91- Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton armé suivant la méthode des états-limites. Paris, CSTB et Eyrolles, 1992.

[12] THONIER H. — Le Projet de béton armé. Paris, SEBTP, 1991.

[13] COURBON J. — Résistance des Matériaux. Paris, Dunod.

[14] LACROIX R., FUENTES A., THONIER H. — Traité de béton armé. Paris, Eyrolles, 1982.

[15] TIMOSCHENKO S. — Théorie de la stabilité élastique. Paris, Béranger, 1943.

[16] COURBON J. — Flambement des poutres circulaires. *Annales de l'ITBTP*, juin 1965.

[17] COURBON J. — Flambement des arcs circulaires. *Annales de l'ITBTP*, juillet-août 1967.

[18] FAUCHART J. — Cours de béton précontraint, T. 1. Cours de l'ENPC, 1969.

[19] TIMOSCHENKO S. — Résistance des Matériaux, Paris, Béranger, 1949.

[20] EC3 — Eurocode 3. Structures en acier. Norme européenne EN 1993 - 1. Comité européen de normalisation.

[21] EC4 — Eurocode 4. Structures mixtes acier-béton. Norme européenne EN 1994 - 1. Comité européen de normalisation.

[22] EC5 — Eurocode 5. Structures en bois. Norme européenne EN 1995 - 1. Comité européen de normalisation.

[23] VANDEPITTE D. — Flambement plan d'un arc funiculaire élastique quelconque. *Annales de l'ITBTP*, février-mars 1985.

[24] HOURIET B., TRAMELAN, WALTER R. — Dimensionnement pratique des pièces comprimées élancées en béton armé. *Journal de la SIA*, décembre 1984.

[25] FAESSEL P. — Difficultés diverses du flambement. *Annales de l'ITBTP*, juillet-août 1984.

[26] BOURRIER P., FOULT T., LESCOUARC'H Y. — Constructions métalliques civiles et industrielles. Paris, Presses de l'ENPC, 1988.

[27] Règles BPEL 91 — Règles techniques de conception et de calcul des ouvrages et constructions en béton précontraint suivant la méthode des états-limites, CSTB.

9. PORTIQUES ET OSSATURES

1. DÉFINITIONS

Un portique est une structure située dans un même plan vertical et constituée d'éléments appelés barres, c'est-à-dire dont deux des dimensions sont petites par rapport à leur longueur.

Ces barres sont appelées traverses ou poutres lorsqu'elles sont horizontales, montants ou poteaux lorsqu'elles sont verticales, et diagonales lorsqu'elles sont inclinées. Dans certains cas, on trouve des poutres inclinées : toitures, rampes, escaliers, gradins.

Les principaux types de structures de bâtiments sont :
— les ossatures composées de poutres et poteaux pouvant constituer des portiques ;
— les systèmes planchers-voiles (voir chapitres 7 et 10) ;
— les structures associant les deux systèmes.

On peut classer les portiques en deux catégories :
— les portiques à nœuds non déplaçables ; le contreventement est assuré par des éléments raides tels que voiles de contreventement, murs en maçonnerie ou palées de contreventement avec diagonales (Fig.1) ;
— les portiques à nœuds déplaçables reprenant directement les efforts horizontaux de vent ou de séisme (Fig.2).

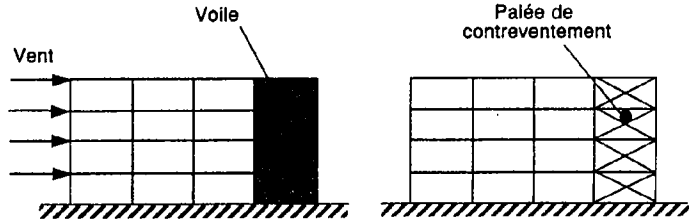


Fig. 1 — Portiques à nœuds non déplaçables

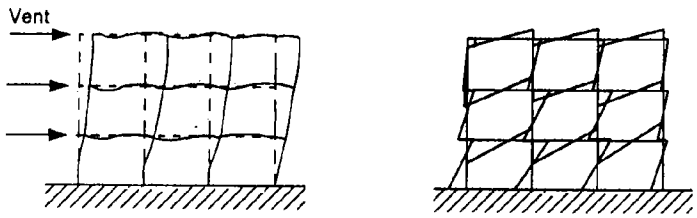


Fig. 2 — Portique à nœuds déplaçables - Déplacements et moments

Les portiques en béton armé à nœuds déplaçables sont peu utilisés en bâtiment, car le contreventement est assuré de façon onéreuse et avec des déplacements pas toujours compatibles avec les déformations que peuvent supporter sans désordre les remplissages (voir le commentaire de l'art. B.8.1,2 du BAEL)

Le calcul d'un portique est d'autant plus complexe que le nombre de barres est élevé. Différentes méthodes ont été mises au point pour pouvoir résoudre, sans ordinateur et dans un délai assez rapide, les portiques habituellement rencontrés en bâtiment.

Les méthodes de calcul décrites ci-après permettent de déterminer les moments aux extrémités des barres. Il convient ensuite de respecter la condition de fermeture des moments pour chaque barre et pour chaque cas de charge en fonction des moments aux extrémités M_{a1} et M_{a2}, du moment à mi-travée M_t et du moment isostatique à mi-travée M_o :

$$M_t - \frac{M_{a1} + M_{a2}}{2} = \pm M_o \qquad (1)$$

2. PORTIQUES SIMPLES

Les portiques comportant quelques barres et généralement un seul étage (Fig.3) peuvent être calculés par des méthodes manuelles ou par l'utilisation de formulaires [1] [7].

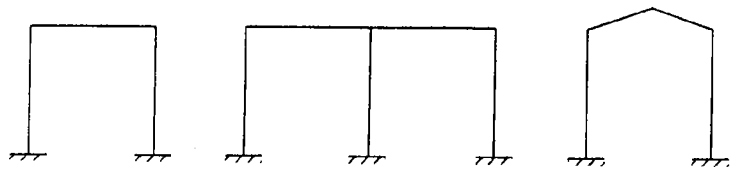


Fig. 3 — Exemples de portiques simples

EXEMPLE (Fig.4)

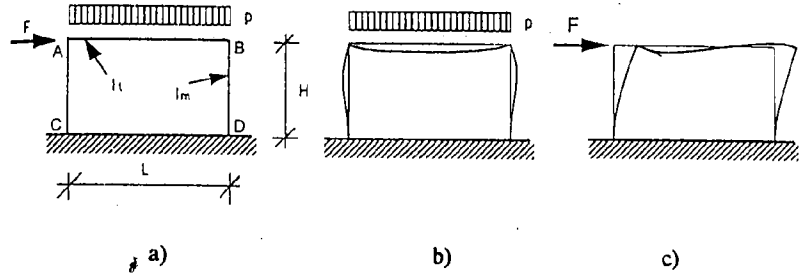


Fig. 4 — Exemple de portique à un étage
Déformations sous charge verticale (4-b) et sous force horizontale (4-c)

• **Action de la charge sur la traverse**

Par raison de symétrie, la traverse de longueur L et de moment d'inertie I_t, est soumise à :
— une charge répartie p ;
— un moment M_1 aux deux extrémités, représentant l'encastrement partiel de la traverse dans les montants ;
— une rotation α à l'appui A (Fig.5), fonction de p et M_1 en A et B (voir chapitre 2, cas 1 et 19)

$$\alpha = -\frac{pL^3}{24EI_t} - \frac{M_1L}{3EI_t} - \frac{M_1L}{6EI_t} = -\frac{pL^3}{24EI_t} - \frac{M_1L}{2EI_t}$$

— une force de compression F_1 dont on négligera l'action de racourcissement ; cette force équilibre les réactions d'appui horizontales.

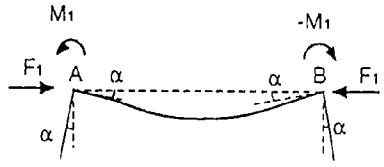


Fig. 5 — Rotations aux appuis de la traverse AB

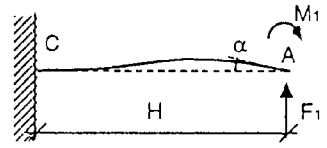


Fig. 6 — Rotation en tête du montant AC

Le montant est étudié comme une console de portée H soumise à (Fig.6) :
— un moment M_1 en tête ;
— une force F_1 dirigée vers l'extérieur du portique, telle que la déformée en A soit nulle sous l'action de M_1 et F_1.

La rotation en A vaut (chapitre 2, cas 1 et 32) :

$$\alpha = +\frac{M_1H}{EI_m} - \frac{F_1H^2}{2EI_m}$$

La flèche en A s'écrit (chapitre 2, cas 1 et 32) :

$$f_A = -\frac{F_1 H^3}{3EI_m} + \frac{M_1 H^2}{2EI_m} = 0$$

d'où $F_1 = \frac{3M_1}{2H}$ et $\alpha = +\frac{M_1 H}{EI_m} - \frac{3M_1}{2H}\frac{H^2}{2EI_m} = +\frac{M_1 H}{4EI_m}$

L'égalité des rotations α en A du montant et de la traverse donne la valeur du moment M_1 :

$$\frac{M_1 H}{4EI_m} = -\frac{pL^3}{24EI_t} - \frac{M_1 L}{2EI_t}$$

d'où :

$$M_1 = -\frac{pL^3}{24EI_t}\frac{1}{\frac{H}{4EI_m} + \frac{L}{2EI_t}}$$

$$M_1 = -\frac{pL2}{12}\frac{1}{1 + \frac{HI_t}{2LI_m}}$$

• Si I_m tend vers l'infini (montants infiniment rigides), $M_1 = -\frac{pL2}{12}$ comme pour une travée parfaitement encastrée à ses deux extrémités (chap.2, cas 43).

• Si I_m tend vers zéro (montants infiniment souples), $M_1 = 0$ comme pour une travée sur deux appuis simples.

• Si $I_m = I_t$ et $L = H$, on a $M_1 = -\frac{pL^2}{18}$ valeur que l'on peut facilement retrouver avec une poutre continue de trois travées de portée L, encastrée à ses deux extrémités et soumise à une charge p sur la travée centrale (Fig.7).

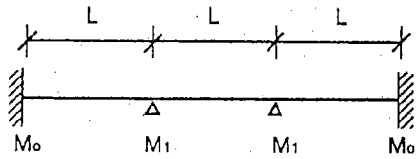


Fig. 7 — Poutre de trois travées encastrée à ses deux extrémités

On peut appliquer deux fois l'équation des trois moments (chap. 1, éq.24) en remplaçant l'encastrement d'extrémités par une travée infiniment courte.

$$2M_o L + M_1 L = 0$$
$$M_o L + 4M_1 L + M_1 L = -pL^3/4$$

d'où :

$$M_o = -\frac{M_1}{2} \text{ et } M_1 = -\frac{pL^2}{18}$$

Ce qui est vérifié.

• Action de la force horizontale F

Par raison de symétrie et en négligeant les déformations dues à l'effort normal, nous

avons une traverse soumise à deux moments opposés M_2 et $-M_2$ à ses deux extrémités et un montant soumis à un moment M_2 et à une force F/2 (Fig.8).

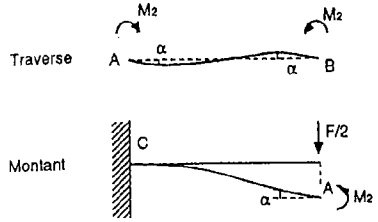


Fig. 8 — Traverse et montant - Rotations et sollicitations

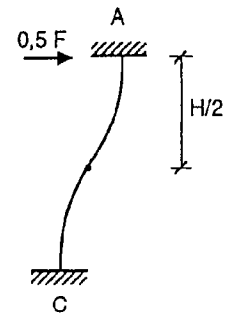


Fig. 9 — Montant parfaitement encastré aux deux extrémités

Pour la traverse : $\alpha = -\frac{M_2 L}{3EI_t} + \frac{M_2 L}{6EI_t} = -\frac{M_2 L}{6EI_t}$ (chap.2, cas 20)

Pour le montant : $\alpha = -\frac{0{,}5FH^2}{2EI_m} + \frac{M_2 H}{EI_m}$ (chap.2, cas 24 et 32)

L'égalisation des deux valeurs de la rotation α en A donne le moment M_2 :

$$M_2 = \frac{0{,}25FH}{1 + \frac{I_m L}{6I_t H}}$$

• Si $I_t = 0$, le montant travaille comme une console encastrée en pied et $M_2 = 0$.
• Si $I_t = \infty$, $M_2 = 0{,}25$ FH, le montant est parfaitement encastré à ses deux extrémités avec déplacement horizontal possible. Le moment est calculé par rapport au point d'inflexion situé à mi-hauteur (point de moment nul) et vaut (Fig.9) :

$$0{,}5\ F\ \frac{H}{2} = 0{,}25\ F\ H$$

Posons $K = \frac{HI_t}{LI_m}$, on en tire $M = M_1 + M_2 = -\frac{pL^2}{12}\frac{1}{1 + 0{,}5K} + \frac{FH}{4}\frac{1}{1 + \frac{1}{6K}}$

• Calcul des réactions d'appuis

Les réactions horizontales des deux appuis sont égales, car l'effort F est à répartir au prorata des inerties (même rotation et même flèche en extrémité de deux consoles identiques, les sollicitations sont proportionnelles aux inerties, chap.2, cas 24 à 33), soit : $R_C = R_D = 0{,}5$ F.

Le moment de renversement dû au vent vaut : $M_r = F\ H$.
Il est repris à la fois par les moments d'encastrement des pieds des montants et par des réactions d'appuis verticales.
Le moment en pied de montant est celui d'une console encastrée soumise à un moment

M_2 et à une force 0,5 F en extrémité (chap.2, cas 24 et 32) : $M_C = M_D = 0{,}5\,F\,H - M_2$.
Les deux réactions d'appui verticales $\pm R_v$ sont données par :

$$M_r = R_v L + M_C + M_D \quad \text{soit} \quad R_v = \pm \frac{2M_2}{L} = \frac{\pm 0{,}5\,FH}{L\left(1 + \frac{I_m L}{6 I_t H}\right)}$$

• Calcul au moyen de formulaires

Le formulaire [1] pour la forme de cadre n° 41, définit les paramètres :

$$k = \frac{I_t}{I_m}\frac{H}{L} \quad N_1 = k + 2 \quad \text{et} \quad N_2 = 6k + 1$$

Le moment en tête de montant vaut :

$$M = -\frac{pL^2}{6N_1} + \frac{FH}{2}\frac{3k}{N_2} = -\frac{pL^2}{6(k+2)} + \frac{FH}{4}\frac{6k}{6k+1}$$

$$= -\frac{pL^2}{12(1 + 0{,}5k)} + \frac{FH}{4}\frac{1}{1 + \frac{1}{6k}}$$

On retouve bien la même valeur.

3. PORTIQUES MULTIPLES EN BETON ARMÉ

Il existe plusieurs méthodes de calcul des portiques, des plus simples aux plus exactes. Cependant, elles sont, en général, d'autant moins précises qu'elles sont plus simples. Comme on le verra en 4 ci-après, ce n'est pas d'une importance primordiale en béton armé.

Quelle que soit la méthode utilisée, on peut toujours, pour les portiques de bâtiments courants et sous l'action des seules charges verticales, calculer les traverses comme des poutres continues sans tenir compte des raideurs des poteaux (BAEL, art. E.2.3 pour le méthode de Caquot). Les poteaux sont calculés sous les seules charges verticales. Il est loisible de prendre en compte les raideurs des seuls poteaux de rive pour l'encastrement des travées de rive et pour les moments apportés aux extrémités des poteaux (BAEL, art. E.2.43 pour la méthode de Caquot).

3.1. Méthodes rapides

3.1.1. Sous l'action des charges verticales

D'après le principe décrit ci-dessus, nous désolidarisons les éléments horizontaux (poutres) des éléments verticaux (poteaux).

Les traverses d'un même niveau peuvent être calculées comme des travées d'une poutre continue en négligeant la raideur des poteaux, par les méthode de Caquot (BAEL, art. B.6.2,221) ou des trois moments (voir chap. 1, art. 5 et 6). Un dimensionnement rapide peut être obtenu à partir d'un moment approché $pL^2/10$.

Les poteaux reprennent les charges verticales apportées par les poutres (réactions d'appuis). On peut considérer qu'elles sont égales aux réactions isostatiques des poutres, majorées de 15 % pour les poteaux centraux d'un portique à deux travées et de 10 % pour des poteaux intérieurs dans les autres cas, les poteaux de rive reprenant la réaction isostatique non minorée (BAEL, art. B.8.1,1).

Le dimensionnement peut alors être conduit suivant les indications du chapitre 3, art. 7.2.

3.1.2. Sous l'action des charges horizontales

Pour les portiques à nœuds déplaçables, on peut appliquer la méthode suivante extraite du BAEL (Art. B.8.1,2). Les charges horizontales sont reprises par d'autres éléments que le portique.

Pour des portiques :
— dont les poteaux d'un même étage ont tous la même hauteur ;
— où les raideurs (rapport I/L) des différentes travées des poutres du plancher solidaires des poteaux sont toutes supérieures au cinquième de la raideur du poteau le plus raide, on peut admettre les hypothèses simplificatrices suivantes :
— les forces horizontales sont à répartir suivant les différents poteaux au prorata de leur inertie, en ne retenant les poteaux de rive que pour 80 % de leur inertie ;
— les poteaux des étages courants sont encastrés dans les planchers et articulés à mi-hauteur d'étage ;
— les poteaux de l'étage le plus bas sont encastrés partiellement en fonction de la raideur des fondations. Il serait prudent de prendre l'enveloppe du cas articulé et du cas encastré.

En complément :
— comme cas intermédiaire, on peut considérer les poteaux du premier niveau comme articulés au tiers de leur hauteur ;
— les poteaux de l'étage le plus élevé sont moins bien encastrés que ceux des étages situés au-dessous, du fait de l'absence de poteaux au-dessus. Il est prudent de considérer que le point d'inflexion est situé au-dessus de la mi-hauteur du poteau. On pourra retenir sa position aux deux-tiers de cette hauteur.

On n'oubliera pas de prendre en compte :
— les efforts verticaux dans les poteaux, traction ou compression, équilibrant la différence entre le moment de renversement et les moments d'encastrement à chaque niveau ;
— les moments supplémentaires dus à l'excentrement des charges verticales après déplacements des nœuds sous l'action des charges horizontales.

3.1.3. Exemple

Soit le portique de la figure 10 de 4 niveaux et de 5 files de poteaux, soumis à :
— des charges verticales permanentes $g = 41$ kN/m ;
— des charges d'exploitation $q = 14$ kN/m ;
— des charges de vent $v = 2{,}46$ kN/m que l'on supposera concentrées au droit de chaque plancher.

Les dimensions sont les suivantes :
— poteaux de rive : 0,30 m × 0,40 m (inertie relative = 1)

— poteaux intérieurs : 0,30 m × 0,50 m $\left(\text{inertie relative} = \left(\frac{0,5}{0,4}\right)^3 = 1,953\right)$;

— poutres : 0,30 m × 0,60 m $\left(\text{inertie relative} = = \left(\frac{0,6}{0,4}\right)^3 = = 3,375\right)$.

On vérifie que les raideurs (rapports I/L) des traverses sont toutes supérieures au cinquième de la raideur de poteau la plus forte : $\frac{3,375}{5,6} = 0,60 > \frac{1}{5}\frac{1,953}{3} = 0,13$ **OK.**

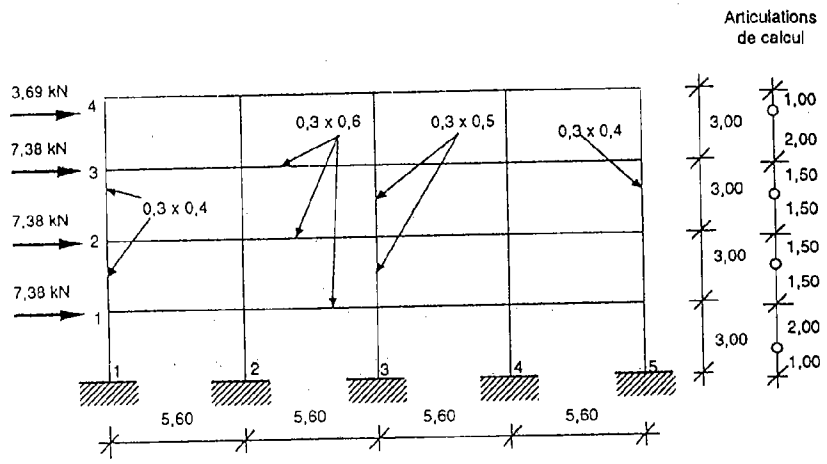


Fig. 10 — Exemple de portique - Charges réparties uniformes sur toutes les travées

• Traverses

Les traverses sont calculées comme une poutre continue de quatre travées égales, soumises à des charges $g = 41$ kN/m et $q = 14$ kN/m. On appliquera la méthode de Caquot (chap. 1, art. 6).

Moment maximal sur appui voisin de rive :

$$M_{amax} = -\frac{p_1 L^3 + p_2 (0,8\,L)^3}{1,8\,L \times 8,5} = -\frac{p\,L^2}{10,12}$$

avec $p = g + q = 55$ kN/m en ELS pour le dimensionnement de la section,

$$M = -\frac{55 \times 5,6^2}{10,12} = -170,4 \text{ kNm}$$

moment réduit ELS : $\beta = \frac{M}{b d^2} = \frac{170,4 \times 10^{-3}}{0,3 \times (0,9 \times 0,6)^2} = 1,95 < 2,97$ (voir [8], p. 21).

Le moment maximal en travée est obtenu pour la travée de rive avec un chargement $g + q$ en travée de rive et un chargement g en travée voisine. Le moment sur appui voisin de rive vaut :

$$M_a = -\frac{(g + q)L^3 + g(0,8\,L)^3}{1,8\,L \times 8,5} = -\frac{(55 + 0,512 \times 41) \times 5,6^2}{1,8 \times 8,5} = -155,8 \text{ kNm}$$

moment à mi-travée de rive d'après (1) :

$$M_t = \frac{(g + q)L^2}{8} + \frac{M_a}{2} = 215,6 - 77,9 = 137,7 \text{ kNm}$$

Ce moment n'est pas le maximum, celui-ci a lieu à une abscisse relative x_o légèrement inférieure à 0,5.

D'après [8], p. 111 :

$$x_o = \frac{1}{2} + \frac{(M_2 - M_1)}{8 M_o} = \frac{1}{2}\frac{155,8}{8 \times 215,6} = 0,4097$$

Le moment maximal en travée vaut :

$M_{tmax} = (1 - x_o)(4 M_o x_o + M_1) + x_o M_2$

$= 0,5903\,(4 \times 215,6 \times 0,4097) - 0,4097 \times 155,8 = 208,55 - 63,83$

$= 144,7 < 170,4$ kNm

Remarque : Le moment maximum de 170,4 kNm est peu différent de celui obtenu par la formule rapide $p\,L^2/10 = 55 \times 5,6^2/10 = 172,5$ kNM

• **Répartition de l'action du vent sur les poteaux**

Les poteaux les plus sollicités sont ceux du premier niveau, car :
— la charge de vent est la plus forte en cumulé ;
— la longueur entre plancher et point d'inflexion est la plus élevée (2h/3).

Effort cumulé de vent : $F = 3,69 + 3 \times 7,38 = 25,83$ kN

Effort repris par un poteau de rive : $F_1 = \frac{0,8}{2 \times 0,8 + 3 \times 1,953} \times 25,83 = 2,77$ kN

Effort repris par un poteau intérieur : $F_2 = \frac{1,953}{2 \times 0,8 + 3 \times 1,953} \times 25,83 = 6,76$ kN

Moment dans poteau de rive : $M_1 = (2/3) \times 3$ m $\times 2,77$ kN $= 5,54$ kNm
Moment dans poteau intérieur : $M_2 = (2/3) \times 3$ m $\times 6,76$ kN $= 13,52$ kNm
Moment de renversement à la cote ± 0 :
$M_v = 3,69$ kN $\times 12$ m $+ 7,38$ kN $\times (9$ m $+ 6$ m $+ 3$ m$) = 177,1$ kNm.
Au-dessus du premier niveau, le point d'inflexion est à mi-hauteur, soit 1,50 m et l'effort cumulé vaut $25,83 - 7,38 = 18,45$ kN, à répartir suivant la même règle (voir tableau ci-après).

• **Charges verticales dans les poteaux à la cote ± 0**

Poteau de rive :
• due à g : $G_1 = gL/2 \times 4$ niveaux $= 41 \times 5,6 / 2 \times 4 = 459,2$ kN,
• due à q : $Q_1 = qL/2 \times 4$ niveaux $= 14 \times 5,6 / 2 \times 4 = 156,8$ kN.
La part de moment de renversement reprise par les moments d'encastrement des poteaux vaut : $\Sigma F_i\,(h/3) = Fh/3$.

Le reste est à reprendre par des efforts verticaux dans les poteaux avec une répartition suivant : $\frac{A_i \delta_i}{\Sigma A_i \delta_i^2}$

δ_i représente la distance de chaque poteau au centre de gravité des sections A_i des poteaux d'une même file.

• due au vent : $V_1 = \frac{(M_v - F h/3)\, A_i \delta_i}{\Sigma A_i \delta_i^2}$

$$= \frac{(177{,}1 \text{ kNm} - 25{,}83 \times 3/3) \times (0{,}3 \text{ m} \times 0{,}4 \text{ m}) \times 11{,}2}{2(0{,}3 \times 0{,}4) \times 11{,}2^2 + 2(0{,}3 \times 0{,}5) \times 5{,}6^2}$$

$$= \frac{203{,}30}{39{,}5136} = \pm 5{,}15 \text{ kN}$$

Remarque : Le BAEL, art. B.8.1.2, donne une règle simplifiée de calcul de ces efforts verticaux qui «sont proportionnels à la distance de chacun des poteaux au point équidistant des deux extrémités des deux poteaux de rive».

Poteau intérieur :

• due à g : $G_2 = 1{,}10 \times gL \times 4$ niveaux $= 1{,}10 \times 41 \times 5{,}6 \times 4 = 1\,010{,}2$ kN

• due à q : $Q_2 = 1{,}10 \times qL \times 4$ niveaux $= 1{,}10 \times 14 \times 5{,}6 \times 4 = 345$ kN

• due au vent : $V_2 = \frac{(M_v - Fh/3)\, A_i \delta_i}{\Sigma A_i \delta_i^2}$

$$= \frac{(177{,}1 - 25{,}83 \times 3/3) \times (0{,}3 \text{ m} \times 0{,}5 \text{ m}) \times 5{,}6}{39{,}5136} = \pm 3{,}21 \text{ kN}$$

• **Récapitulation des efforts**

Poteaux	de rive n° 1 et 5	intérieurs n° 2 et 4	intérieur n° 3
Charges verticales dans la hauteur du 1er niveau :			
G (kN)	459,2	1010,2	1010,2
Q (kN)	156,8	345,0	345,0
V (kN)	± 5,15	±3,21	0
Total maximal ELS	621,15	1358,41	1355,20
Force horizontale (kN) :			
— au-dessus du 1er niveau cumulée = 18,45 kN	1,98	4,83	4,83
— au-dessous du 1er niveau cumulée = 25,83 kN	2,77	6,76	6,76
Moment (kNm) :			
— au-dessus du 1er niveau	2,97	7,25	7,25
— au-dessous du 1er niveau	5,54	13,52	13,52
Section (m^2)	0,3 × 0,4 = 0,12 m^2	0,3 × 0,5 = 0,15 m^2	0,3 × 0,5 = 0,15 m^2
Contrainte maximale ELS hors flexion (MPa)	5,18	9,06	9,03

A ces moments, il convient d'ajouter, s'ils sont significatifs, les moments dus à l'excentricité d'application des charges verticales après déplacement des têtes de poteaux sous l'action du vent, ce que nous allons calculer ci-après.

• **Calcul du déplacement horizontal dû au vent**

Soient α_1 et α_2 les rotations des nœuds supérieur et inférieur du poteau du premier niveau et λ le déplacement horizontal réparti entre les deux niveaux (Fig.11).

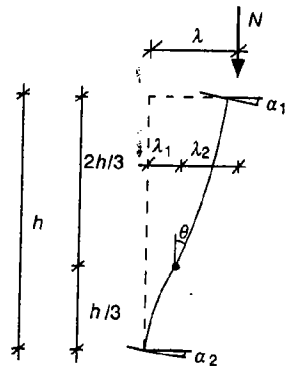


Fig. 11 — Déformation du poteau au premier niveau

On a $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$ avec (chap. 2, cas 24) :

$$\lambda_1 = \frac{2h}{3}\alpha_1 + \frac{F(2h/3)^3}{3EI} \quad \text{et} \quad \lambda_2 = \frac{h}{3}\alpha_2 + \frac{F(h/3)^3}{3EI}$$

L'égalité des rotations au point d'inflexion s'écrit (chap.2, cas 24) :

$$\theta = \alpha_1 + \frac{F(2h/3)^2}{2EI} = \alpha_2 + \frac{F(h/3)^2}{2EI} \quad \text{d'où} \quad \alpha_2 = \alpha_1 + \frac{Fh^2}{6EI}$$

$$\text{et } \lambda = \frac{2h}{3}\alpha_1 + \frac{8Fh^3}{81EI} + \frac{h}{3}\left(\alpha_1 + \frac{Fh^2}{6EI}\right) + \frac{Fh^3}{81EI} = \alpha_1 h + \frac{Fh^3}{6EI}$$

La rotation α_1 peut être déterminée en étudiant la poutre continue de plancher situé en plancher haut du premier niveau, sous l'action des moments exercés par les poteaux supérieurs et inférieurs.

F(cumulée) = 3,69 + 7,38 × 2 = 18,45 kN au-dessus du premier niveau ;

F = F′ + 7,38 = 25,83 kN en-dessous du premier niveau.

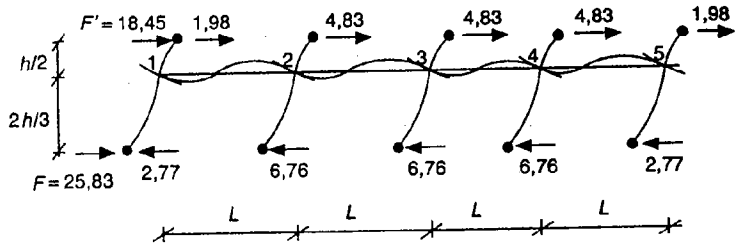


Fig. 12 — Premier niveau - Déformations et forces horizontales

On peut calculer la rotation α au droit des nœuds en partageant le moment appliqué au prorata des raideurs (I/L) des deux travées encadrant le nœud. Ici, la répartition est moitié-moitié d'un moment (voir tableau ci-dessus) 7,25 + 13,52 = 20,77 kNm, soit 10,39 kNm.
La rotation vaut (chap.2, cas 21) :

$$\alpha = \frac{(2C_1 + C_2)L}{6EI} \quad \text{avec} \quad C_1 = 10{,}39 \text{ et } C_2 = -10{,}39,$$

avec $E = 11\,000 \sqrt[3]{f_{c28}} = 32\,160$ MPa pour $f_{c28} = 25$ MPa
et $I = 0{,}3 \times 0{,}5^3 / 12$
d'où : $EI = 51{,}46$ MN.m²

$$\text{soit : } \alpha = \frac{10{,}39 \times 5{,}6}{6 \times 51{,}46} 10^{-3} = 0{,}188 \times 10^{-3} rd$$

On trouve alors :

$$\lambda = \alpha_1 h + \frac{Fh^3}{6EI} = 0{,}188\ 10^{-3} \times 3 \text{ m} + \frac{25{,}83 \times 10^{-3} \times 3^3}{6 \times 51{,}46}$$

$$= (0{,}5640 + 2{,}259)\ 10^{-3} \text{ m} = 2{,}82 \text{ mm}$$

Ce qui représente un moment supplémentaire sous charges verticales maximales :
$\Delta M = \lambda (G + Q + V) = 0{,}00282 \times 1\,358{,}41 = 3{,}83$ kNm soit un supplément de moment $\frac{3{,}83}{13{,}52} = 0{,}283 = 28$ % de plus. Ce qui est loin d'être négligeable.

3.2. Méthode de Caquot pour les charges verticales

La méthode d'Albert Caquot (1881-1976), initialement conçue pour des poutres continues, a été étendue aux calculs de portiques.

Son principe est le même : on ne prend en compte, pour le calcul des moments des barres à un nœud, que les charges appliquées sur les barres concourant en ce nœud du fait d'amortissement des effets de chargements plus importants que ne le prévoit la continuité théorique (BAEL, Annexe E2). Elle prend en compte la variation d'inertie des traverses due à la variation de la largeur efficace (fonction du signe du moment et de la distance au point de moment nul) ([8], p.64).
Cette méthode convient particulièrement bien pour les planchers de bâtiments industriels. Elle est valable pour des charges réparties uniformes et concentrées. Cependant, nous verrons que l'on peut la généraliser à n'importe quel type de charges.

Pour ne pas alourdir l'exposé, nous n'étudierons que les portiques sans console.

Pour des charges horizontales (vent par exemple), nous pourrons utiliser la méthode décrite en 3.1.2 ci-dessus.

3.2.1. *Exposé de la méthode*

Le calcul est effectué en détachant des barres fictives (indice prime) aboutissant à l'appui étudié, de longueur L′ inférieure à la longueur réelle L et dont on néglige les charges appliquées sur les parties situées au-delà d'une distance L′ de l'appui :
– à gauche (indice *w* pour ouest), une travée fictive de longueur L'_w
– à droite (indice *e* pour est), une travée fictive de longueur L'_e
– au-dessus (indice *n* pour nord), une travée fictive de longueur L'_n
– au-dessous (indice *s* pour sud), une travée fictive de longueur L'_s.

Les longueurs des barres fictives, en fonction de leurs longueurs réelles, sont indiquées sur la figure 13 pour chaque nœud marqué d'une croix.

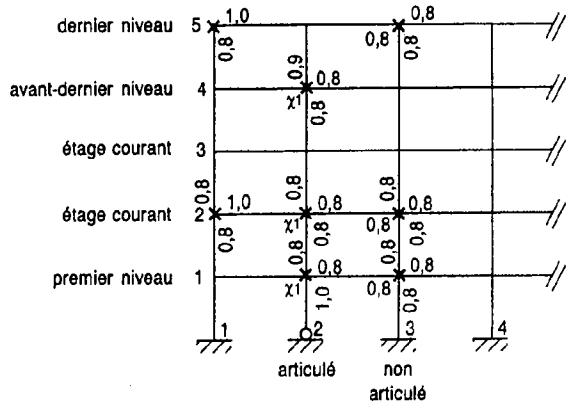


Fig. 13 — Méthode de Caquot - Coefficients de calcul des longueurs fictives des barres

On calcule ensuite les moments fictifs liés aux charges appliquées sur les traverses :

$M'_w = \frac{p_w L'^2_w}{8,5} + L'_w \Sigma k_w P_w$ à gauche de l'appui étudié, (2)

$M'_e = \frac{p_e L'^2_e}{8,5} + L'_e \Sigma k_e P_e$ à droite de l'appui étudié, (3)

Les coefficients k_w et k_e s'appliquent aux charges concentrées situées à une distance a de l'appui étudié et valent :

$k_{w(\text{ou } e)} = \frac{4\alpha(1-\alpha)(2-\alpha)}{8,5}$ avec $\alpha = \frac{a}{L'}$ = distance relative de la charge à l'appui étudié.

Si $a > L'_w$ (ou L'_e) : $k_{w(\text{ou } e)} = 0$

Remarque. Pour une charge quelconque (triangulaire par exemple), il suffit de calculer la rotation ω à l'appui étudié sous cette charge (chap. 1, cas 1 à 23) et de remplacer les équations (2) et (3) ci-dessus par $M' = \frac{24 EI\omega}{8,5 L'}$ pour une travée de longueur fictive L', de moment d'inertie I et de module d'Young E.

On calcule les raideurs des quatre barres :

$K_w = \frac{I_w}{L'_w}$ $K_e = \frac{I_e}{L'_e}$ $K_n = \frac{I_n}{h'_n}$ $K_s = \frac{I_s}{h'_s}$

Leur somme est appelée D : $D = K_w + K_e + K_n + K_s$
Le coefficient χ_1 est calculé par la formule suivante :

$\chi_1 = 1 - \frac{K_{s1} + K_{n1}}{7,5 K_{e1}} \geqslant 0,8$ sinon $\chi_1 = 0,8$ (Fig. 14).

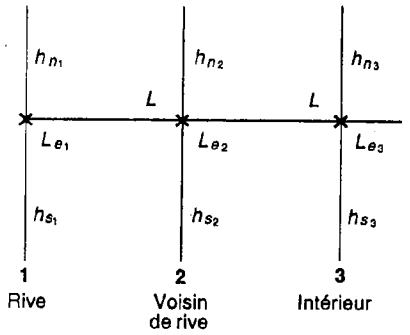


Fig. 14 — Notations pour les nœuds des files 1 et 2

Les moments dans les quatre barres, au droit d'un nœud, sont données par :

$M_w = M'_e \frac{K_w}{D} + M'_w \left(1 - \frac{K_w}{D}\right)$ au nu de l'appui dans la travée gauche ;

$M_e = M'_w \frac{K_e}{D} + M'_e \left(1 - \frac{K_e}{D}\right)$ au nu de l'appui dans la travée droite ;

$M_n = \frac{K_n}{D}(M'_e - M'_w)$ au nu de l'appui dans le poteau supérieur ;

$M_s = \frac{K_s}{D}(M'_e - M'_w)$ au nu de l'appui dans le poteau inférieur.

Remarque : Cette méthode a été étendue (voir BAEL, Annexe E2) :
— aux consoles en extrémités de portiques ;
— aux poutres à goussets *normaux* de longueur 1,5 h et de hauteur 0,5 h (h = hauteur de la poutre).

3.2.2. *Exemple*

On prendra le même portique de la figure 10 sans les charges verticales.

• **Étage courant, niveaux 2 et 3 - Calcul de la longueur fictive L'_{w2}** (Fig. 14)

$L'_{e1} = L_{e1} = 5,60$ m (Fig. 13 et 14)
$h'_{n1} = 0,8\, h_{n1} = 0,8 \times 3 = 2,40$ m
$h'_{s1} = 0,8\, h_{s1} = 2,40$ m

$K_{s1} = \frac{I_{s1}}{h'_{s1}} = \frac{0,3 \times 0,4^3}{12 \times 2,4} = 0,000667$

$K_{n1} = \frac{I_{n1}}{h'_{n1}} = \frac{0,3 \times 0,4^3}{12 \times 2,4} = 0,000667$

$K_{e1} = \frac{I_{e1}}{L'_{e1}} = \frac{0,3 \times 0,6^3}{12 \times 5,6} = 0,000964$

$\chi_1 = 1 - \frac{K_{s1} + K_{n1}}{7,5 K_{e1}} = 1 - \frac{0,000667 + 0,000667}{7,5 \times 0,000964} = 0,8157 \geq 0,8$ **OK** sinon 0,8

$L'_{w2} = \chi_1 L_{w2} = 0,8157 \times 5,60 = 4,57$ m

• **Étage courant** (niveaux 2 et 3) **- Calcul des coefficients de répartition**

Nœud file 1 : $K_{e1} = 0,000964$
$K_{s1} = 0,000667$
$K_{n1} = 0,000667$
$D_1 = 0,002297$

Nœud file 2 : $K_{e2} = \frac{0,3 \times 0,6^3}{12 \times (0,8 \times 5,6)} = 0,001205$

$K_{w2} = \frac{0,3 \times 0,6^3}{12 \times 4,57} = 0,001182$

$K_{n2} = \frac{0,3 \times 0,5^3}{12 \times 2,40} = 0,001302$
$K_{s2} = 0,001302$
$D_2 = 0,004991$

Nœud file 3 : $K_{e3} = 0,001205$
$K_{w3} = 0,001205$
$K_{n3} = 0,001302$
$K_{s3} = 0,001302$
$D_3 = 0,005014$

• **Premier étage** (niveau 1)

Poteau considéré comme articulé dans les fondations.

$h'_{si} = h_{s1} = 3{,}00$ m (pour $i = 1, 2, \ldots 5$)

$h'_{n1} = 0{,}8\ h_{n1} = 2{,}40$ m (pour $i = 1, 2, \ldots 5$)

Nœud file 1 : $K_{e1} = 0{,}000964$ (d° étage courant)

$$K_{s1} = \frac{0{,}3 \times 0{,}4^3}{12 \times 3} = 0{,}000533$$

$$K_{n1} = \frac{0{,}3 \times 0{,}4^3}{12 \times 2{,}4} = 0{,}000667$$

$D_1 = 0{,}002164$

Nœud file 2 : $K_{e2} = 0{,}001205$ (d° étage courant)
$K_{w2} = 0{,}001182$ (d°)
$K_{s2} = K_{s1} = 0{,}000533$
$K_{n2} = K_{n1} = 0{,}000667$
$D_2 = 0{,}003587$

Nœud file 3 : $K_{e3} = 0{,}001205$ (d° étage courant)
$K_{w3} = 0{,}001205$ (d°)
$K_{s3} = K_{s1} = 0{,}000533$
$K_{n3} = K_{n1} = 0{,}000667$
$D_3 = 0{,}003744$

• Avant-dernier étage (niveau 4)

$h'_{si} = 0{,}8\ h_{si} = 2{,}40$ m
$h'_{ni} = 0{,}9\ h_{ni} = 2{,}70$ m

Nœud file 1 : $K_{e1} = 0{,}000964$ (d° étage courant)

$$K_{s1} = \frac{0{,}3 \times 0{,}4^3}{12 \times 2{,}4} = 0{,}000667$$

$$K_{n1} = \frac{0{,}3 \times 0{,}4^3}{12 \times 2{,}7} = 0{,}000593$$

$D_1 = 0{,}002224$

Nœud file 2 : $K_{e2} = 0{,}001205$ (d° étage courant)
$K_{w2} = 0{,}001182$ (d°)
$K_{s2} = K_{s1} = 0{,}000667$
$K_{n2} = K_{n1} = 0{,}000593$
$D_2 = 0{,}003647$

Nœud file 3 : $K_{e3} = 0{,}001205$ (d° étage courant)
$K_{w3} = 0{,}001205$ (d°)
$K_{s3} = K_{s1} = 0{,}000667$
$K_{n3} = K_{n1} = 0{,}000593$
$D_3 = 0{,}003670$

• Dernier étage (niveau 5)

$h'_{si} = 2{,}40$ m

Nœud file 1 : $K_{e1} = 0{,}000964$ (d° étage courant)

$$K_{s1} = \frac{0{,}3 \times 0{,}4^3}{12 \times 2{,}4} = 0{,}000667$$

$D_1 = 0{,}001631$

Nœud file 2 : $K_{e2} = 0{,}001205$ (d° étage courant)
$K_{w2} = 0{,}001182$ (d°)
$K_{s2} = K_{s1} = 0{,}000667$
$D_2 = 0{,}003054$

Nœud file 3 : $K_{e3} = 0{,}001205$ (d° étage courant)
$K_{w3} = 0{,}001205$ (d°)
$K_{s3} = K_{s1} = 0{,}000667$
$D_3 = 0{,}003077$

Remarque : Les files 4 et 5 sont symétriques des files 1 et 2.

• **Moments dus aux charges**

$$M'_{e1} = \frac{p L'^2_{e1}}{8{,}5} = \frac{p\,5{,}6^2}{8{,}5} = 3{,}689p$$

$$M'_{e2} = \frac{p L'^2_{e2}}{8{,}5} = \frac{p(0{,}8 \times 5{,}6^2)}{8{,}5} = 2{,}361p$$

$$M'_{w2} = \frac{p L'^2_{w2}}{8{,}5} = \frac{p(\chi_1 L_{w2})^2}{8{,}5} = p\,\frac{4{,}57^2}{8{,}5} = 2{,}457p$$

$$M'_{e3} = \frac{p L'^2_{e3}}{8{,}5} = \frac{p(0{,}8 \times 5{,}6^2)}{8{,}5} = 2{,}361p$$

$$M'_{w3} = \frac{p L'^2_{w3}}{8{,}5} = \frac{p(0{,}8 \times 5{,}6^2)}{8{,}5} = 2{,}361p$$

• **Moments aux nus des appuis**

Moments aux nus des appuis (p_{ij} représente la charge uniforme entre les files i et j du niveau considéré).

File	Niveau	à gauche (w)	à droite (e)	en-dessous (s)	au-dessus (n)
1	5	—	$M_{e1} = M'_{e1}\left(1 - \frac{K_{e1}}{D_1}\right)$ $= 3{,}689\ p_{12}\left(1 - \frac{964}{1\,631}\right)$ $= -1{,}509\ p_{12}$ (*) (*) signe − car moment comprimant la fibre supérieure)	$M_{s1} = M'_{e1}\frac{K_{s1}}{D_1}$ $= 3{,}689\ p_{12}\frac{667}{1\,631}$ $= 1{,}509\ p_{12}$	—
	4	—	$M_{e1} = M'_{e1}\left(1 - \frac{K_{e1}}{D_1}\right)$ $= 3{,}689 p_{12}\left(1 - \frac{964}{2\,224}\right)$ $= -2{,}090\ p_{12}$	$M_{s1} = M'_{e1}\frac{K_{s1}}{D_1}$ $= 3{,}689\ p_{12}\frac{667}{2\,224}$ $= 1{,}106\ p_{12}$	$M_{n1} = M'_{e1}\frac{K_{n1}}{D_1}$ $= 3{,}689\ p_{12}\frac{593}{2\,224}$ $= 0{,}984\ p_{12}$

File	Niveau	à gauche (w)	à droite (e)	en-dessous (s)	au-dessus (n)
	3	—	$M_{e1} = M'_{e1}\left(1 - \frac{K_{e3}}{D_1}\right)$ $= 3{,}689\,p_{12}\left(1 - \frac{964}{2\,297}\right)$ $= -2{,}141\,p_{12}$	$M_{s1} = M'_{e1}\frac{K_{e1}}{D_1}$ $= 3{,}689\,p_{12}\frac{667}{2\,297}$ $= 1{,}071\,p_{12}$	$M_{n1} = M'_{e1}\frac{K_{n1}}{D_1}$ $= 3{,}689\,p_{12}\frac{593}{2\,297}$ $= 0{,}952\,p_{12}$
	2	—	d° 3 $= -2{,}141\,p_{12}$	d° 3 $= 1{,}071\,p_{12}$	d° 3 $= 0{,}952\,p_{12}$
	1	—	$M_{e1} = M'_{e1}\left(1 - \frac{K_{e1}}{D_1}\right)$ $= 3{,}689\,p_{12}\left(1 - \frac{964}{2\,164}\right)$ $= -2{,}046\,p_{12}$	$M_{s1} = M'_{e1}\frac{K_{e1}}{D_1}$ $= 3{,}689\,p_{12}\frac{667}{2\,164}$ $= 1{,}137\,p_{12}$	$M_{n1} = M'_{e1}\frac{K_{n1}}{D_1}$ $= 3{,}689\,p_{12}\frac{593}{2\,164}$ $= 1{,}011\,p_{12}$
2	5	$M_{w2} = M'_{e2}\frac{K_{w2}}{D_2}$ $M'_{e2}\left(1 - \frac{K_{w2}}{D_2}\right)$ $= 2{,}631\,p_{23}\frac{1\,182}{3\,054} +$ $2{,}457\,p_{12}\left(1 - \frac{1\,182}{3\,054}\right)$ $= -1{,}506\,p_{12} - 1{,}018\,p_{23}$	$M_{e2} = M'_{w2}\frac{K_{e2}}{D_2}$ $M'_{e2}\left(1 - \frac{K_{e2}}{D_2}\right)$ $= 2{,}631\,p_{12}\frac{1\,205}{3\,054} +$ $2{,}457\,p_{23}\left(1 - \frac{1\,205}{3\,054}\right)$ $= -1{,}038\,p_{12} - 1{,}488\,p_{23}$	$M_{s2} = \frac{K_{s2}}{D_2}$ $(M'_{e2} - M'_{w2})$ $= \frac{667}{3\,054}(2{,}631\,p_{23}$ $- 2{,}457\,p_{12})$ $= 0{,}575\,p_{23} - 0{,}537\,p_{12}$	—
	4	$= 2{,}631\,p_{23}\frac{1\,182}{3\,647} +$ $2{,}457\,p_{12}\left(1 - \frac{1\,182}{3\,647}\right)$ $= -1{,}661\,p_{12} - 0{,}853\,p_{23}$	$= 2{,}631\,p_{12}\frac{1\,205}{3\,647} +$ $2{,}457\,p_{23}\left(1 - \frac{1\,205}{3\,647}\right)$ $= -0{,}869\,p_{12} - 1{,}645\,p_{23}$	$= \frac{667}{3\,647}(2{,}631\,p_{23}$ $- 2{,}457\,p_{12})$ $= 0{,}481\,p_{23} - 0{,}449\,p_{12}$	$M_{n2} = \frac{K_{n2}}{D_2}$ $(M'_{e2} - M'_{e2})$ $= \frac{593}{3\,647}(2{,}631\,p_{23}$ $- 2{,}457\,p_{12})$ $= 0{,}428\,p_{23} - 0{,}400\,p_{12}$
	3 et 2	$= 2{,}631\,p_{23}\frac{1\,182}{4\,991} +$ $2{,}457\,p_{12}\left(1 - \frac{1\,182}{4\,991}\right)$ $= -1{,}875\,p_{12} - 0{,}623\,p_{23}$	$= 2{,}631\,p_{12}\frac{1\,205}{4\,991} +$ $2{,}457\,p_{23}\left(1 - \frac{1\,205}{4\,991}\right)$ $= -0{,}635\,p_{12} - 1{,}864\,p_{23}$	$= \frac{1\,302}{4\,991}(2{,}631\,p_{23} -$ $2{,}457\,p_{12})$ $= 0{,}686\,p_{23} - 0{,}641\,p_{12}$	$= \frac{1\,302}{4\,991}(2{,}631\,p_{23} -$ $2{,}457\,p_{12})$ $= 0{,}686\,p_{23} - 0{,}841\,p_{12}$
	1	$= 2{,}631\,p_{23}\frac{1\,182}{3\,587} +$ $2{,}457\,p_{12}\left(1 - \frac{1\,182}{3\,587}\right)$ $= -1{,}647\,p_{12} - 0{,}867\,p_{23}$	$= 2{,}631\,p_{12}\frac{1\,205}{3\,587} +$ $2{,}457\,p_{23}\left(1 - \frac{1\,205}{3\,587}\right)$ $= -0{,}884\,p_{12} - 1{,}632\,p_{23}$	$= \frac{533}{3\,587}(2{,}631\,p_{23}$ $- 2{,}457\,p_{12})$ $= 0{,}391\,p_{23} - 0{,}365\,p_{12}$	$= \frac{667}{3\,587}(2{,}631\,p_{23}$ $- 2{,}457\,p_{12})$ $= 0{,}489\,p_{23} - 0{,}457\,p_{12}$

File	Niveau	à gauche (w)	à droite (e)	en-dessous (s)	au-dessus (n)
3	5	$M_{w3} = M'_{e3}\frac{K_{w3}}{D_3} +$ $M'_{e3}\left(1 - \frac{K_{w3}}{D_3}\right)$ $= 2{,}361\,p_{34}\frac{1\,275}{3\,077} +$ $2{,}361\,p_{23}\left(1 - \frac{1\,275}{3\,077}\right)$ $= -1{,}436\,p_{23} - 0{,}925\,p_{34}$	$M_{e3} = M'_{w3}\frac{K_{e3}}{D_3} +$ $M'_{e3}\left(1 - \frac{K_{e3}}{D_3}\right)$ $= 2{,}361\,p_{23}\frac{1\,275}{3\,077} +$ $2{,}361\,p_{34}\left(1 - \frac{1\,275}{3\,077}\right)$ $= -0{,}925\,p_{23} - 1{,}436\,p_{34}$	$M_{s3} = \frac{K_{s3}}{D_3}$ $(M'_{e3} - M'_{w3})$ $= 2{,}361\,\frac{667}{3\,077}$ $(p_{34} - p_{23})$ $= 0{,}512\,(p_{34} - p_{23})$	—
	4	$= 2{,}361\,p_{34}\frac{1\,205}{3\,670} +$ $2{,}361\,p_{23}\left(1 - \frac{1\,205}{3\,670}\right)$ $= -1{,}586\,p_{23} - 0{,}775\,p_{34}$	$= 2{,}361\,p_{23}\frac{1\,205}{3\,670} +$ $2{,}361\,p_{34}\left(1 - \frac{1\,205}{3\,670}\right)$ $= -0{,}775\,p_{23} - 1{,}586\,p_{34}$	$= 2{,}361\,\frac{667}{3\,670}$ $(p_{34} - p_{23})$ $= 0{,}429\,(p_{34} - p_{23})$	$= 2{,}361\,\frac{593}{3\,670}$ $(p_{23} - p_{34})$ $= 0{,}381\,(p_{34} - p_{23})$
	3 et 2	$= 2{,}361\,p_{34}\frac{1\,205}{5\,014} +$ $2{,}361\,p_{23}\left(1 - \frac{1\,205}{5\,014}\right)$ $= -1{,}794\,p_{23} - 0{,}567\,p_{34}$	$= 2{,}361\,p_{23}\frac{1\,205}{5\,014} +$ $2{,}361\,p_{34}\left(1 - \frac{1\,205}{5\,014}\right)$ $= -0{,}567\,p_{23} - 1{,}794\,p_{34}$	$= 2{,}361\,\frac{1\,302}{5\,014}$ $(p_{34} - p_{23})$ $= 0{,}613\,(p_{34} - p_{23})$	$= 2{,}361\,\frac{1\,302}{5\,014}$ $(p_{23} - p_{34})$ $= 0{,}613\,(p_{34} - p_{23})$
	1	$= 2{,}361\,p_{34}\frac{1\,205}{3\,744} +$ $2{,}361\,p_{23}\left(1 - \frac{1\,205}{3\,744}\right)$ $= -1{,}601\,p_{23} - 0{,}760\,p_{34}$	$= 2{,}361\,p_{23}\frac{1\,205}{3\,744} +$ $2{,}361\,p_{34}\left(1 - \frac{1\,205}{3\,744}\right)$ $= -0{,}760\,p_{23} - 1{,}601\,p_{34}$	$= 2{,}361\,\frac{533}{3\,744}$ $(p_{34} - p_{23})$ $= 0{,}336\,(p_{34} - p_{23})$	$= 2{,}361\,\frac{667}{3\,744}$ $(p_{23} - p_{34})$ $= 0{,}421\,(p_{34} - p_{23})$

On trouvera le moment maximal sur appui en appliquant la charge maximale sur toutes les travées, soit en ELS : $p_{12} = p_{23} = p_{34} = g + q = 41 + 14 = 55$ kN/m.

Le moment maximal vaut (Fig. 15) : $-2{,}526 \times 55 = -138{,}93$ kNm soit $pL^2/12{,}41$ (inférieur à $pL^2/10$ en valeur absolue).

• **Moments en travée**

Les moments en travée sont calculés en respectant l'équation de fermeture des moments. Le moment maximal est obtenu en ne chargeant que la travée étudiée et pas ses voisines. Comme les portées sont égales, le moment maximal sera obtenu dans la première travée (travée de rive) et pour le dernier étage car la raideur des poteaux y est moindre (absence de poteau au-dessus). Ce que l'on vérifie bien sur la figure 16 qui donne les coefficients multiplicateurs des charges pour obtenir les moments sur appuis. Le moment maximal en travée est obtenu pour la somme minimale des moments sur appuis en valeur absolue.

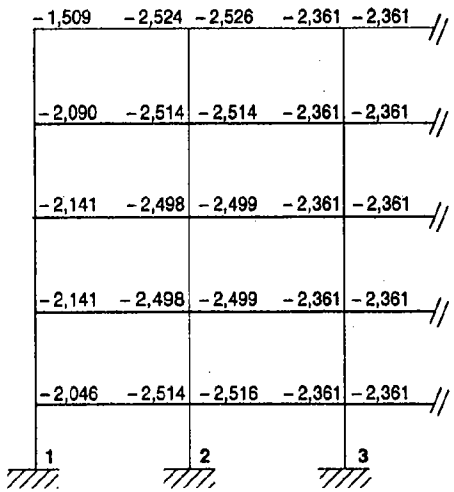


Fig. 15 — Moments aux nus des appuis en fonction de la charge uniforme p sur toutes les travées

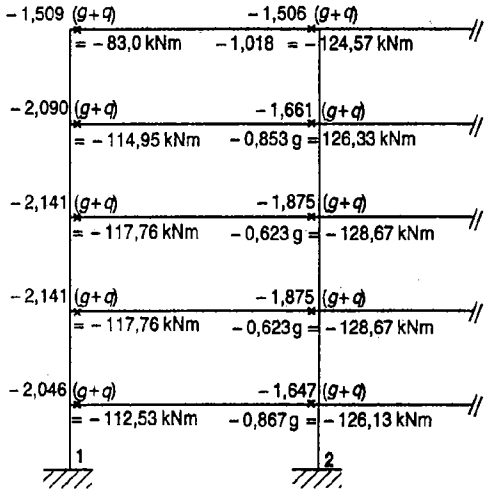


Fig. 16 — Moments aux extrémités des travées de rive

Moment isostatique ELS : $M_o = (g + q)\frac{L^2}{8} = \frac{(41 + 14)5{,}6^2}{8} = 215{,}6$ kNm.

La plus faible somme des moments aux extrémités des barres de rive est obtenu au niveau 5 :
demi-somme des moments sur appui : $-(83{,}0 + 124{,}57) = -207{,}57$ kNm et moment à mi-travée d'après éq. (1) : $215{,}6 - 207{,}57 / 2 = 111{,}81$ kNm (Fig. 17).

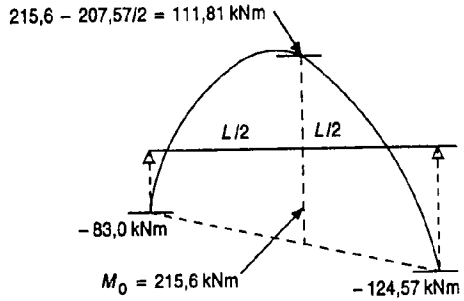


Fig. 17 — Travée de rive du niveau 5

Le moment maximal en travée a lieu à une abscisse relative x_o inférieure à 0,5 ([8], p. 111) (car $|M_1| < |M_2|$) :

$$x_o = \frac{1}{2} + \frac{M_2 - M_1}{8 M_o} = \frac{1}{2} + \frac{-124{,}57 + 83{,}0}{8 \times 215{,}6} = 0{,}4759\,L$$

$$M_{max} = (1 - x_o)(4 M_o x_o + M_1) + x_o M_2$$
$$= (1 - 0{,}4759)(4 \times 215{,}6 \times 0{,}4759 - 83{,}0) - 0{,}4759 \times 124{,}57$$
$$= 112{,}31 \text{ kNm} < M_{appuimax} = 138{,}93 \text{ kNm}.$$

Si la poutre a une table de compression en partie supérieure, le moment le plus défavorable sera vraisemblablement sur appui.
Le moment maximal sur appui de $-138{,}93$ kNm est inférieur en valeur absolue au moment de $-170{,}4$ kNm que l'on avait calculé par la méthode qui ne prend pas en compte les poteaux (voir en 3.1.3.a ci-dessus). Il en est de même pour le moment maximal en travée : 111,81 < 144,7 kNm, car la travée est partiellement encastrée dans le poteau de rive.

3.3. Méthodes de la «Résistance des Matériaux»

Deux méthodes sont proposées ci-après :
— la méthode de Hardy Cross qui, par approximations successives, donne des résultats convergents vers la valeur exacte ;
— la méthode des rotations qui conduit à un système de n équations à n inconnues (les rotations des nœuds).

3.3.1. *Méthode de Cross - Portiques à nœuds non déplaçables*
(Voir Courbon [9], chap.25)

On considère un portique fictif, identique en géométrie et charges au portique étudié, mais dont on «déverrouille» successivement chacun des nœuds. Pour un nœud «verrouillé», les barres arrivant en ce nœud sont donc parfaitement encastrées. Les couples exercés aux extrémités par une barre IJ sur le nœud sont appelés m_{IJ} au nœud I et m_{JI} au nœud J. Ces couples sont positifs si la barre entraîne une rotation positive du nœud (sens trigonométrique direct). Pour une charge répartie uniforme sur une barre horizontale IJ, le nœud I étant à gauche, on : $m_{IJ} = -\frac{pL^2}{12}$ et $m_{JI} = \frac{pL^2}{12}$ (chap.2, cas 43).

• Exposé de la méthode

On procédera au «déverrouillage» successif de chaque nœud du portique dans un sens déterminé (par exemple alphabétique) et on déterminera l'influence de ce déverrouillage sur les nœuds voisins. On calculera la somme des couples m_{IJ} exercés par toutes les barres convergeant en ce nœud I et on la répartira, une fois changée de signe pour des raisons d'équilibre du nœud, au prorata des facteurs de rigidité relatives K_{IJ} des barres sur le nœud lui-même et sur les nœuds voisins par le facteur de transmission λ_{IJ} (qui vaut 1/2 pour des barres de section constante).

Remarque : Prenons une poutre sur deux appuis simples AB, un couple C (positif dans le sens trigonométrique direct) entraîne une rotation $\frac{CL}{3EI}$ en A et $-\frac{CL}{6EI}$ en B (chap. 1, art. 4). Si l'on veut annuler la rotation en B, pour simuler un encastrement parfait, on doit y appliquer un couple (positif dans le sens trigonométrique direct) $+\frac{C}{2}$ (d'où le facteur de transmission $\lambda = 0{,}5$) qui entraîne une rotation $-\frac{CL}{6EI}$ en B (d'où une rotation totale nulle) et une rotation $\frac{CL}{12EI}$ en A. La rotation totale en A vaut $\frac{CL}{3EI} - \frac{CL}{12EI} = \frac{CL}{4EI}$ (d'où le coefficient 4 — ou 3 si l'extrémité est articulée - des formules donnant le facteur de rigidité ci-après).

Par exemple, pour un nœud A recevant trois barres de section constante AB, AC et AD, on calcule :
— les facteurs de rigidité des barres : $K_{AB} = \frac{4EI_{AB}}{L_{AB}}$ $K_{AC} = \frac{4EI_{AC}}{L_{AC}}$ $K_{AD} = \frac{4EI_{AD}}{L_{AD}}$ (le coefficient 4 est à remplacer par la valeur 3 si la barre est articulée à une extrémité) ;
— le facteur de rigidité du nœud : $K_A = K_{AB} + K_{AC} + K_{AD}$;
— le couple résultant non compensé M_A dû aux encastrements dans le nœud des barres chargées : $M_A = -m_{AB} - m_{AC} - m_{AD}$ (pour le premier tour d'approximation) ;
— la répartition du couple M_A se fait, pour le nœud A lui-même, au prorata des facteurs de transmission $r_{AJ} = \frac{K_{AJ}}{K_A}$, soit :

$\Delta M_{AB} = \frac{K_{AB}}{K_A} M_A = r_{AB} M_A$, $\Delta M_{AC} = r_{AC} M_A$ et $\Delta M_{AD} = r_{AD} M_A$

et sur les autres extrémités de ces trois barres :

$\Delta M_{BA} = \lambda M_{AB} = 0{,}5\ M_{AB}$, $\Delta M_{CA} = 0{,}5\ M_{AC}$ et $\Delta M_{DA} = 0{,}5\ M_{AD}$

Ces moments sont ajoutés aux moments initiaux dus au chargement m_{AJ}. On tire un trait après l'écriture des moments du nœud A pour marquer que la somme de tous les couples appliqués au nœud A est nulle (vérification de l'équilibre du nœud).
Après avoir reverrouillé le nœud A, on passe ensuite au nœud B que l'on déverrouille et on étudie l'influence des couples non compensés sur lui-même et sur ses voisins.

Lorsque l'on a effectué un premier tour, on revient déverrouiller le nœud A et ainsi de suite. La somme des couples, à la jonction barre-nœud, représente le moment exercé par la barre sur le nœud, compté positivement dans le sens trigonométrique direct.

Remarques :
• Les moments que l'on rajoute à chaque tour décroissent au moins de moitié (facteur de transmission = 0,5). Une précision de l'ordre de 1 % est obtenue avec moins de six tours ($2^{-6} = 0{,}016$).
• Une erreur de calcul en cours de route n'a pas de grave conséquence, la convergence est repoussée à un ou deux tours supplémentaires.
• Cette méthode manuelle est assez rapide avec une calculatrice de poche. Moins d'une heure pour le portique de l'exemple suivant.

• Méthode de Cross - Exemple 1 - Portique à deux niveaux

Nous prendrons le portique de la figure 18 de six barres, à nœuds non déplaçables, soumis à des charges verticales et horizontales.
Le béton a une résistance $f_{c28} = 25$ MPa et un module d'Young instantané (vent) $E = 11\,000 \sqrt[3]{25} = 32\,160$ MPa.

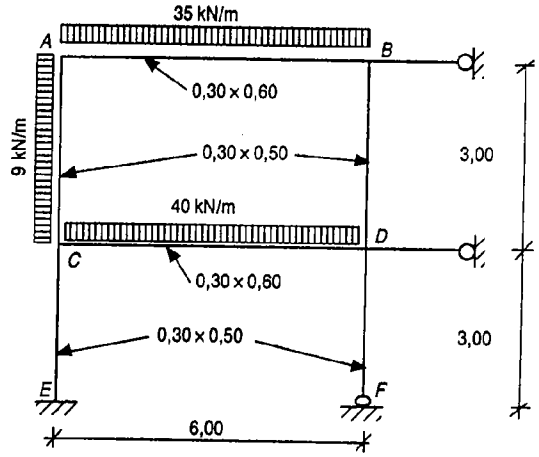


Fig. 18 — Méthode de Cross — Exemple de portique à nœuds non déplaçables

• Caractéristiques des barres

Barre	Longueur L (m)	Inertie $I_{IJ} = I_{JI} = \frac{bh^3}{12}$ (m⁴)	Facteur de rigidité des barres $K_{IJ} = K_{JI} = \frac{4EI}{L}$
AB	6	0,3 × 0,6³ / 12 = 0,005400	115,78
AC	3	0,3 × 0,5³ / 12 = 0,003125	134,00
BD	3	0,3 × 0,5³ / 12 = 0,003125	134,00
CD	6	0,3 × 0,6³ / 12 = 0,005400	115,78
CE	3	0,3 × 0,5³ / 12 = 0,003125	134,00
DF	3	0,3 × 0,5³ / 12 = 0,003125	100,50 (*)

(*) = $K_u = \frac{3EI}{L}$ car la barre est articulée à une extrémité.

Nœud	Facteur de rigidité K_I du nœud I
A	$K_A = K_{AB} + K_{AC} = 249,78$
B	$K_B = K_{BA} + K_{BD} = 249,78$
C	$K_C = K_{CA} + K_{CD} + K_{CE} = 383,78$
D	$K_D = K_{DB} + K_{DC} + K_{DF} = 350,28$
E	$K_E = K_{EC} = 134,00$
F	$K_F = 0$

Nœud	Facteurs de répartition	soit	Somme pour chaque nœud
A	$r_{AB} = K_{AB} / K_A$	0,4635	1,0000
	$r_{AC} = K_{AC} / K_A$	0,5365	
B	$r_{BA} = K_{BA} / K_B$	0,4635	1,0000
	$r_{BD} = K_{BD} / K_B$	0,5365	
C	$r_{CA} = K_{CA} / K_C$	0,3492	1,0000
	$r_{CD} = K_{CD} / K_C$	0,3016	
	$r_{CE} = K_{CE} / K_C$	0,3492	
D	$r_{DB} = K_{DB} / K_D$	0,3826	1,0000
	$r_{DC} = K_{DC} / K_D$	0,3305	
	$r_{DF} = K_{DF} / K_D$	0,2869	

• **Moments d'encastrements**

$$m_{AB} = -m_{BA} = -\frac{pL^2}{12} = -\frac{35 \times 6^2}{12} = -105{,}00 \text{ kNm}$$

$$m_{AC} = -m_{CA} = \frac{ph^2}{12} = \frac{9 \times 3^2}{12} = 6{,}75 \text{ kNm}$$

$$m_{CD} = -m_{DC} = -\frac{pL^2}{12} = -\frac{40 \times 6^2}{12} = -120{,}00 \text{ kNm}$$

On écrit ces valeurs au droit de chaque nœud (Fig. 19).

• **Moments non compensés**

$M_A = -m_{AB} - m_{AC} = 105 - 6{,}75 = 98{,}25$ kNm
$M_B = -m_{BA} - m_{BD} = -105$ kNm
$M_C = -m_{CA} - m_{CD} - m_{CE} = 6{,}75 + 120 = 126{,}75$ kNm
$M_D = -m_{DB} - m_{DC} - m_{DF} = -120$ kNm

• *Nœud A déverrouillé* (les autres nœuds étant verrouillés)

$M_{AB} = r_{AB} M_A = 0{,}4635 \times 98{,}25 = 45{,}54$ kNm
$M_{BA} = \lambda_{AB} M_{AB} = 0{,}5 \times 45{,}54 = 22{,}77$
$M_{AC} = r_{AC} M_A = 0{,}5365 \times 98{,}25 = 52{,}71$ kNm
$M_{CA} = \lambda_{AB} M_{AB} = 0{,}5 \times 52{,}71 = 26{,}36$

On tire un trait après avoir écrit les couples répartis en A. On vérifie que la somme des couples est nulle : $-105 + 45{,}54 + 6{,}75 + 52{,}71 = 0$

• *Nœud B déverrouillé* (les autres nœuds étant verrouillés)

Le moment non compensé en B devient :
M_B = précédent $M_B - M_{BA}$ en provenance du nœud A $= -105 - 22{,}77 = -127{,}77$
$M_{BA} = r_{BA} M_B = -0{,}4635 \times 127{,}77 = -59{,}22$ kNm $M_{AB} = -29{,}61$
$M_{BD} = r_{BD} M_B = -0{,}5365 \times 127{,}77 = -68{,}55$ kNm $M_{DB} = -34{,}27$

On tire un trait après avoir écrit les couples répartis en B. On vérifie que la somme des couples est nulle : $-59{,}22 + 22{,}77 + 105 - 68{,}55 = 0$.

• *Nœud C déverrouillé* (les autres nœuds étant verrouillés)

$M_C = 126{,}75 - 26{,}36 = 100{,}39$ (en provenance de A)

$M_{CA} = 0{,}3492 \times 100{,}39 = 35{,}06$ $\quad M_{AC} = 17{,}53$
$M_{CD} = 0{,}3016 \times 100{,}39 = 30{,}28$ $\quad M_{DC} = 15{,}14$
$M_{CE} = 0{,}3492 \times 100{,}39 = 35{,}06$ $\quad M_{EC} = 17{,}53$

On tire un trait après avoir écrit les couples répartis en C. On vérifie que la somme des couples est nulle : $-120 + 30{,}28 - 6{,}75 + 26{,}36 + 35{,}06 + 35{,}06 = 0$.

• *Nœud D déverrouillé* (les autres nœuds étant verrouillés)

$M_D = -120 + 34{,}27 - 15{,}14 = -100{,}87$ (en provenance de B et C déjà calculés)

$M_{DB} = -0{,}3826 \times 100{,}87 = -38{,}59$ $\quad M_{BD} = -19{,}30$
$M_{DC} = -0{,}3305 \times 100{,}87 = -33{,}34$ $\quad M_{CD} = -16{,}67$
$M_{DF} = -0{,}2869 \times 100{,}87 = -28{,}94$

On tire un trait après avoir écrit les couples répartis en D. On vérifie que la somme des couples est nulle : $120 + 15{,}14 - 33{,}34 - 28{,}94 - 34{,}27 - 38{,}59 = 0$.

On procède alors à un deuxième tour d'approximation en commençant par le nœud A.

• *Nœud A déverrouillé* (les autres nœuds étant verrouillés)

Couples non compensés : $M_A = 29{,}61 - 17{,}53 = 12{,}08$ qui représente la somme, changée de signe, des couples apportés au nœud A par les autres barres après le re-verrouillage du nœud A, que l'on répartit de la même façon.

$M_{AB} = 0{,}4635 \times 12{,}08 = 5{,}60$ $\quad M_{BA} = 2{,}80$
$M_{AC} = 0{,}5365 \times 12{,}08 = 6{,}48$ $\quad M_{CA} = 3{,}24$

On tire un trait après avoir écrit les couples répartis en A. On vérifie que la somme des couples est nulle : $-29{,}61 + 5{,}60 + 17{,}53 + 6{,}48 = 0$.

• *Nœud B déverrouillé* (les autres nœuds étant verrouillés)
Le moment non compensé en B devient :
$M_B = -2{,}80 + 19{,}30 = 16{,}50$
$M_{BA} = 0{,}4635 \times 16{,}50 = 7{,}65$ $\qquad M_{AB} = 3{,}82$
$M_{BD} = 0{,}5365 \times 16{,}50 = 8{,}85$ $\qquad M_{DB} = 4{,}43$

On tire un trait après avoir écrit les couples répartis en B. On vérifie que la somme des couples est nulle : $7{,}65 + 2{,}80 + 8{,}85 - 19{,}30 = 0$

• *Nœud C déverrouillé* (les autres nœuds étant verrouillés)
$M_C = -3{,}24 + 16{,}67 = 13{,}43$
$M_{CA} = 0{,}3492 \times 13{,}43 = 4{,}69$ $\qquad M_{AC} = 2{,}34$
$M_{CD} = 0{,}3016 \times 13{,}43 = 4{,}05$ $\qquad M_{DC} = 2{,}03$
$M_{CE} = 0{,}3492 \times 13{,}43 = 4{,}69$ $\qquad M_{EC} = 2{,}34$

On tire un trait après avoir écrit les couples répartis en C. On vérifie que la somme des couples est nulle : $-16{,}67 + 4{,}05 + 4{,}69 + 3{,}24 + 4{,}69 = 0$

• *Nœud D déverrouillé* (les autres nœuds étant verrouillés)
$M_D = -2{,}03 - 4{,}43 = -6{,}45$
$M_{DB} = -0{,}3826 \times 6{,}45 = -2{,}47$ $\qquad M_{BD} = -1{,}23$
$M_{DC} = -0{,}3305 \times 6{,}45 = -2{,}13$ $\qquad M_{CD} = -1{,}07$
$M_{DF} = -0{,}2869 \times 6{,}45 = -1{,}85$

On tire un trait après avoir écrit les couples répartis en D. On vérifie que la somme des couples est nulle : $-2{,}13 + 2{,}03 - 1{,}85 + 4{,}43 - 2{,}47 = 0$

On procède aux troisième, quatrième et cinquième tours de la même façon.

Les moments finals aux nœuds sont la somme encadrée de tous les couples écrits au droit de chaque extrémités des nœuds. Cette somme représente le couple exercé par la barre sur le nœud (positif dans le sens trigonométrique direct).

Les résultats sont tout à fait acceptables, par comparaison avec les résultats du programme «PORTIQUE».

Barre	Moments suivant Cross		Moments calculés avec le programme «PORTIQUE»	
	à gauche ou en bas	à droite ou en haut	à gauche ou en bas	à droite ou en haut
AB	− 82,36	78,76	− 82,37	− 78,75
AC	61,76	82,39	61,73	− 82,37
BD	− 70,56	− 78,77	70,56 (*)	78,75 (*)
CD	− 102,65	101,75	− 102,63	− 101,74
CE	20,43	40,90	20,45	− 40,90
DF	—	− 31,17	—	− 31,18

(*) La barre a été numérotée de haut en bas avec le programme «PORTIQUE», donc un moment positif comprime la fibre droite du poteau.

Convention de signe : Si l'on prend comme convention qu'un moment positif comprime la fibre supérieure d'une poutre ou la fibre gauche d'un poteau, les moments obtenus par la méthode Cross à droite des poteaux ou en haut des poteaux sont à changer de signe.

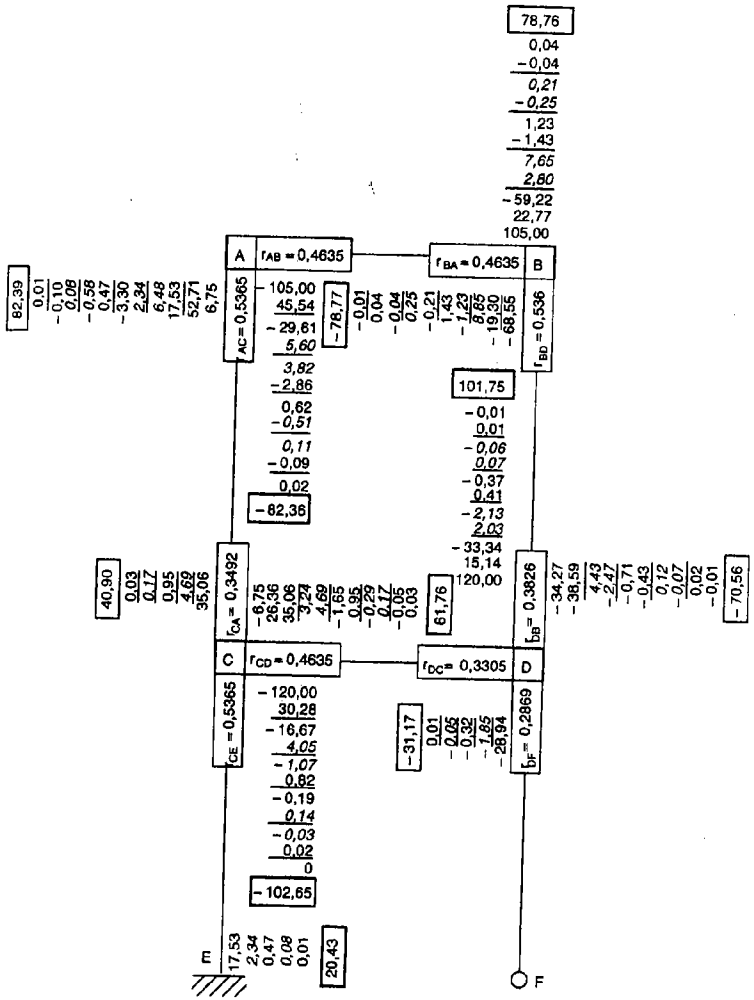


Fig. 19 — Méthode de Cross
(Les itérations 2 et 4 sont en italique)

• Méthode de Cross - Exemple 2 - Poutre continue

Prenons l'exemple de la figure 7 ci-dessus d'une poutre de trois travées égales de 6 m avec une charge $p = 50$ kN/m sur la travée centrale. La section est de 0,30 × 0,60 m.

Les couples d'encastrement dus aux charges valent :

$$m_{BC} = -m_{CB} = -\frac{pL^2}{12} = -\frac{50 \times 6^2}{12} = -150 \text{ kNm}$$

Les couples non compensés valent : $M_{BC} = -M_{CB} = -m_{BC} = 150$.

On peut alors procéder au calcul sur la figure 20.

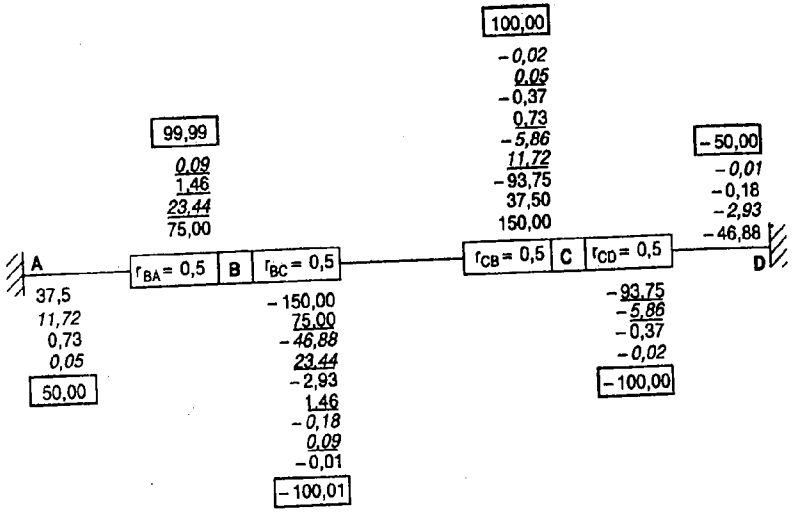


Fig. 20 — Méthode de Cross - Poutre continue de trois travées (Les valeurs en italique correspondent aux 2ème et 4ème tours)

On retrouve bien la valeur du moment : $-\frac{pL^2}{18} = -\frac{50 \times 6^2}{18} = -100{,}00$ kNm.

Remarque : Les résultats sont des couples (positifs dans le sens trigonométrique direct). Les moments dans les barres sont obtenus par changement de signe à droite de la barre (un moment positif comprime la fibre supérieure d'une poutre ou la fibre gauche d'un poteau).

3.3.2. *Méthode des rotations - Portiques à nœuds non déplaçables*

• Exposé de la méthode

Considérons un nœud A quelconque d'un portique à nœuds non déplaçables (Fig. 21). Il est relié à d'autres nœuds du portique par des barres (quatre barres sur la figure 21 par exemple).

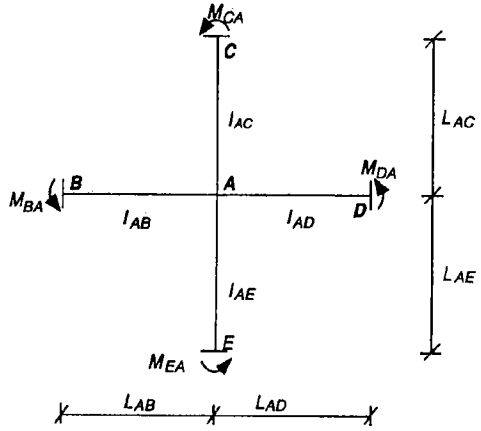


Fig. 21 — Nœud de portique et ses barres concourantes

Soient M_{AB} le couple exercé par la barre AB sur le nœud A et M_{BA} le couple exercé par la barre AB sur le nœud B. Ces couples sont positifs dans le sens trigonométrique direct.

Si l'on néglige les effets de l'effort normal et de l'effort tranchant sur les déformations, la rotation ω_A du nœud A n'est fonction que :
- des charges appliquées sur les barres aboutissant en A ;
- des couples $-M_{AJ}$ et $-M_{JA}$ exercés sur le nœud A par les nœuds voisins J par l'intermédiaire des barres.

Étudions plus particulièrement la barre AB.
Si la barre est supposée articulée à ses extrémités, la rotation ω_A en A est due :
- aux charges appliquées sur la barre AB ;
- aux couples $-M_{AB}$ en A et $-M_{BA}$ en B

De même, en B pour la même barre AB, on calcule ω_B fonction des couples M_{AB} et M_{BA} et des charges appliquées sur la barre AB.

En éliminant M_{BA} entre les deux équations obtenues, il reste une équation donnant M_{AB} en fonction de ω_A et ω_B.

Procédons de même pour chacune des barres arrivant en A : M_{AC}, M_{AD} et M_{AE}
Puis, écrivons l'équilibre du nœud A :

$$M_{AB} + M_{AC} + M_{AD} + M_{AE} = 0$$

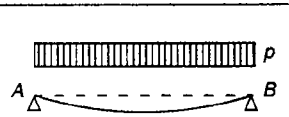
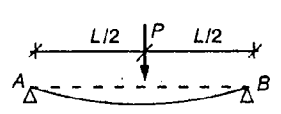
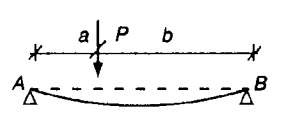
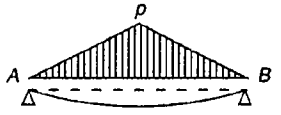
On a ainsi une équation en fonction des rotations des nœuds A, B, C, D et E et des charges appliquées sur les quatre barres.

Si l'on opère de même pour tous les nœuds du portique, on obtient un système de n équations à n inconnues dont les solutions sont les rotations des n nœuds.

• **Développement de la méthode** (pour des barres de section constante)

Soient θ_{AB} et θ_{BA} les rotations en A et en B (positive dans le sens trigonométrique direct) dues aux charges appliquées sur la barre AB supposée sur appuis simples (par exemple, pour une charge répartie uniforme p, on a : (chap. 2, cas 1) :

$$\theta_{AB} = -\theta_{BA} = -\frac{pL_{AB}^3}{24EI_{AB}}$$

Schéma de charge (voir chap. 2, cas 1 à 23)	Rotations aux appuis		Couples d'encastrement parfait	
	θ_{AB}	θ_{BA}	m_{AB}	m_{BA}
	$-\frac{pL^3}{24EI}$	$\frac{pL^3}{24EI}$	$-\frac{pL^2}{12}$	$\frac{pL^2}{12}$
	$-\frac{pL^2}{16EI}$	$\frac{pL^2}{16EI}$	$-\frac{PL}{8}$	$\frac{PL}{8}$
	$-\frac{Pab(L+b)}{6EIL}$	$\frac{Pab(L+a)}{6EIL}$	$-\frac{Pab^2}{L^2}$	$\frac{Pa^2b}{L^2}$
	$-\frac{5pL^3}{192EI}$	$\frac{5pL^3}{192EI}$	$-\frac{5pL^2}{96}$	$\frac{5pL^2}{96}$

Pour la barre AB, on a (chap.2, cas 21) :

$$\omega_A = \theta_{AB} - \frac{M_{AB}L_{AB}}{3EI_{AB}} + \frac{M_{BA}L_{BA}}{6EI_{BA}} \qquad (4)$$

de même en B, pour la même barre AB :

$$\omega_B = \theta_{BA} - \frac{M_{BA}L_{AB}}{3EI_{AB}} + \frac{M_{AB}L_{BA}}{6EI_{BA}} \qquad (5)$$

Tirons M_{BA} de (5) et portons le dans (4), il vient :

$$\omega_A = \theta_{AB} + \frac{\theta_{BA}}{2} - \frac{\omega_B}{2} - \frac{M_{AB}L_{AB}}{4EI_{AB}}$$

d'où l'on tire $M_{AB} = -\frac{4EI_{AB}}{L_{AB}}\left(\omega_A - \theta_{AB} - \frac{\theta_{BA}}{2} + \frac{\omega_B}{2}\right)$.

Remarque 1 : Pour une barre articulée à l'extrémité B, on a :

$M_{BA} = 0$ et $\omega_A = \theta_{AB} - \frac{M_{AB}L_{AB}}{3EI_{AB}}$ d'où $M_{AB} = -\frac{3EI_{AB}}{L_{AB}}(\omega_A - \theta_{AB})$

On remplace donc $\frac{4EI_{AB}}{L_{AB}}$ par $\frac{3EI_{AB}}{L_{AB}}$ et le coefficient de transmission 0,5 par 0.

Remplaçons $\frac{4EI_{AB}}{L_{AB}}$ par K_{AB} que l'on a appelé facteur de rigidité en 3.3.1 (méthode de Cross, ci-dessus).

De même, pour les autres barres concourantes en A, on trouve :

$$M_{AC} = -K_{AC}\left(\omega_A - \theta_{AC} - \frac{\theta_{CA}}{2} + \frac{\omega_C}{2}\right)$$

$$M_{AD} = -K_{AD}\left(\omega_A - \theta_{AD} - \frac{\theta_{DA}}{2} + \frac{\omega_D}{2}\right)$$

etc.

Le nœud A est en équilibre si la somme des couples exercés par toutes les barres concourantes est nulle :

$$\sum_{J=B}^{J=E} K_{IJ}\left(\omega_A - \theta_{AJ} - \frac{\theta_{JA}}{2} + \frac{\omega_J}{2}\right) = 0$$

ou en ordonnant par rapport à la rotation ω_A et en posant :

$$\Sigma = \sum_{J=B}^{J=E}$$

on obtient : $\omega_A \Sigma K_{AJ} + \Sigma K_{AJ}\frac{\omega_J}{2} = \Sigma K_{AJ}\left(\theta_{AJ} + \frac{\theta_{JA}}{2}\right)$ (6)

De même pour les autres nœuds.

Remarque 2 : Pour une barre articulée en J, l'équation (6) devient :

$$\omega_A \Sigma K_{AJ} = \Sigma K_{AJ}\theta_{AJ} \qquad (6 \text{ bis})$$

On peut éviter de calculer les rotations isostatiques θ_{AJ} des extrémités des barres en les remplaçant par une fonction du couple d'encastrement des barres dans les nœuds (m_{AJ} = couple exercé par la barre AJ sur le nœud A sous les charges appliquées sur cette barre, supposée parfaitement encastrée, positif dans le sens trigonométrique direct). En effet, considérons une travée AJ sur deux appuis simples, les rotations aux extrémités

sont, comme on l'a vu, θ_{AJ} et θ_{JA} sous l'action des charges appliquées. Pour ramener à zéro (encastrement parfait) la rotation aux appuis, il faut appliquer des couples m_{AJ} et m_{JA} aux extrémités tels que (chap. 2, cas 21) :

$$\theta_{AJ} - \frac{m_{AJ}L_{AJ}}{3EI_{AJ}} + \frac{m_{JA}L_{AJ}}{6EI_{AJ}} = 0 \qquad (7)$$

$$\theta_{JA} - \frac{m_{JA}L_{AJ}}{3EI_{AJ}} + \frac{m_{AJ}L_{AJ}}{6EI_{AJ}} = 0 \qquad (8)$$

Portons les valeurs de θ_{AJ} et θ_{JA} tirées de (7) et (8) dans l'équation (6) :

$$\omega_A \Sigma K_{AJ} + \Sigma K_{AJ}\frac{\omega_J}{2} = \Sigma K_{AJ}\left(\frac{m_{AJ}L_{AJ}}{3EI_{AJ}} - \frac{m_{JA}L_{AJ}}{6EI_{AJ}} + \frac{m_{JA}L_{AJ}}{6EI_{AJ}} - \frac{m_{AJ}L_{AJ}}{12EI_{AJ}}\right)$$

$$\omega_A \Sigma K_{AJ} + \Sigma K_{AJ}\frac{\omega_J}{2} = \Sigma K_{AJ}\frac{L_{AJ}}{EI_{AJ}}\left(\frac{m_{AJ}}{4}\right) \quad \text{or} \quad K_{AJ} = \frac{4EI_{AJ}}{L_{AJ}}$$

d'où :

$$\omega_A \Sigma K_{AJ} + \Sigma K_{AJ}\frac{\omega_J}{2} = \Sigma m_{AJ} \qquad (9)$$

Remarque 3 : Pour un nœud articulé en J, on a : $\theta_{AJ} - \frac{m_{AJ}L_{AJ}}{3EI_{AJ}} = 0$ (voir remarque 2 ci-dessus), l'équation (9) s'écrit :

$$\omega_A \Sigma K_{AJ} = \Sigma K_{AJ}\theta_{AJ} = \Sigma \frac{4}{3} m_{AJ} \qquad (9 \text{ bis})$$

Les équations (9) et (9 bis) permettent de généraliser en :

$$\boxed{\omega_A \Sigma K_{AJ} + \Sigma \lambda_{AJ} K_{AJ}\frac{\omega_J}{2} = \Sigma \mu_{AJ} m_{AJ}} \qquad (10)$$

avec :

	Extrémité J	
	Encastrée	Articulée
λ_{AJ}	0,5	0
μ_{AJ}	1	4/3

Pour une barre verticale AJ, les charges horizontales positives sont dirigées vers la droite si le nœud A est en bas et le nœud J en haut.

Ainsi : $m_{AB} = -m_{BA} = -\frac{p_{AB}L_{AB}^2}{12} = -\frac{35 \times 6^2}{12} = -105$ kNm

$$m_{AC} = -m_{CA} = \frac{9 \times 3^2}{12} = 6{,}75 \text{ kNm}$$

$$m_{CD} = -m_{DC} = -\frac{40 \times 6^2}{12} = -120 \text{ kNm}$$

• *Nœud A*

Ce nœud est lié aux nœuds B et C par l'intermédiaire des barres AB et AC. L'équation (10) s'écrit :

$$\omega_A (K_{AB} + K_{AC}) + \omega_B \frac{K_{AB}}{2} + \omega_C \frac{K_{AC}}{2} = m_{AB} + m_{AC}$$

$$(115{,}78 + 134)\omega_A + \frac{115{,}78}{2}\omega_B + \frac{134}{2}\omega_C = -105 + 6{,}75$$

$$249{,}78\,\omega_A + 57{,}89\,\omega_B + 67\,\omega_C = -98{,}25 \qquad (11)$$

• *Nœud B*

L'équation (10) s'écrit :

$$\omega_B (K_{AB} + K_{BD}) + \omega_A \frac{K_{AB}}{2} + \omega_D \frac{K_{BD}}{2} = m_{BA} + m_{BD}$$

$$(115{,}78 + 134)\,\omega_B + \frac{115{,}78}{2}\omega_A + \frac{134}{2}\omega_D = 105 + 0$$

$$249{,}78\,\omega_B + 57{,}89\,\omega_A + 67\,\omega_D = 105 \qquad (12)$$

• *Nœud C*

L'équation (10) s'écrit :

$$\omega_C (K_{AC} + K_{CD} + K_{CE}) + \omega_A \frac{K_{AC}}{2} + \omega_D \frac{K_{CD}}{2} = m_{CA} + m_{CD} + m_{CE}$$

$$(134 + 115{,}78 + 134)\,\omega_C + \frac{134}{2}\omega_A + \frac{115{,}78}{2}\omega_D = -6{,}75 - 120$$

$$383{,}78\,\omega_C + 67\,\omega_A + 57{,}89\,\omega_D = -126{,}75 \qquad (13)$$

• *Nœud D*

La barre DF est articulée en F. L'équation (10) s'écrit :

$$\omega_D (K_{DB} + K_{DC} + K_{DF}) + \omega_B \frac{K_{DB}}{2} + \omega_C \frac{K_{DC}}{2} + 0 = m_{DB} + m_{DC} + \frac{4}{3} m_{DF}$$

$$(134 + 115{,}78 + 100{,}50)\,\omega_D + \frac{134}{2}\omega_B + \frac{115{,}78}{2}\omega_C + 0 = 0 + 120 + 0$$

$$350{,}28\,\omega_D + 67\,\omega_B + 57{,}89\,\omega_C = 120 \qquad (14)$$

Des quatre équations (11), (12), (13) et (14), nous obtenons les quatre rotations inconnues :

$\omega_A = -0{,}4117 \times 10^{-3}$ rd

$\omega_B = 0{,}4326 \times 10^{-3}$ rd

$\omega_C = -0{,}3052 \times 10^{-3}$ rd

$\omega_D = 0{,}3103 \times 10^{-3}$ rd

• **Calcul des moments**

La barre IJ est soumise à :

– des charges donnant des rotations isostatiques θ_{IJ} et θ_{JI} ;

– des couples exercés par les nœuds sur la barre, $-M_{IJ}$ en I et $-M_{JI}$ en J.

Ces trois actions entraînent les rotations ω_I et ω_J déjà calculées (éq. 4 et 5) :

$$\omega_I = \theta_{IJ} - \frac{M_{IJ}L_{IJ}}{3EI_{IJ}} + \frac{M_{JI}L_{IJ}}{6EI_{IJ}}$$

$$\omega_J = \theta_{JI} - \frac{M_{JI}L_{IJ}}{3EI_{IJ}} + \frac{M_{IJ}L_{IJ}}{6EI_{IJ}}$$

Remplaçons les valeurs de θ_{IJ} et θ_{JI} en fonction de m_{IJ} et m_{JI} (éq. 7 et 8) :

$$\theta_{IJ} = \frac{m_{IJ}L_{IJ}}{3EI_{IJ}} - \frac{m_{JI}L_{IJ}}{6EI_{IJ}}$$

$$\theta_{JI} = \frac{m_{JI}L_{IJ}}{3EI_{IJ}} - \frac{m_{IJ}L_{IJ}}{6EI_{IJ}}$$

On obtient alors deux équations à deux inconnues M_{IJ} et M_{JI} qui valent :

$$\boxed{M_{IJ} = m_{IJ} - \left(\omega_I + \frac{\omega_J}{2}\right) K_{IJ}} \qquad (15)$$

$$M_{JI} = m_{JI} - \left(\omega_J + \frac{\omega_I}{2}\right) K_{IJ} \qquad (16)$$

Ainsi pour la barre AB :

$$M_{AB} = -105 - \left(-0{,}4117 + \frac{0{,}4326}{2}\right) \times 115{,}77 = -82{,}36 \text{ kNm}$$

$$M_{BA} = 105 - \left(0{,}4326 - \frac{0{,}4117}{2}\right) \times 115{,}77 = 78{,}76 \text{ kNm}$$

On retrouve bien les mêmes valeurs que celles de la méthode de Cross.

3.3.3. *Efforts tranchants et efforts normaux dans les barres*

Les efforts tranchants, à l'abscisse x, d'une barre sont calculés en fonction (chap.1, éq. 43) :
— des charges appliquées sur la barre supposée isostatique : $v(x)$;
— des deux moments d'extrémités M_{IJ} et M_{JI} (suivant la convention de signe définie en tête du 3.3.2) par :

$$V(x) = v(x) - \frac{M_{IJ} + M_{JI}}{L_{IJ}}$$

Pour une travée horizontale, un effort tranchant positif transmet au nœud un effort dirigé vers le bas pour l'appui gauche et vers le haut pour l'appui droit. Pour une barre verticale, un effort tranchant positif transmet au nœud un effort positif vers la droite pour l'appui bas et vers la gauche pour l'appui haut.

EXEMPLE : Étudions la barre AB du portique précédent, calculé suivant la méthode de Cross ou la méthode des rotations :

$p = 35$ kN/m
$L = 6$ m
$M_{AB} = -82{,}36$ kNm (suivant convention de signe en 3.3.1 ci-dessus)
$M_{BA} = 78{,}76$ kNM

$$V(x) = \frac{pL}{2} - px - \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L} = \frac{35 \times 6}{2} - 35x - \frac{78{,}76 - 82{,}36}{6} = -35x + 105{,}6$$

Aux appuis, on a :

$$V_{AB} = 105{,}6 \text{ kN}$$
$$V_{BA} = -104{,}4 \text{ kN}$$

Les efforts normaux dans les barres verticales sont égaux à la somme :
— des efforts normaux des barres situées au-dessus du même nœud ;
— des efforts tranchants des poutres situées à droite ;
— des efforts tranchants, changés de signe, des poutres situées à gauche.

Ainsi, pour le poteau BD : $N_{BD} = -V_{BA} = 104$ kN.

Il ne faut pas oublier d'effectuer la vérification au flambement des barres si leur élancement dépasse certaines valeurs (voir chap.8).

• Effort tranchants
— à gauche ou en bas $V_{IJ} = \frac{pL}{2} - \frac{M_{IJ} + M_{JI}}{L_{IJ}}$
— à droite ou en haut $V_{JI} = -\frac{pL}{2} - \frac{M_{IJ} + M_{JI}}{L_{IJ}}$

Barre IJ (2)	Orientation de la barre	Longueur L (m)	Charge p (1) (kN/m)	Moment M_{IJ} à gauche ou en bas (3)	Moment M_{JI} à droite ou en haut (3)	Effort tranchant (4) à gauche ou en bas V_{IJ}	Effort tranchant (4) à droite ou en haut V_{JI}	Effort sur les nœuds (5) à gauche ou en bas = V_{IJ}	Effort sur les nœuds (5) à droite ou en haut = $-V_{JI}$
AB	horiz.	6	35	− 82,36	78,76	105,6	−104,4	105,60 V	104,4 V
CA	vert.	3	9	61,76	82,39	−34,55	−61,55	−34,55 H	61,55 H
DB	vert.	3	0	−70,56	−78,77	49,78	49,78	49,78 H	−49,78 H
CD	horiz.	6	40	−102,65	101,75	120,15	−119,85	120,15 V	119,85 V
EC	vert.	3	0	20,43	40,90	−20,44	−20,44	−20,44 H	20,4 H
FD	vert.	3	0	0	−31,17	10,39	10,39	10,39 H	−10,39 H

(1) Positive vers le bas ou vers la droite.
(2) Lu de gauche à droite ou de bas en haut.
(3) Suivant convention de signe de la méthode de Cross (couple exercé par la barre sur le nœud positif dans le sens trigonométrique direct).
(4) Suivant convention Résistance des Matériaux.
(5) Effort positif si la barre exerce un effort sur le nœud dirigé vers le bas ou vers la droite.

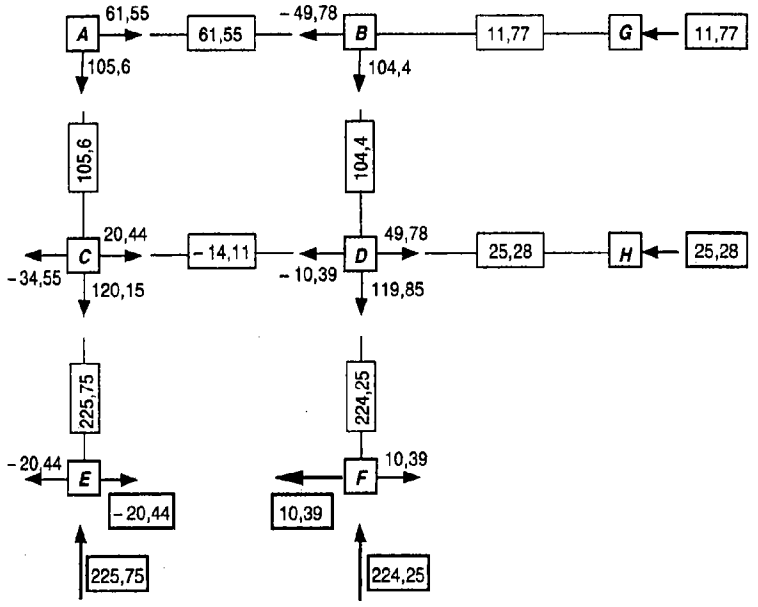


Fig. 22 — Efforts exercés sur les nœuds et efforts dans les barres

Barres	Efforts (Fig. 22) (1)	
AB	61,55	compression
CA	105,60	compression
DB	104,4	compression
CD	− 14,11	traction
EC	225,76	compression
FD	224,25	compression

(1) Positif = compression

• **Réactions d'appuis**
(kN ou kNm, positif vers le haut, vers la droite ou sens trigonométrique direct)

Appui	Horizontale	Verticale	Moment
E	−20,44	225,75	20,43
F	10,39	225,75	0
G	11,77	0	0
H	25,28	0	0

3.3.4. Portiques à nœuds déplaçables

Ce type de portique n'étant pas très courant en bâtiment, nous renverrons le lecteur aux cours de Résistance des Matériaux [9] ou au programme «PORTIQUE» ci-après.

Le principe consiste à utiliser la méthode des rotations ou la méthode de Cross en supposant que les barres fictives qui avaient été introduites pour rendre le portique à nœuds non déplaçables, sont remplacées par des forces opposées aux réactions enlevées et d'étudier le portique sous l'action de ces forces horizontales appliquées au niveau de chaque plancher.

4. OSSATURES EN ACIER

4.1. Généralités

Les ossatures métalliques, beaucoup plus courantes que les ossatures en béton, sont très utilisées pour les constructions industrielles, plus rarement pour les bureaux et les habitations.
Certains pays, gros producteurs d'acier, n'utilisent pratiquement que ce matériau, tels les USA ou le Japon.

Avantages	Inconvénients
— légèreté — préfabrication facile, spécialement en atelier — montage rapide sur chantier — transformations ultérieures plus faciles — faible encombrement	— déformations plus grandes sous l'action des charges appliquées — sensibilité au feu (protection spéciale) — entretien pour les parties exposées aux intempéries — barres sensibles au flambement

Les calculs sont menés avec les méthodes exposées ci-dessus : méthode de Cross, méthode des rotations, programme de calcul sur ordinateur (voir en 5 ci-après) et n'offrent pas de difficultés particulières.

Un soin attentif doit être porté :
• aux assemblages des barres pour lesquels on utilise des :
— rivets à chaud (pratiquement plus utilisés),
— rivets à froid (appelés couramment rivelons), calculés comme des boulons ordinaires,
— boulons ordinaires,
— boulons H.R. (haute résistance) à serrage contrôlé,
— le soudage.
Les assemblages sont les points faibles de telles structures et méritent une étude particulière, de façon à s'assurer que les encastrements des éléments les uns dans les autres sont conformes aux hypothèses de calcul du portique ;

• au contreventement. Les ossatures en acier peuvent être :
— soit auto-contreventées par effet de portique ; elles sont alors assez déformables sous l'action de forces horizontales dues au vent ou au séisme,
— soit contreventées par des diagonales métalliques ou des voiles en béton armé ou non armé.

4.2. Assemblages

4.2.1. Généralités

Les assemblages les plus courants sont :
— le boulonnage par boulons normaux ;
— le rivetage à froid ;
— le boulonnage à serrage contrôlé au moyen de boulons HR ;
— le soudage.
Les deux derniers types sont des assemblages sans déplacement. Les assemblages des deux premiers types peuvent avoir un jeu de l'ordre d'un milimètre par assemblage, dû à la différence de diamètre entre le boulon et le trou.

On devra vérifier que les efforts des différentes barres passant par les centres de gravité de leurs sections convergent au même point (Fig. 23), sinon il y a des flexions parasites non négligeables. Il est à remarquer que, très souvent, les lignes de trusquinage (axe des trous de boulons ou rivets) sont différentes des lignes de centre de gravité des sections des profilés.

4.2.2. Efforts non situés dans le même plan - flexion secondaire

On doit éviter, dans la mesure du possible, les efforts décalés du fait que les axes des efforts ne convergent pas au même point. Ce peut être le cas avec une seule cornière ou avec deux cornières situées du même côté, situation que l'on rencontre dans le cas de diagonales croisées (Fig. 24).

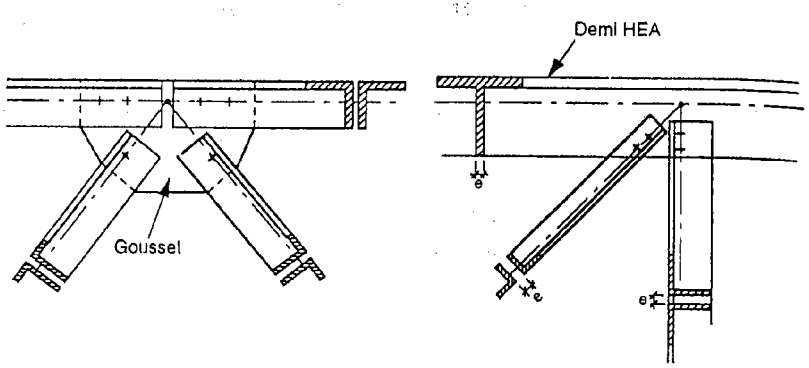


Fig. 23 — Assemblages avec ou sans gousset

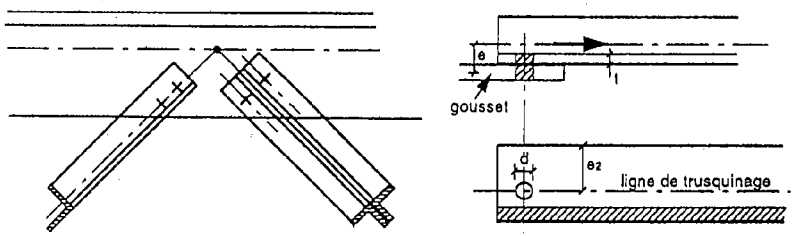


Fig. 24 — Assemblages avec efforts décalés

Ce décalage provoque une flexion dans la barre qui s'ajoute à la contrainte de traction (ou de compression).

C'est le cas de cornière attachées par une seule aile ; la transmission des efforts entraîne, du fait de l'excentricité e de ces barres (Fig. 24) par rapport au plan de symétrie, des moments de flexion dans ces barres ainsi que des moments de torsion dans le gousset d'attache.

En général, on néglige ces efforts secondaires à condition de limiter la résistance ultime de la cornière (Eurocode 3) à :

– pour un boulon : $N_{ult} = \dfrac{2(e_2 - 0{,}5d)\,t\,f_u}{\gamma_{M2}}$

– pour deux boulons : $N_{ult} = \dfrac{\beta A_{net} f_u}{\gamma_{M2}}$

où :
f_u = résistance de l'acier,
β = coefficients minorateurs dépendant des règles de pinces,
t = épaisseur de la cornière,
d = diamètre du trou,
A_{net} = section nette de la cornière,
e_2 = distance de l'axe du trou au bord de l'aile de la cornière (Fig. 24).

Avec les Règles CM 66, on limitera l'effort à la valeur :

$$N_{ul} = A_{net} f_y \quad \text{avec} \quad f_y = \text{limite d'élasticité}$$

EXEMPLE : Soit une cornière 40 × 40 × 4 (S = 3,08 cm², $(I/v)_z$ = 2,51 cm³, d'après [14]), fixée sur un plat 6 × 50 et transmettant un effort de traction T de 25 kN. Le moment de flexion dans la cornière vaut : $M_1 = Td$ et dans le plat : $M_2 = Te/2$.

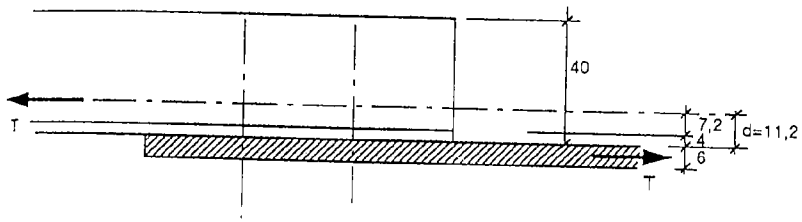


Fig. 25 — Exemple d'efforts décalés

La contrainte dans la cornière vaut :

$$\sigma_1 = \frac{T}{S} + \frac{M_1}{(I/v)_z} = \frac{25\ 10^{-3}}{3{,}08\ 10^{-4}} + \frac{0{,}0112 \times 25\ 10^{-3}}{2{,}51\ 10^{-6}} = 83{,}7 + 111{,}6 = 195{,}3\ \text{MPa}\ (+137\ \%)$$

Contrainte dans le plat :

$$\sigma_2 = \frac{h}{be} + \frac{T(e/2)}{(he^2/6)} = \frac{T}{eh} + \frac{3T}{eh} = \frac{4T}{eh} \quad \text{soit 4 fois plus}$$

$$\sigma_2 = \frac{4 \times 25\ 10^{-3}}{(5 \times 0{,}6)\ 10^{-4}} = 333{,}3\ \text{MPa} > 235\ \text{MPa}$$ au lieu de 83,8 MPa en traction centrée !

4.2.3. Diamètres des trous, boulons et rivets

On pourra retenir les valeurs suivantes extraites des Règles CM 66 [10], art.14.101 :

Boulons (et rivets) diamètre Ø mm	Sections des boulons (mm²)		Diamètre des trous mm	Nombre de trous sur une ligne perpend. à l'effort	Tôles et âmes de profilés d'épais. mm	Cornières de largeur d'aile mm	Ailes de fer U de hauteur mm	Ailes de poutrelles H de profil N°
	partie lisse	en fond de filet						
8	50,2	36,6	9	1	2	30	—	—
10	78,5	58,0	11	1	3	35	—	—
12	113	84,3	13	1	4	40-45	80	—
14	154	115	15	1	5	50	100 à 130	10 à 12
16	201	157	17	1	6	60	140 à 160	14
18	254	192	19	1	7	70	175 à 180	15 et 16
20	314	245	22	2	8	80-90	200 à 220	18
22	380	303	24	2	10 à 14	100-120	240 à 300	20 à 24
24	452	353	26	2	>14	>120	-	>24
27	573	459	29	2	>14	>120	-	>24
30	677	561	32	2	>14	>120	-	>24

On utilisera, en général, les mêmes nuances d'acier que celles de l'acier des profilés.

4.2.4. Boulons H.R.

Ces boulons précontraints par serrage contrôlé à 90 % de leur limite élastique σ_e sont supposés travailler à 0,8 σ_e. Par effet de frottement, avec un coefficient de frottement φ égal à :

0,30 pour des surfaces simplement brossées,

0,45 pour des surfaces sablées ou grenaillées ou traitées au chalumeau,

et une section résistante $A_r = \frac{\pi}{4}\left(\frac{d_2 + d_3}{2}\right)^2$, avec d_2 = diamètre sur flancs de filet et d_3 = diamètre du noyau de la vis, ces boulons permettent de reprendre un effort de glissement des pièces ainsi serrées égal à 1,10 fois l'effort de serrage, soit :

$$T_a = 1{,}1 \times 0{,}8 \varphi A_r \sigma_e$$

La pression diamétrale $\frac{T}{de}$ ne doit pas dépasser $4\sigma_e$, où T représente l'effort de traction perpendiculaire à l'axe du boulon, d le diamètre du boulon et e l'épaisseur de la pièce serrée (cette limite des CM 66 est un peu trop optimiste).

EXEMPLE : Soit un effort pondéré à reprendre T = 212 kN avec des boulons de qualité HR 10-9. Les deux pièces d'épaisseur 10 et 12 mm sont simplement brossées sur les surfaces de contact.

D'après le tableau du 4.2.3 ci-dessus, on choisit un boulon de 22 mm de diamètre, compatible avec l'épaisseur des pièces assemblées. Il faudra donc trois boulons Ø22 et on verifiera : $3T_a = 3 \times 72 = 216$ kN > T = 212 kN OK.

Type de boulon	Limites (MPa)	
	de résistance à la rupture	élastique
HR 10-9	1 000	900
HR 8-8	800	640

Boulons HR		Effort admissible T_a en kN			
Diamètre	Section A_r	Boulons HR 10-9 : σ_e = 900 MPa		Boulons HR 8-8 : σ_e = 640 MPa	
		surface brossée : φ = 0,30	surface grenaillée ou sablée ou chalumeau : φ = 0,45	surface brossée : φ = 0,30	surface grenaillée ou sablée ou chalumeau : φ = 0,45
mm	mm²				
16	157	37,3	56,0	26,5	39,8
18	192	45,6	68,4	32,4	48,7
20	245	58,2	87,3	41,4	62,1
22	303	72,0	108,0	51,2	76,8
24	359	85,3	127,9	60,7	91,0
27	459	109,1	163,6	77,6	116,3

4.2.5. Conditions à vérifier (CM 66, art. 4.1)

T = effort pondéré total de cisaillement sur un rivet ou un boulon et une pièce d'épaisseur e
e = épaisseur de la pièce assemblée
d = diamètre des trous (mm)

	Art. CM 66	Rivets courants à chaud et à froid	Boulons ordinaires
Pression diamétrale $\frac{T}{de} \leqslant$	4.102.3	3,5 σ_e	3 σ_e
Distance entre axes des boulons δ (pince) — sous intempéries — autres cas	4.101.1	$3d \leqslant \delta \leqslant 7d$ $3d \leqslant \delta \leqslant 10d$	
Distance entre axes des boulons et le bord dans le sens longitudinal : δ_L	4.101.2	$\delta_L \geqslant M_{ax}\left[\frac{0{,}8T}{e\sigma_e} ; 1{,}5d\right]$ $\delta_L \leqslant 4d$ si gousset entre les 2 pièces à assembler autres cas : $\delta_L \leqslant 2{,}5d$	
Distance entre axes des boulons et le bord dans le sens transversal : δ_t	4.101.3	$1{,}5d \leqslant \delta_t \leqslant 2{,}5d$	
Epaisseur des pièces assemblées : — de chaque pièce	4.102.1	e_2 épaisseur de la 2ème pièce classée par ordre d'épaisseur décroissante $d \geqslant e_1 + 2$ mm si $e_2 \leqslant 20$ mm $d > 22$ mm si $e_2 > 20$ mm	
— totale	4.102.2	$\Sigma e \leqslant 4d$	$\Sigma e \leqslant 4d$ s'il y a des fourrures intercalées, autres cas : pas de limite
Section de calcul : — diamètre		$d - 1$ mm	$d - 1$ mm
— section A	4.11 4.12 4.13 4.31	$\frac{\pi d^2}{4}$ si $\Sigma e \leqslant 4d$ $\frac{\pi d^2}{4} - 1{,}5d$ si $\Sigma e \leqslant 5d$ $\frac{\pi d^2}{4} - 1{,}5(\Sigma e - 4d)$ si $4d \leqslant \Sigma e \leqslant 5d$	
Résistance au cisaillement	4.112 4.122	$\frac{1{,}25T}{A} \leqslant \sigma_e$	$\frac{1{,}54T}{A} \leqslant \sigma_e$ (en partie lisse des boulons)

Pour les soudures, on vérifiera la résistance au cisaillement par : $\frac{T}{0{,}75\,La\,\alpha} \leqslant \sigma_e$
avec a = épaisseur utile du cordon de longueur L
$\alpha = 1$ si $a \leqslant 4$ mm

$\alpha = 0{,}8\left(1 + \frac{1}{a}\right)$ si $a > 4$ mm

EXEMPLE : Soit un treillis dont la membrure est constituée d'un demi HEA100 et de deux cornières $40 \times 40 \times 4$ inclinées de 45°, fixées sur l'âme du demi HEA100 et transmettant un effort de traction dans l'ensemble des deux cornières de 50,4 kN. Cet effort est à reprendre par des boulons ordinaires. On supposera que la structure n'est pas soumise aux intempéries (Fig. 26).

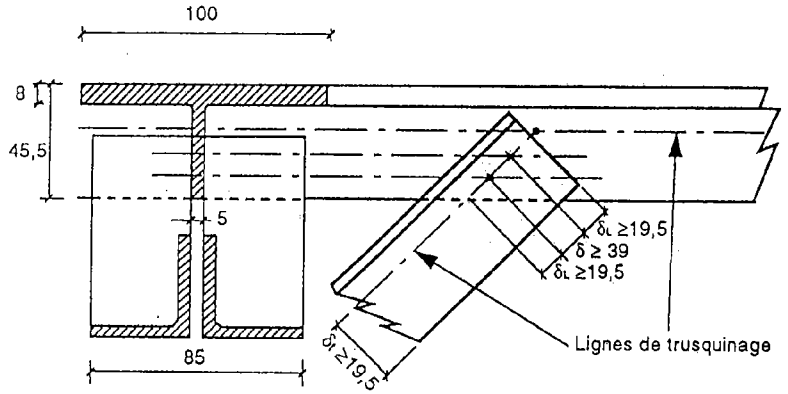


Fig. 26 — Exemple de calcul d'un assemblage

— épaisseur de l'âme du HEA100 [14] : 5 mm
— épaisseur de la cornière : 4 mm
— diamètre du boulon (d'après tableau du 4.2.3 ci-dessus) : 12 mm
— diamètre du trou : 13 mm
On vérifie :
$d = 13 \geqslant e_2 + 2 = 6$ **OK**
$\Sigma e = 5 + 4 = 9 \leqslant 4d = 52$ **OK**
Avec deux boulons par cornière :
$\delta_1 \geqslant 1{,}5d = 19{,}5$ mm
$\delta_1 \geqslant \frac{0{,}8\,T}{e\sigma_e} = \frac{0{,}8\,(50{,}4/4)\,10^{-3}}{4\ 10^{-3} \times 235}\ 10^3 = 10{,}7$ mm $< 19{,}5$ **OK**
Section $A_r = 84{,}3$ mm² $\quad \sigma_e = 235$ MPa
Pression diamétrale : $\frac{T}{de} = \frac{(50{,}4/4)\,10^{-3}}{13 \times 4\ 10^{-6}} = 242{,}3$ MPa $< 3\sigma_e = 705$ MPa **OK**

Résistance au cisaillement : $\frac{1{,}54\,T}{A_r} \leqslant \sigma_e$
$\frac{1{,}54\,(50{,}4/4)\,10^{-3}}{84{,}3 \times 10^{-6}} = 230{,}1$ MPa < 235 MPa **OK**
Le calcul serait le même avec deux paires de cornières sur gousset à la place d'un demi HEA.

4.2.6. Calcul des soudures d'angle

Pour des efforts statiques, on réalisera des cordons convexes de préférence aux cordons concaves ; par contre pour la résistance à la fatigue, les cordons concaves sont préférables. L'épaisseur du cordon a est la plus petite distance entre l'angle des pièces à souder et la surface du cordon au contact de l'air (Fig. 27).

Pour des contraintes de traction ou compression σ, de cisaillement τ_1 parallèle au cordon et τ_2 perpendiculaire au cordon, la vérification des contraintes se réduit à :

$$\left(\frac{\sigma}{0{,}85}\right)^2 + \left(\frac{\tau_1}{0{,}75}\right)^2 + \left(\frac{\tau_2}{0{,}75}\right)^2 < \sigma_e^2$$

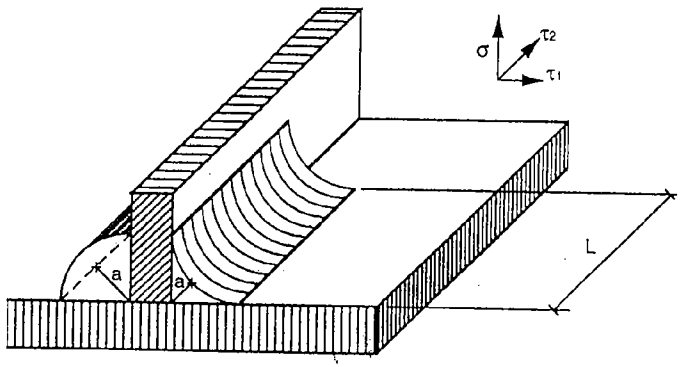


Fig. 27 — Cordon de soudure d'angle

La contrainte est calculée sur la section minimale de la soudure affectée d'un coefficient minorateur α pour les cordons de plus de 4 mm :
$\alpha = 1$ si $a \leqslant 4$ mm

$\alpha = 0{,}8\left(1 + \frac{1}{a}\right)$ si $a > 4$ mm

4.2.7. Attache d'une poutre sur un poteau par soudage

Les sollicitations de la poutre exercées sur le poteau se réduisent à (Fig. 28) :
— un effort normal N (compression ou traction) repris par le linéaire total des cordons ;
— un moment M repris par les seuls cordons des semelles (ailes) ;
— un effort tranchant V repris par les seuls cordons de l'âme.

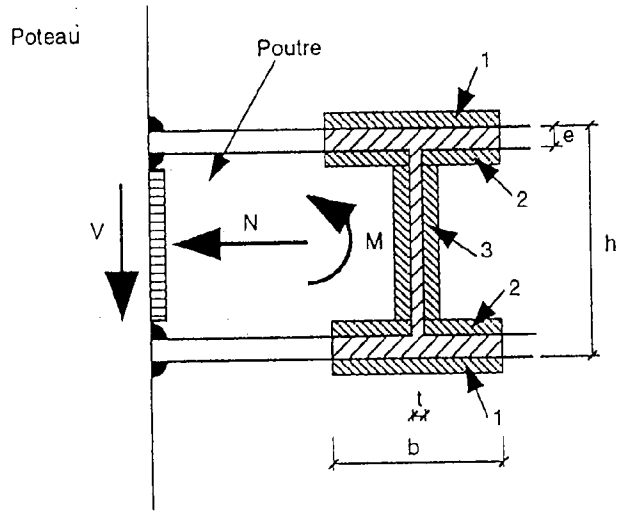


Fig. 28 — Assemblage d'une poutre sur un poteau par soudage.

Exemple. Soit une poutre IPE 200 (hauteur $h = 200$ mm, largeur de semelle $b = 100$ mm, épaisseur d'âme $t = 5{,}6$ mm, épaisseur de semelle $e = 8{,}5$ mm), apportant au poteau les sollicitations : M = 21,1 kNm, N = −112 kN (traction), V = 23,4 kN.
On calcule les longueurs et moments d'inertie des cordons horizontaux extérieurs, intérieurs et d'âme.

Cordons	Epaisseur (mm)	Longueurs (mm)	Inertie
1	a_1	$L_1 = 2b$	$I_1 = L_1\, a_1\, h^2 / 4$
2	a_2	$L_2 = 2(b - 2a_3 - t)$	$I_2 = L_2\, a^2\, (h - 2e)^2 / 4$
3	a_3	$L_3 = 2\,(h - 2e - 2a_2)$	—

La contrainte (corrigée par α) due à l'effort normal vaut :

$$\sigma_N = \frac{N}{L_1\, a_1\, \alpha_1 + L_2\, a_2\, \alpha_2 + L_3\, a_3\, \alpha_3}$$

La contrainte maximale due au moment vaut : $\sigma_M = \dfrac{M h/2}{I_1\, \alpha_1 + I_2\, \alpha_2}$

et la contrainte due à l'effort tranchant : $\tau = \dfrac{V}{L_3\, a_3\, \alpha_3}$

La vérification conduit à :

$$\left|\frac{\sigma_N + \sigma_M}{0{,}85}\right| \leqslant \sigma_e \text{ pour les cordons 1 et 2}$$

$$\left(\frac{\sigma_N}{0{,}85}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{0{,}75}\right)^2 \leqslant \sigma_e^2$$

La valeur du coefficient α ne peut être déterminée que si l'on connait l'épaisseur du cordon. On procède alors par approximations successives en partant de $\alpha = 1$.

	Formule	unité	cordon			Total
			1	2	3	
a		mm	4	4	3	
L		mm	200	176,8	350	
α	$= \text{Min}\,[1\,;\, 0{,}8(1 + 1/a)]$		1	1	1	
$La\alpha$		mm^2	800	707,2	1 050	2 557,2
σ_N	$= N / (\Sigma La\alpha)$	MPa	43,80	43,80	43,80	
c	$= h$ ou $h - 2e$	mm	200	183		
I	$= La c^2 / 2$	mm^4	8000000	5920855		
$I\alpha$		mm^4	8000000	5920855	0	$1{,}4.10^7$
σ_M	$= 0{,}5\, M h / (\Sigma I\alpha)$	MPa	151,28	151,28		
σ_V	$= V / (La\alpha)$	MPa			22,29	
σ	$= \sqrt{\left(\frac{\sigma_N + \sigma_M}{0{,}85}\right)^2 + \left(\frac{\tau}{0{,}75}\right)^2}$	MPa	229,51	229,51	59,48	< 235
						OK

Les épaisseurs de 3 mm et 4 mm conviennent. Elles sont inférieures ou égales à 4 mm. Il n'est donc pas nécessaire de procéder à un deuxième tour d'approximation.

5. PROGRAMME DE CALCUL DES PORTIQUES

Le programme «PORTIQUE» permet de calculer des structures à barres d'orientation quelconques, à nœuds déplaçables ou non, soumis à des charges quelconques, suivant les Règles CM 66 pour les structures en acier et les Règles BAEL 91 pour les structures en béton.

Dans le cas de portiques à nœuds non-déplaçables, il est nécessaire d'ajouter des barres fictives au niveau de chaque plancher, liées à leur autre extrémité à un appui articulé. Ces barres devront avoir une inertie très faible pour ne pas reprendre de moment et une section très grande pour ne pas se raccourcir (ou s'allonger) sous l'action des efforts axiaux correspondant aux réactions d'appui (Fig. 29).

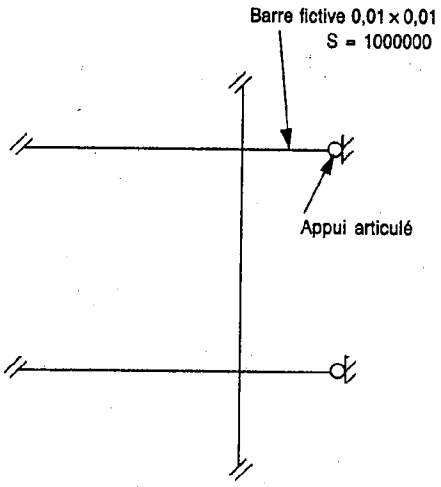


Fig. 29 — Barres fictives pour portiques à nœuds non déplaçables

Le programme est constitué de trois programmes :
— «PORTIQUE» tronc commun de calcul des sollicitations et déformations pour chaque cas de charge, appelant automatiquement l'un des deux suivants ;
— «PORTCM» programme de calcul pour des structures en acier, avec calcul des combinaisons de cas de charges, des contraintes, des vérifications au flambement ;
— «PORTBA» programme de calcul pour des structures en béton armé, avec calcul des combinaisons de cas de charges, des contraintes et sections d'acier, des vérifications au flambement, d'un quantitatif estimé.

5.1. Programme «PORTIQUE» *

5.1.1. Mode d'emploi du programme «PORTIQUE»

Données sous forme de DATA en fin de programme

1ère Ligne — Titre

2e Ligne — NN, NB, NK, Inu, Iv, Psp, E, Ibm, Nodep

Données générales

NN = nombre de nœuds, y compris les appuis
NB = nombre de barres
NK = nombre de tronçons de calcul par barre
Inu = 0 pour le calcul des moments à l'axe des appuis
= 1 pour le calcul des moments au nu des appuis des seules barres horizontales ou quasi horizontales (à ±15 grades sur l'horizontale)

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

= 2 pour le calcul des moments au nu des appuis pour toutes les barres ayant à ses extrémités des barres tenant lieu d'appuis quasi perpendiculaires (à 100 grades ± 15 grades)
Iv = 0 pour le calcul des efforts tranchants à partir du nu des appuis
= 1 pour le calcul des efforts tranchants à partir de la distance 5/6 h à partir du nu des appuis
Psp = poids spécifique en kN/m³ pour le calcul automatique du poids propre. Les résultats de ce cas sont stockés dans le cas 0. Sinon, poids spécifique nul
E = module d'Young du matériau en MPa
Ibm = 1 pour une structure en béton armé
= 2 pour une structure en profilés acier dont on introduira en 4e ligne les caractéristiques mécaniques
= 3 pour une structure en profilés acier normalisés (IPN, IPE, HEA, HEB, HEM)
Nodep = 0 pour une structure sans déplacement latéral (nœuds fixes)
= 1 pour une structure à nœuds déplaçables
(la longueur de flambement, dans le plan du portique, est calculée dans les deux cas suivant l'article 5.13 des Règles CM 66).

Nota : Pour les portiques à nœuds non déplaçables, voir en fin de mode d'emploi.

3e Ligne (NN lignes) — N_n, x_n, y_n — **Description des nœuds**

N_n = numéro du nœud par ordre croissant
x_n = abscisse (*m*) du nœud
y_n = ordonnée (*m*) du nœud

Nota : La numérotation des nœuds doit être telle que la différence de numéros des nœuds d'extrémité d'une même barre soit minimale. Les numéros des appuis ne rentrent pas en ligne de compte dans cette condition.

4e Ligne (NB lignes) (si Ibm=1) — N_b, N_g, N_d, b, h, b_o, h_o, S, I — **Description des barres BA**

N_b = numéro de la barre par ordre croissant
N_g = numéro du nœud gauche, pour un observateur qui tourne la figure pour voir la barre horizontale
N_d = numéro du nœud droit de la barre dans les mêmes conditions
b = largeur (*m*) de la table supérieure d'une poutre en Té ou largeur d'une section rectangulaire (la table est en position haute lorsque l'on a le nœud «gauche» à gauche et le nœud «droit» à droite)
h = hauteur (m) totale de la section
b_o = largeur de l'âme d'une section en Té ou zéro pour une section rectangulaire
h_o = hauteur de la table de compression d'une section en Té ou zéro pour une section rectangulaire
S = section (m²). Si S = 0, la section est automatiquement calculée
I = moment d'inertie (m⁴). Si I = 0, l'inertie est automatiquement calculée

Nota : Si l'on veut négliger les déformations dues à l'effort normal et à l'effort tranchant, on fait : S = 1000000 m²

4e Ligne — N_b, N_g, N_d, b, h, I/v, I_y, S, I_x (si Ibm=2)
N_b, N_g, N_d, xxxyyy (si Ibm=3)

Description des barres CM

(NB lignes) (si Ibm>1)

N_b = numéro de la barre par ordre croissant
N_g = numéro du nœud gauche, pour un observateur qui tourne la figure pour voir la barre horizontale
N_d = numéro du nœud droit de la barre dans les mêmes conditions
b = épaisseur de l'âme (mm)
h = hauteur totale (mm) de la section
I/v = module d'inertie (cm³) de la section, rapportée à v (v = distance du centre de gravité de la section à la fibre supérieure, lorsque l'observateur a tourné la figure pour voir le nœud «gauche» à gauche et le nœud «droit» à droite (v' est calculé égal à h-v)
I_y = moment d'inertie transversal (cm⁴)
S = section (cm²)
I_x = moment d'inertie dans le plan du portique (cm⁴)
xxx = IPN, IPE, HEA, HEB ou HEM
yyy = numéro du profilé en mm (exemple : IPE300 ou HEA600)

5e Ligne — N_n, d_x, d_y, rot

Description des appuis

N_n = numéro du nœud d'appui, (N_n = 0 pour *fin de description* des appuis et aller en ligne 6)
d_x = 0 pour un nœud fixe dans la direction Ox ou = 1 pour un nœud libre de se déplacer suivant Ox
d_y = 0 pour un nœud fixe dans la direction Oy ou = 1 pour un nœud libre de se déplacer suivant Oy
rot = 0 pour un nœud fixe à la rotation ou = 1 pour un nœud libre de tourner

6e Ligne — Nb, Type, Cas, Ihv, p_1, (p_2, a_1, a_2, a_3, a_4)

Charges sur barres

N_b = numéro de la barre (= 0 pour la *fin de description* et aller en ligne 7)
Type = 1 à 11 suivant le type de charge (répartie, trapézoïdale, concentrée, ...)
Cas = numéro du cas de charge auquel est affectée la charge décrite (par exemple 1 pour les charges permanentes, 2 pour les charges d'exploitation, etc.)
Le cas zéro est réservé au calcul de poids propre éventuel
Ihv = 1 pour des charges **verticales** concentrées (type 11) ou réparties (type 1 à 10) par unité de longueur **horizontale** (kN ou kN/m). Positives vers le bas.

= 2 pour des charges **horizontales** concentrées (type 11) ou réparties (type 1 à 10) par unité de longueur **verticale** (kN ou kN/m). Positives vers la droite.
= 3 pour des charges **perpendiculaires** à la barre concentrées (kN) ou réparties par unité de longueur (kN/m) **suivant la barre**, positive vers le bas lorsque l'on tourne la figure pour voir le nœud «gauche» de la barre à gauche et le nœud «droit» à droite
= 4 pour des charges réparties **verticales** (kN/m) par unité de longueur **suivant la barre** (charge de poids propre par exemple)
= 5 pour des charges **concentrées** (kN) de **direction quelconque** et de composantes horizontale Q_x, positive vers les x croissants et verticale Q_y, positive vers les y croissants, situées à l'abscisse a_1 (m) le long de la barre

Les valeurs de p_1, p_2, a_1, a_2, a_3 et a_4 sont données dans le tableau ci-après en fonction des types de charges.
Fin de description faire : N_b = 0

7e Ligne — N_n, Cas, Q_x, Q_y, C

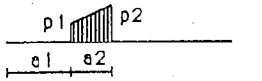
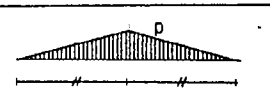
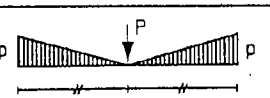
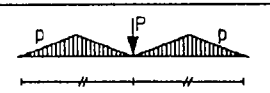
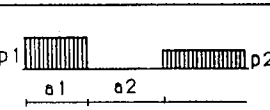
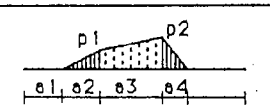
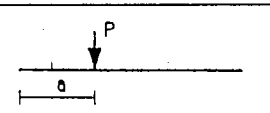
Charges sur nœuds

N_n = numéro du nœud chargé (= 0 pour *fin de description*)
Cas = numéro du cas de charge
Q_x = charge horizontale (kN) positive vers les x croissants
Q_y = charge verticale (kN) positive vers les y croissants
C = couple concentré au nœud (kNm), positif dans le sens trigonométrique (inverse des aiguilles d'une montre)

Le programme «PORTIQUE» appelle automatiquement les programmes de calcul des sections en béton armé (CHAIN «PORTBA») ou en construction métallique (CHAIN «PORTCM»)

Remarques :
1 - La vérification au flambement est effectuée dans les deux directions, dans le plan du portique et dans le plan perpendiculaire.
2 - On suppose pour simplifier que la longueur de flambement est égale à la longueur de la barre dans le cas du flambement perpendiculairement au plan du portique.
3 - Pour les structures en **acier**, il n'est pas tenu compte du coefficient d'adaptation plastique Ψ, toujours supérieur à 1,05 pour les cas de flexion simple. Le déversement n'est pas pris en compte. De plus, pour la résistance à la traction, les trous de boulons et de rivets doivent être déduits.
4 - Pour les structures en **béton**, le calcul au flambement des poutres n'est effectué que si la contrainte moyenne dépasse 0,05 f_{c28}. Pour les poteaux, le calcul au flambement est effectué, dans le plan perpendiculaire au portique jusqu'à des élancements de 70. Dans le plan du portique, le calcul est fait suivant l'article A.4.3.5 du BAEL si la longueur de flambement est inférieure à 15 h ou 20 e_1. Si ces limites ne sont pas respectées, la vérification devra être faite avec le programme «PELQ».

Tableau des types de charges.

Type	Schéma des charges	Ihv	p_1	p_2	a_1	a_2	a_3	a_4
1		1, 2 ou 3	p					
2		1, 2 ou 3	p					
3		1, 2 ou 3	p					
4		1, 2 ou 3	p_1	p_2				
5		1, 2 ou 3	p_1	p_2	a_1	a_2		
6		1, 2 ou 3	p					
7		1, 2 ou 3	p	P				
8		1, 2 ou 3	p	P				
9		1, 2 ou 3	p_1	p_2	a_1	a_2		
10		1, 2 ou 3	p_1	p_2	a_1	a_2	a_3	a_4
11		1, 2 ou 3	P	a				

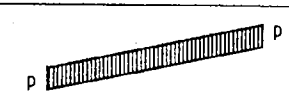
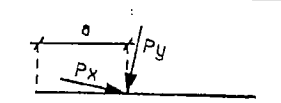
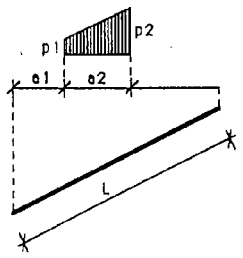
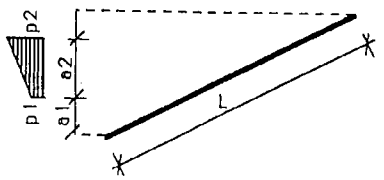
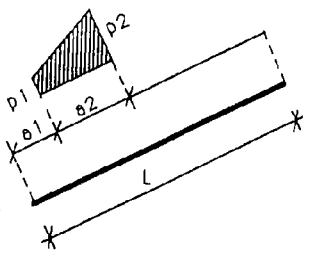
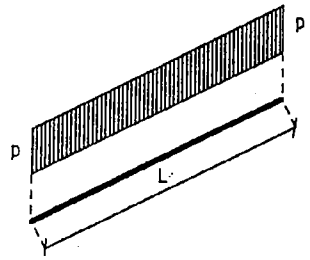
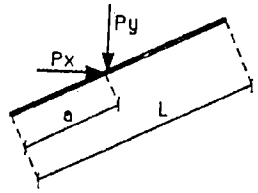
Type	Schéma des charges	Ihv	p_1	p_2	a_1	a_2	a^3	a_4
1		4	p					
11		5	Px	Py	a			

Tableau des orientations des charges : Ihv

Ihv	Type	Schéma
1	1 à 11	
2	1 à 11	
3	1 à 11	

Ihv	Type	Schéma
4	1	
5	11	

• **Cas des appuis élastiques**

Un appui élastique est à remplacer par un nœud normal et deux barres fictives dont l'autre extrémité est un appui articulé (Fig. 30).
Soit une barre (n° i_1) dont l'extrémité est un appui élastique (n° j_1), et dont les modules de réaction sont k_a (MN/m), k_b (MN/m) et k_c (MNm/rd).
On remplace cet appui par le nœud j_1 de mêmes coordonnées (au lieu d'un appui j_1), par deux appuis j_2 et j_3 et deux barres i_2 et i_3 de longueur unité ($L_a = L_b = 1$ m). Les sections (S_a et S_b) et les moments d'inertie (I_a et I_b) des deux barres sont déterminés en fonction des modules k_a, k_b et k_c par les relations :

$S_a = k_a\, L / E = k_a / E$
$S_b = k_b\, L / E = k_b / E$
$I_a = I_b = k_c\, L / (6E) = k_c / (6E)$

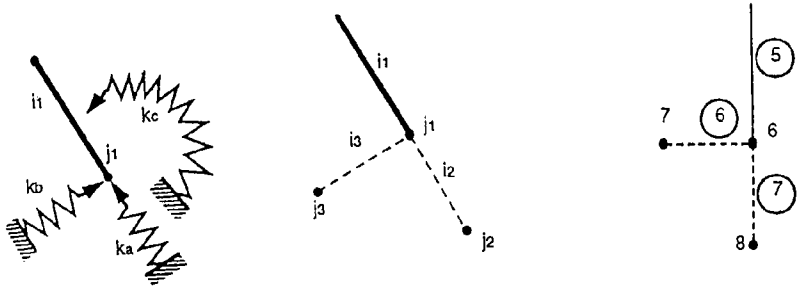


Fig. 30 — Appuis élastiques

• **Exemple d'appui élastique** (Fig. 30)

Soit un appui (n° 6) d'une barre verticale (n° 5) élastique dans le plan vertical (k_a = 1800 MN/m), fixe dans le plan horizontal ($k_b = \infty$) et libre à la rotation (articulé avec $k_c = 0$). Le module d'Young est de 20 000 MPa.

Barre n°	6	7	
L(m)	1	1	
S(m²)	1 E14	0.09	(0.09 = 1 800 / 200 000)
I(m⁴)	1 E-14	1E-14	

Nœud n°	dx	dy	rot
7	0	0	1
8	0	0	1

• **Appuis à nœuds non déplaçables**

Dans le cas de nœuds non déplaçables, créer des barres fictives horizontales (Fig. 31) en extrémité droite de chaque étage du portique, attachées à un appui articulé en leur extrémité droite et de caractéristiques :
longueur L = 1 m, b = 0,01 m,
h = 0,01 m, $b_o = 0$, $h_o = 0$, S = 1000000 m², I = 0
A la 5e ligne de données, faire $d_x = 0$ $d_y = 0$ et rot = 1

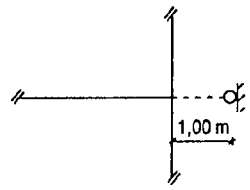


Fig. 31 — Nœuds non déplaçables

5.1.2. Exemple - Données portique béton (Fig. 18 et 32)

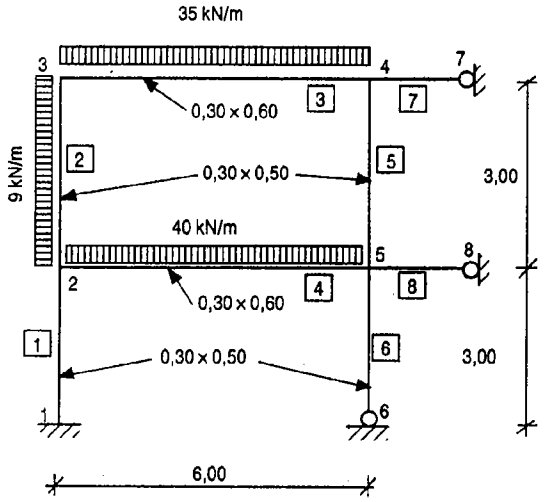


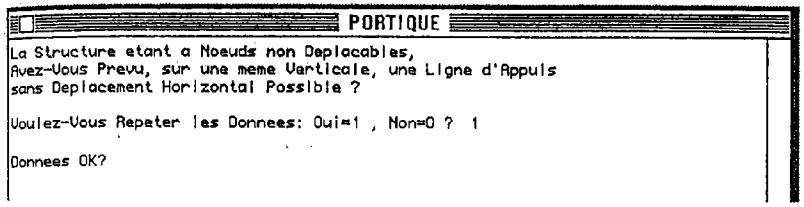
Fig. 32 — Exemple de portique

```
Portique 6 Barres béton          'Titre (ici à nœuds non déplaçables)
8,8,6,0,0,0,32160,1,1            'Nb de Nœuds, Barres, Tronçons, .., Pds Spéc., Eb...
1,0,0                            'Coordonnées du nœud 1
2,0,3                            'dito pour le nœud 2
3,0,6                            '
4,6,6                            '
5,6,3                            '
6,6,0
7,7,6
8,7,3                            '
1,1,2,0.3,0.5,0,0,1000000,0      'Description de la barre 1
2,2,3,0.3,0.5,0,0,1000000,0      'dito barre 2
3,3,4,0.3,0.5,0,0,1000000,0
4,2,5,0.3,0.5,0,0,1000000,0
5,4,5,0.3,0.5,0,0,1000000,0
6,5,6,0.3,0.5,0,0,1000000,0
7,4,7,0.01,0.01,0,0,1000000,0
8,5,8,0.01,0.01,0,0,1000000,0
1,0,0,0                          'Description des appuis
6,0,0,1
7,0,0,1
8,0,0,1
0                                'Fin de description des appuis
3,1,1,1,35                       'Charge sur la barre 3, cas 1
4,1,1,1,40                       'Charge sur la barre 4, cas 1
2,1,1,2,9                        'Charge sur la barre 2, cas 1
0                                'Fin de description des charges sur barres
0                                'Fin de description des charges sur nœuds
```

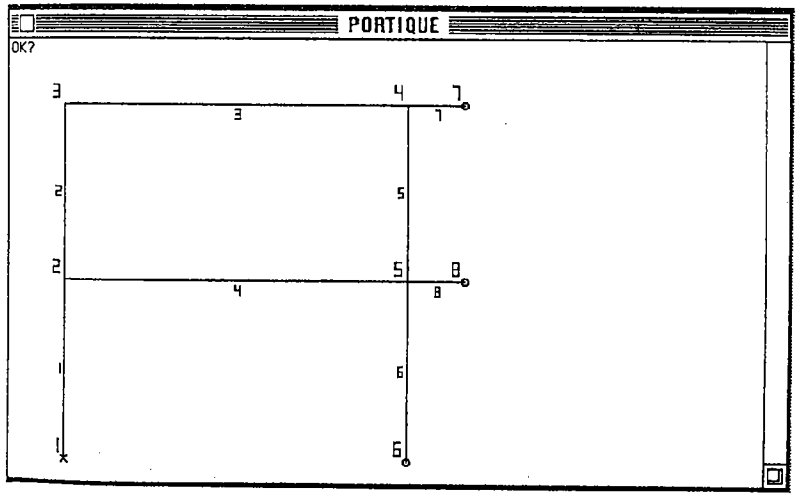
Remarque : On a introduit une section de barre de 10^6 pour négliger les déformations dues à l'effort normal, sinon nous n'aurions pas obtenu les mêmes résultats qu'avec la méthode de Cross ou celle des rotations.

5.1.3. Écrans de «PORTIQUE» pour une ossature béton

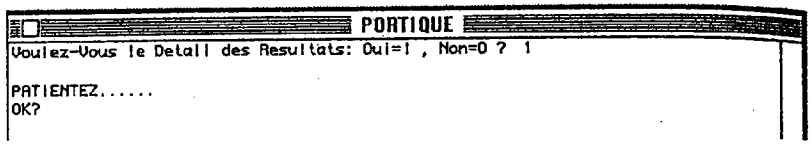
Écran 1 :


PORTIQUE
La Structure etant a Noeuds non Deplacables,
Avez-Vous Prevu, sur une meme Verticale, une Ligne d'Appuis
sans Deplacement Horizontal Possible ?
Voulez-Vous Repeter les Donnees: Oui=1 , Non=0 ? 1
Donnees OK?

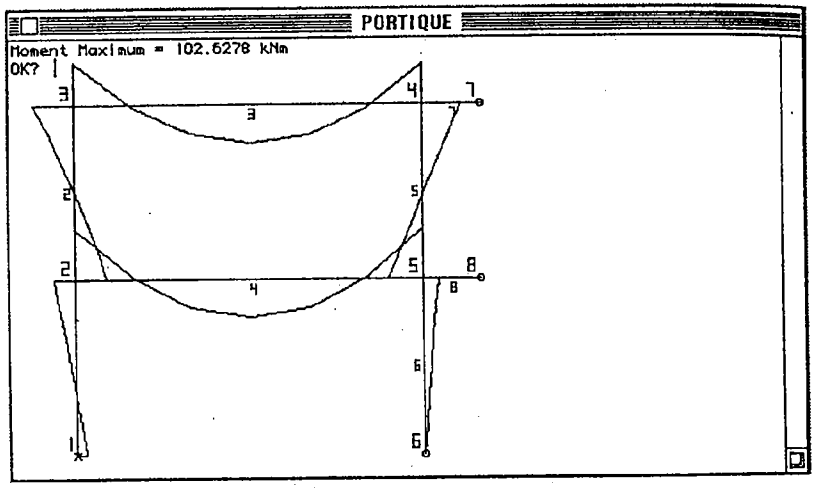
Écran 2 : Dessin du portique avec numéros des nœuds et barres



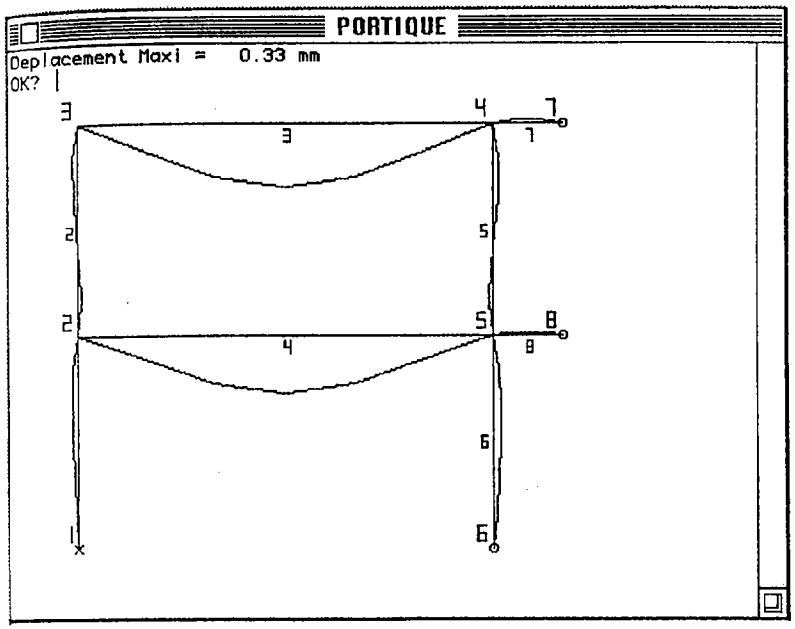
Écran 3 :



Écran 4 : Courbe des moments



Écran 5 : Déplacements



5.1.4. Résultats sur imprimante du programme «PORTIQUE»

DONNEES

Portique 6 barres beton

Donnees des Noeuds

No Noeud	Abscisse m	Ordonnee m
1	0.000	0.000
2	0.000	3.000
3	0.000	6.000
4	6.000	6.000
5	6.000	3.000
6	6.000	0.000
7	7.000	6.000
8	7.000	3.000

Donnees des Barres

No Barre	No Noeuds Gauche	Droit	b m	h m	bo m	ho m	S m2	I m4	L m
1	1	2	0.300	0.500	0.300	0.000	1000000	0.0125	3.000
2	2	3	0.300	0.500	0.300	0.000	1000000	0.0125	3.000
3	3	4	0.300	0.600	0.300	0.000	1000000	0.0216	6.000
4	2	5	0.300	0.600	0.300	0.000	1000000	0.0216	6.000
5	4	5	0.300	0.500	0.300	0.000	1000000	0.0125	3.000
6	5	6	0.300	0.500	0.300	0.000	1000000	0.0125	3.000
7	4	7	0.010	0.010	0.010	0.000	1000000	0.0000	1.000
8	5	8	0.010	0.010	0.010	0.000	1000000	0.0000	1.000

Donnees des Appuis

No Noeud	Abscisse m	Ordonnee m	Deplacement sur Ox	sur Oy	Rotation
1	0.000	0.000	Fixe	Fixe	Fixe
6	6.000	0.000	Fixe	Fixe	Libre
7	7.000	6.000	Fixe	Fixe	Libre
8	7.000	3.000	Fixe	Fixe	Libre

Charges sur Barres en kN/m ou kN, Distances en metres

No Ch	No Barre	Type Charge	Cas de Charge	Direct.	p1 ou P	p2 ou a	a1	a2	a3	a4
1	3	1	1	Verti.	35.000					
2	4	1	1	Verti.	40.000					
3	2	1	1	Horiz.	9.000					

Nbre de Noeuds = 8
Nbre de Barres = 8
Module d'Young = 32160 MPa
Volume= 3.600 m3
Poids= 88.204 kN (8991 kg)
- Moments a l'Axe des Appuis
- Efforts Tranchants au Nu des Appuis
- Structure a Noeuds non Deplacables

Nombre d'Equations = 15
Largeur de la Bande de la Matrice = 12
Nombre de Charges sur Barres = 3
Nombre de Charges sur Noeuds = 0
Nombre de Cas de Charges = 1

RESULTATS
****

AS DE CHARGES No 1

eplacements et Rotations des Noeuds

No Noeud	Abscisse m	Ordonnee m	Deplacement en mm sur Ox	sur Oy	Rotation mrd
1	0.000	0.000	0.00	0.00	0.00
2	0.000	3.000	-0.00	-0.00	-0.08
3	0.000	6.000	0.00	-0.00	-0.10
4	6.000	6.000	0.00	-0.00	0.11
5	6.000	3.000	0.00	-0.00	0.08
6	6.000	0.000	0.00	0.00	-0.04
7	7.000	6.000	0.00	0.00	-0.05
8	7.000	3.000	0.00	0.00	-0.04

BARRE No 1 Noeud gauche 1 Largeur = 0.300 m , Hauteur = 0.500 m
Noeud droit 2

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	-20.448	225.750	20.448	0.000	0.00	0.00
1	0.500	-20.448	225.750	10.224	0.005	-0.01	-0.00
2	1.000	-20.448	225.750	-0.000	0.017	-0.02	-0.00
3	1.500	-20.448	225.750	-10.224	0.029	-0.03	-0.00
4	2.000	-20.448	225.750	-20.448	0.034	-0.03	-0.00
5	2.500	-20.448	225.750	-30.672	0.026	-0.03	-0.00
6	3.000	-20.448	225.750	-40.896	0.000	-0.00	-0.00

BARRE No 2 Noeud gauche 2 Largeur = 0.300 m , Hauteur = 0.500 m
Noeud droit 3

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	-34.534	105.603	61.732	0.000	-0.00	-0.00
1	0.500	-39.034	105.603	43.340	-0.021	0.02	-0.00
2	1.000	-43.534	105.603	22.698	-0.015	0.01	-0.00
3	1.500	-48.034	105.603	-0.194	0.005	-0.01	-0.00
4	2.000	-52.534	105.603	-25.337	0.025	-0.03	-0.00
5	2.500	-56.134	105.603	-52.729	0.029	-0.03	-0.00
6	3.000	-56.134	105.603	-82.371	0.000	0.00	-0.00

BARRE No 3 Noeud gauche 3 Largeur = 0.300 m , Hauteur = 0.600 m
Noeud droit 4

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy

0	0.000	88.103	61.534	-82.371	0.000	0.00	-0.00
1	1.000	70.603	61.534	5.732	-0.139	0.00	-0.14
2	2.000	35.603	61.534	58.835	-0.274	0.00	-0.27
3	3.000	0.603	61.534	76.938	-0.328	0.00	-0.33
4	4.000	-34.397	61.534	60.041	-0.276	0.00	-0.28
5	5.000	-69.397	61.534	8.144	-0.142	0.00	-0.14
6	6.000	-86.897	61.534	-78.753	0.000	0.00	-0.00

BARRE No 4 Noeud gauche 2 Largeur = 0.300 m , Hauteur = 0.600 m
Noeud droit 5

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	100.147	-14.087	-102.628	0.000	-0.00	-0.00
1	1.000	80.147	-14.087	-2.480	-0.124	-0.00	-0.12
2	2.000	40.147	-14.087	57.667	-0.256	-0.00	-0.26
3	3.000	0.147	-14.087	77.814	-0.310	-0.00	-0.31
4	4.000	-39.853	-14.087	57.962	-0.256	-0.00	-0.26
5	5.000	-79.853	-14.087	-1.891	-0.124	0.00	-0.12
6	6.000	-99.853	-14.087	-101.744	0.000	0.00	-0.00

BARRE No 5 Noeud gauche 4 Largeur = 0.300 m , Hauteur = 0.500 m
Noeud droit 5

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	49.771	104.397	-78.753	0.000	0.00	-0.00
1	0.500	49.771	104.397	-53.868	0.032	0.03	-0.00
2	1.000	49.771	104.397	-28.982	0.031	0.03	-0.00
3	1.500	49.771	104.397	-4.097	0.011	0.01	-0.00
4	2.000	49.771	104.397	20.789	-0.010	-0.01	-0.00
5	2.500	49.771	104.397	45.675	-0.019	-0.02	-0.00
6	3.000	49.771	104.397	70.560	0.000	0.00	-0.00

BARRE No 6 Noeud gauche 5 Largeur = 0.300 m , Hauteur = 0.500 m
Noeud droit 6

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	10.394	224.250	-31.183	0.000	0.00	-0.00
1	0.500	10.394	224.250	-25.986	0.030	0.03	-0.00
2	1.000	10.394	224.250	-20.789	0.043	0.04	-0.00
3	1.500	10.394	224.250	-15.592	0.044	0.04	-0.00
4	2.000	10.394	224.250	-10.394	0.034	0.03	-0.00
5	2.500	10.394	224.250	-5.197	0.019	0.02	-0.00
6	3.000	10.394	224.250	0.000	0.000	0.00	0.00

BARRE No 7 Noeud gauche 4 Largeur = 0.010 m , Hauteur = 0.010 m
Noeud droit 7

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	0.000	11.763	-0.000	0.000	0.00	-0.00
1	0.167	0.000	11.763	-0.000	0.014	0.00	0.01
2	0.333	0.000	11.763	-0.000	0.020	0.00	0.02
3	0.500	0.000	11.763	-0.000	0.020	0.00	0.02
4	0.667	0.000	11.763	-0.000	0.016	0.00	0.02
5	0.833	0.000	11.763	-0.000	0.009	0.00	0.01
6	1.000	0.000	11.763	0.000	0.000	0.00	0.00

BARRE No 8 Noeud gauche 5 Largeur = 0.010 m , Hauteur = 0.010 m
Noeud droit 8

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	0.000	25.290	-0.000	0.000	0.00	-0.00
1	0.167	0.000	25.290	-0.000	0.010	0.00	0.01
2	0.333	0.000	25.290	-0.000	0.014	0.00	0.01
3	0.500	0.000	25.290	-0.000	0.015	0.00	0.01
4	0.667	0.000	25.290	-0.000	0.011	0.00	0.01
5	0.833	0.000	25.290	-0.000	0.006	0.00	0.01
6	1.000	0.000	25.290	0.000	0.000	0.00	0.00

Verification d'Equilibre des Noeuds

1	-0.00000000000001
2	0.00000000000003
3	-0.00000000000002
4	-0.00000000000001
5	0.00000000000001
6	0.00000000000000
7	0.00000000000001
8	-0.00000000000007
9	0.00000000000000
10	0.00000000000001
11	0.00000000000015
12	-0.00000000000002
13	0.00000000000000
14	0.00000000000000
15	0.00000000000000

Reactions d'Appuis (Positif vers la Droite, vers le Haut ou Sens Trigo)

Appui No	Reactions sur Ox	en kN sur Oy	Moment kNm
1	20.448	225.750	-20.448
6	-10.394	224.250	0.000
7	-11.763	-0.000	0.000
8	-25.290	-0.000	0.000

5.2. Programme «PORTBA» *

5.2.1. *Mode d'emploi*

Les données du programme «PORTBA» sont à introduire directement au clavier. Ce programme est appelé automatiquement par le programme «PORTIQUE» lorsque Ibm = 1.

1ère Ligne f_c
f_c = contrainte caractéristique (MPa) du béton = f_{c28}

2e Ligne f_e
f_e = limite élastique de l'acier (MPa)

3e Ligne R_c
R_c = 1, s'il y a reprise de coulage du béton (pour le calcul des aciers d'effort tranchant) = 0 dans le cas contraire.

4e Ligne F_i
F_i = 0 si la fissuration est jugée peu préjudiciable,
= 1 pour une fissuration préjudiciable,
= 2 pour une fissuration très préjudiciable.

5e Ligne Cas...
Liste des numéros des cas de charges entrant dans la combinaison décrite dans cette ligne. Dans le cas de poids propre automatique, avec **Psp** > 0, ne pas oublier de l'introduire comme cas 0 (zéro) dans les combinaisons avec le coefficient approprié (en général 1,35 ou 1,00).
FIN = 0
On décrira successivement les combinaisons ELU fondamentales, les combinaisons ELU accidentelles et enfin les combinaisons ELS.

6e Ligne Coeff...
Liste des coefficients mutiplicateurs de chaque cas de charge dans le même ordre que décrit à la ligne précédente Retour à la ligne 5.

7e Ligne θ
Coefficient de durée de la combinaison : θ = 0,85 pour une combinaison de durée supérieure à 24 heures, 0,9 pour une combinaison de durée entre une et 24 heures, 1 pour une combinaison de durée inférieure à une heure.

Remarque : Pour trois cas de charges n° 1, 2 et 3, les lignes 5 et 6 peuvent s'écrire :

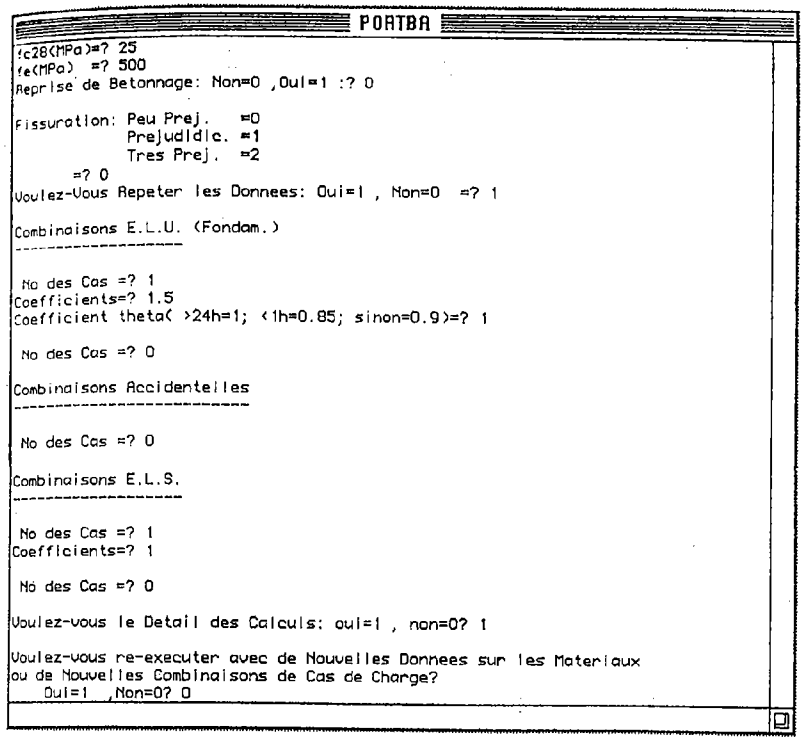
```
1      2      3
1.35   1.5    1
```

5.2.2. *Exemple - Données*

```
25        ' résistance du béton
500       ' limite élastique de l'acier
0         ' il n'y a pas de reprise de bétonnage
0         ' la fissuration est peu préjudiciable
0         ' pas de combinaison fondamentale en ELU
0         ' pas de combinaisons accidentelles
1         ' cas de charge n° 1 en ELS
1         ' affecté du coefficient 1 en ELS
0         ' fin d'ELS
```

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

5.2.3. *Écran «PORTBA»*


PORTBA
fc28(MPa)=? 25
fe(MPa) =? 500
Reprise de Betonnage: Non=0 ,Oui=1 :? 0
Fissuration: Peu Prej. =0
Prejudicic. =1
Tres Prej. =2
=? 0
Voulez-Vous Repeter les Donnees: Oui=1 , Non=0 =? 1
Combinaisons E.L.U. (Fondam.)
No des Cas =? 1
Coefficients=? 1.5
Coefficient theta(>24h=1; <1h=0.85; sinon=0.9)=? 1
No des Cas =? 0
Combinaisons Accidentelles
No des Cas =? 0
Combinaisons E.L.S.
No des Cas =? 1
Coefficients=? 1
No des Cas =? 0
Voulez-vous le Detail des Calculs: oui=1 , non=0? 1
Voulez-vous re-executer avec de Nouvelles Donnees sur les Materiaux
ou de Nouvelles Combinaisons de Cas de Charge?
Oui=1 ,Non=0? 0

5.2.4. *Résultats sur imprimante du programme «PORTBA»*

```
=============================================
I BETON: Compression a 28 jours   I  25 MPa I
I        Traction    a 28 jours   I2.10 MPa I
I        Compression admissib.ELS I15.0 MPa I
I        Module d'Young           I32164MPa I
I        Cisail. adm. ELU (At=0)  I1.17 MPa I
I        Cisail. adm. ELU (90deg) I3.33 MPa I
I        Cisail. adm. ELU (45deg) I4.50 MPa I
I                                 I
I ACIER: Limite elastique         I 500 MPa I
I        Contr. admissible (ELS)  I 999 MPa I
I        Longueur d'ancrage droit I 45 diam I
I        Pourcentage minimum      I 0.097 % I
=============================================


==================================
I Fissuration peu prejudiciable  I
I Sans reprise de betonnage      I
I Acier a haute adherence        I
==================================
```

```
-------------------------------------------------------------------------------
I ACIERS:  AIRES en mm2                                                       I
I ------   POIDS en grammes/metre                                            I
I          Longueur de Scellement = Longueur de Recouvrement ( Ld=Lr) en mm   I
-------------------------------------------------------------------------------
I Phi   I   6 I   8 I  10 I  12 I  14 I  16 I  20 I  25 I  32 I  40 I
-------------------------------------------------------------------------------
I Aire  I  28 I  50 I  79 I 113 I 154 I 201 I 314 I 491 I 804 I1257 I
I Poids I 223 I 396 I 618 I 889 I1209 I1579 I2467 I3854 I6314 I9866 I
I Lr=Ld=I 265 I 353 I 441 I 529 I 617 I 705 I 882 I1102 I1411 I1764 I
-------------------------------------------------------------------------------


===============================================================================
I Combinaisons E.L.U. ( Fond.)
I-------------------------------------------------------------------------------
I Cas de Charges No: 1
I Coefficients     :1.50
    Duree d'Application de la Combinaison > 24 heures

===============================================================================
I Combinaisons Accidentelles
I-------------------------------------------------------------------------------
===============================================================================
I Combinaisons E.L.S.
I-------------------------------------------------------------------------------
I Cas de Charges No: 1
I Coefficients     :1.00

===============================================================================
```


Barre No 1 : (0.300 x 0.500) Hauteur utile = 0.454 m

Longueur de Flambement = 2.799 m

K	Absc. m	Vu Numax MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	ACIERS cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	CONTRAINTES (MPa) Beton H/B	Acier H/B	Cis.	2HA 6 Espac: mm
0	0.000	0.0307	0.03067	0.02045	0.00	2.40	3.15	0.0	0.23	236
		0.3386	0.00000	0.00000	0.00		0.00	2.4		
1	0.500	0.0307	0.01534	0.01022	0.00	2.40	2.32	0.0	0.23	236
		0.3386	0.00000	0.00000	0.00		0.00	12.6		
2	1.000	0.0307	0.00000	0.00000	0.00	2.40	0.00	22.6	0.23	236
		0.3386	-0.00000	-0.00000	0.00		1.51	0.0		
3	1.500	0.0307	0.00000	0.00000	0.00	2.40	0.00	12.6	0.23	236
		0.3386	-0.01534	-0.01022	0.00		2.32	0.0		
4	2.000	0.0307	0.00000	0.00000	0.00	2.40	0.00	2.4	0.23	236
		0.3386	-0.03067	-0.02045	0.00		3.15	0.0		
5	2.500	0.0307	0.00000	0.00000	0.00	2.40	0.00	21.4	0.23	236
		0.3386	-0.04601	-0.03067	0.00		4.40	0.0		
6	3.000	0.0307	0.00000	0.00000	0.00	2.40	0.00	130.8	0.23	236
		0.3386	-0.06134	-0.04090	0.00		7.29	0.0		

Verifier que l'Acier Longitudinal Total de la Section est superieur a 6.40 cm2

Barre No 2 : (0.300 x 0.500) Hauteur utile = 0.454 m

Longueur de Flambement = 2.499 m

K	Absc. m	Vu Numax MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	ACIERS cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	CONTRAINTES (MPa) Beton H/B	Acier H/B	Cis.	2HA 6 Espac: mm
0	0.000	0.0518	0.09260	0.06173	0.00	2.40	9.53	0.0	0.38	236
		0.1584	0.00000	0.00000	3.22		0.00	309.2		
1	0.500	0.0586	0.06501	0.04334	0.00	2.40	8.33	0.0	0.43	236
		0.1584	0.00000	0.00000	1.60		0.00	325.0		
2	1.000	0.0653	0.03405	0.02270	0.00	2.40	6.69	0.0	0.48	236
		0.1584	0.00000	0.00000	0.00		0.00	332.6		
3	1.500	0.0721	0.00000	0.00000	0.00	2.40	0.00	10.4	0.53	236
		0.1584	-0.00029	-0.00019	0.00		0.72	0.0		
4	2.000	0.0788	0.00000	0.00000	0.07	2.40	0.00	586.1	0.58	236
		0.1584	-0.03800	-0.02534	0.00		8.80	0.0		
5	2.500	0.0856	0.00000	0.00000	2.42	2.40	0.00	315.1	0.63	236
		0.1584	-0.07909	-0.05273	0.00		8.94	0.0		

6	3.000	0.0923	0.00000	0.00000	5.12	2.40	0.00	300.2	0.68	236
		0.1584	-0.12356	-0.08237	0.00		10.84	0.0		

Verifier que l'Acier Longitudinal Total de la Section est superieur a 6.40 cm2

Barre No 3 : (0.300 x 0.600) Hauteur utile = 0.548 m

K	Absc. m	Vu Numax MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	ACIERS cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	CONTRAINTES (MPa) Beton H/B	Acier H/B	Cis.	2HA 6 Espac: mm
0	0.000	0.1584	0.00000	0.00000	4.43	2.56	0.00	305.3	0.96	221
		0.0923	-0.12356	-0.08237	1.59		7.97	0.0		
1	1.000	0.1059	0.00860	0.00573	0.00	2.40	0.65	0.0	0.64	236
		0.0923	0.00000	0.00000	1.59		0.00	1.3		
2	2.000	0.0534	0.08825	0.05883	0.00	2.40	7.08	0.0	0.33	236
		0.0923	0.00000	0.00000	2.77		0.00	311.7		
3	3.000	0.0009	0.11541	0.07694	0.00	2.40	8.03	0.0	0.01	236
		0.0923	0.00000	0.00000	4.04		0.00	307.6		
4	4.000	0.0516	0.09006	0.06004	0.00	2.40	7.15	0.0	0.31	236
		0.0923	0.00000	0.00000	2.85		0.00	311.4		
5	5.000	0.1041	0.01222	0.00814	0.00	2.40	0.81	0.0	0.63	236
		0.0923	0.00000	0.00000	1.59		0.00	1.0		
6	6.000	0.1566	0.00000	0.00000	4.17	2.48	0.00	306.1	0.95	228
		0.0923	-0.11813	-0.07875	1.59		7.80	0.0		

Barre No 4 : (0.300 x 0.600) Hauteur utile = 0.548 m

K	Absc. m	Vu Numax MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	ACIERS cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	CONTRAINTES (MPa) Beton H/B	Acier H/B	Cis.	2HA 6 Espac: mm
0	0.000	0.1802	0.00000	0.00000	7.15	3.58	0.00	299.0	1.10	158
		0.0000	-0.15394	-0.10263	1.59		7.97	0.0		
		-0.0211								
1	1.000	0.1202	0.00000	0.00000	0.42	2.40	0.00	289.9	0.73	236
		0.0000	-0.00372	-0.00248	1.59		7.97	0.0		
		-0.0211								
2	2.000	0.0602	0.08650	0.05767	0.00	2.40	5.81	0.0	0.37	236
		0.0000	0.00000	0.00000	4.02		0.00	301.3		
		-0.0211								
3	3.000	0.0002	0.11672	0.07781	0.00	2.40	6.99	0.0	0.00	236
		0.0000	0.00000	0.00000	5.39		0.00	301.0		
		-0.0211								
4	4.000	0.0598	0.08694	0.05796	0.00	2.40	5.83	0.0	0.36	236

		0.0000	0.00000	0.00000	4.04		0.00	301.6		
		-0.0211								
5	5.000	0.1198	0.00000	0.00000	0.37	2.40	0.00	289.9	0.73	236
		0.0000	-0.00284	-0.00189	1.59		5.83	0.0		
		-0.0211								
6	6.000	0.1798	0.00000	0.00000	7.08	3.56	0.00	299.1	1.09	159
		0.0000	-0.15262	-0.10174	1.59		7.93	0.0		
		-0.0211								

Barre No 5 : (0.300 x 0.500) Hauteur utile = 0.454 m

Longueur de Flambement = 2.499 m

K	Absc. m	Vu Numax MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	ACIERS cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	CONTRAINTES (MPa) Beton H/B	Acier H/B	Cis.	2HA 6 Espac: mm
0	0.000	0.0747	0.00000	0.00000	4.80	2.40	0.00	301.5	0.55	236
		0.1566	-0.11813	-0.07875	0.00		10.60	0.0		
1	0.500	0.0747	0.00000	0.00000	2.54	2.40	0.00	314.0	0.55	236
		0.1566	-0.08080	-0.05387	0.00		9.00	0.0		
2	1.000	0.0747	0.00000	0.00000	0.40	2.40	0.00	388.1	0.55	236
		0.1566	-0.04347	-0.02898	0.00		7.69	0.0		
3	1.500	0.0747	0.00000	0.00000	0.00	2.40	0.00	6.4	0.55	236
		0.1566	-0.00614	-0.00410	0.00		1.02	0.0		
4	2.000	0.0747	0.03118	0.02079	0.00	2.40	4.56	0.0	0.55	236
		0.1566	0.00000	0.00000	0.00		0.00	135.0		
5	2.500	0.0747	0.05851	0.04567	0.00	2.40	8.46	0.0	0.55	236
		0.1566	0.00000	0.00000	1.82		0.00	321.5		
6	3.000	0.0747	0.10584	0.07056	0.00	2.40	10.08	0.0	0.55	236
		0.1566	0.00000	0.00000	4.04		0.00	304.9		

Verifier que l'Acier Longitudinal Total de la Section est superieur a 6.40 cm2

Barre No 6 : (0.300 x 0.500) Hauteur utile = 0.454 m

Longueur de Flambement = 2.799 m

K	Absc. m	Vu Numax MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	ACIERS cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	CONTRAINTES (MPa) Beton H/B	Acier H/B	Cis.	2HA 6 Espac: mm
0	0.000	0.0156	0.00000	0.00000	0.00	2.40	0.00	24.5	0.11	236
		0.3364	-0.04678	-0.03118	0.00		4.49	0.0		
1	0.500	0.0156	0.00000	0.00000	0.00	2.40	0.00	7.1	0.11	236
		0.3364	-0.03898	-0.02599	0.00		3.72	0.0		

```
: 2: 1.000 : 0.0156 : 0.00000  0.00000 :  0.00   2.40 :  0.00   1.8 0.11 :  236:
:  :       : 0.3364 :-0.03118 -0.02079 :  0.00        :  3.17   0.0      :    :
:  :       :        :                  :              :                  :    :
: 3: 1.500 : 0.0156 : 0.00000  0.00000 :  0.00   2.40 :  0.00   7.2 0.11 :  236:
:  :       : 0.3364 :-0.02339 -0.01559 :  0.00        :  2.74   0.0      :    :
:  :       :        :                  :              :                  :    :
: 4: 2.000 : 0.0156 : 0.00000  0.00000 :  0.00   2.40 :  0.00  12.3 0.11 :  236:
:  :       : 0.3364 :-0.01559 -0.01039 :  0.00        :  2.33   0.0      :    :
:  :       :        :                  :              :                  :    :
: 5: 2.500 : 0.0156 : 0.00000  0.00000 :  0.00   2.40 :  0.00  17.3 0.11 :  236:
:  :       : 0.3364 :-0.00780 -0.00520 :  0.00        :  1.91   0.0      :    :
:  :       :        :                  :              :                  :    :
: 6: 3.000 : 0.0156 : 0.00000  0.00000 :  0.36   2.40 :  1.49   0.0 0.1  :  236:
:  :       : 0.3364 : 0.00000  0.00000 :  0.00        :  0.00  22.3      :    :
:  :       :        :                  :              :                  :    :
==========================================================================
Verifier que l'Acier Longitudinal Total de la Section est superieur a   6.40 cm2

DECALAGE DES ARRETS DE BARRES = 0,8 x Hauteur Totale

-----------------------------------------------
:  CONTRAINTES MAXIMALES      : ADMISSIBLES :
-----------------------------------------------
: Compression Beton  =  10.84 :   15.00     : OK
: Traction  Acier    = 586.1  :  999.0      : OK
: Cisaillement Beton =   1.10 :    3.33     : OK  ( Comb. Fonda.)

-------------------------------------------------------------------------
: Pourcentage maximum d'Acier=  0.44%      :                            :
-------------------------------------------------------------------------


Quantites Estimees
------------------
Aciers Longitudinaux =  179.6 kg
Aciers Transversaux  =   45.1 kg
      Total Aciers   =  224.6 kg
Quantite Beton       =  3.60 m3  ( hors Tables)
Quantite Coffrage    = 30.65 m2
Densite Acier        = 62.39 kg/m3
```

Remarque 1 : La contrainte de traction maximale en ELS est de 586,1 MPa à la coupure 4 de la barre 2, valeur qui dépasse la limite élastique de l'acier. En fissuration peu préjudiciable, il n'est pas nécessaire de vérifier la contrainte de traction de l'acier. Sa section de 0,078 cm² a été déterminée en ELU.
Cela peut sembler paradoxal, mais l'élément est un poteau soumis à la flexion composée et le pourcentage minimal d'acier de poteau (6,4 cm² pour toute la section) est évidemment supérieur au 0,078 cm².

Remarque 2 : Pour ne pas alourdir le volume des sorties, nous avons volontairement placé les trois charges sur les barres 2, 3 et 4, dans le même cas de charge n° 1 et avec le même coefficient ELU de 1,5. En réalité, ces trois charges, de nature différente, auraient dû appartenir à trois cas de charge différents et on aurait dû y rajouter le poids propre (comme cas n° 0 pris automatiquement en compte par le programme, 2° ligne : Psp = 24,5 kN/m³.

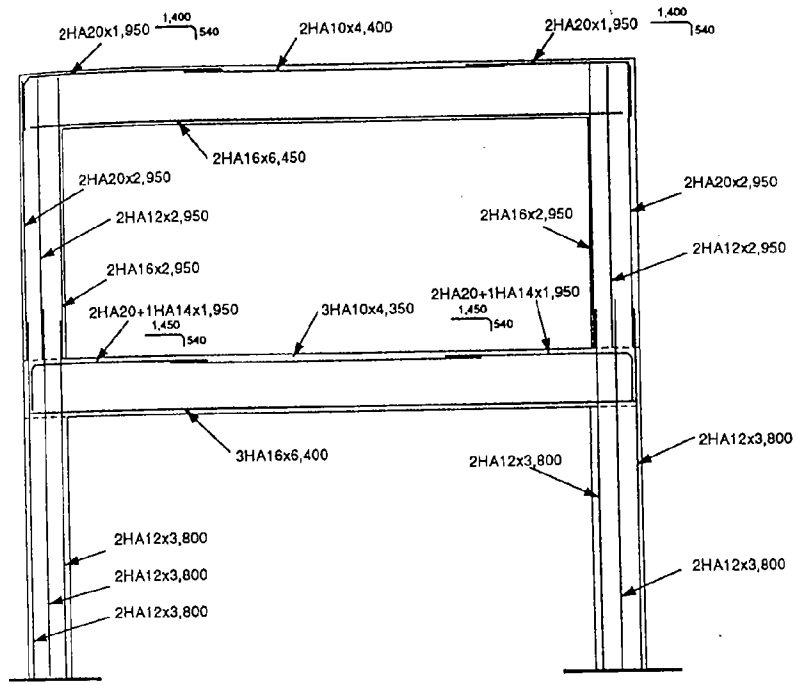


Fig. 33 — Ferraillage du portique

Remarque : Nous n'avons, pour limiter les sorties d'ordinateur, calculer le portique qu'avec un seul cas de charge. En fait, nous aurions dû étudier les combinaisons des quatre cas de charge :
- charges permanentes y compris poids propre des barres
- charge d'exploitation sur la barre 3
- charge d'exploitation sur la barre 4
- charge de vent sur les barres 1 et 2.

5.3. Programme «PORTCM» *

5.3.1. *Mode d'emploi*

Les données du programme «PORTCM» sont à introduire directement au clavier. Ce programme est appelé automatiquement par le programme «PORTIQUE» lorsque Ibm = 2 ou 3.

1ère Ligne — σ_e
σ_e = limite élastique de l'acier de charpente

2e Ligne — Cas...
Liste des numéros des cas de charges entrant dans la combinaison décrite dans cette ligne. Dans le cas de poids propre automatique, avec Psp > 0, ne pas oublier d'introduire le cas 0 (zéro) dans les combinaisons avec le coefficient approprié.
FIN = 0

3e Ligne — Coeff...
Liste des coefficients mutiplicateurs de chaque cas de charge dans le même ordre que décrit à la ligne précédente
Retour à la ligne 2.

5.3.2. *Exemple - Données*

```
240          ' limite élastique de l'acier
1 2          ' cas de charge n° 1 et 2
1.33  1.5    ' affectés des coefficients de combinaisons 1,33 et 1,5
1            ' cas de charge n° 1
1.33         ' affecté du coefficient de 1,33
0            ' FIN
```

5.3.3. *Écran «PORTCM»*

```
PORTCM
Sigma e (MPa)  =? 240

Combinaisons
------------
 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1.33 1.5
 No des Cas =? 1
Coefficients=? 1.33
 No des Cas =? 0
Voulez-vous le Detail des Calculs: oui=1 , non=0? 1

Voulez-vous re-executer avec de Nouvelles Donnees sur les Materiaux
ou de Nouvelles Combinaisons de Cas de Charge?
    Oui=1  ,Non=0? 0
```

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

5.3.4. *Résultats «PORTCM»*

Résultats «PORTIQUE»

DONNEES

Portique 6 Barres Acier

Donnees des Noeuds

No Noeud	Abscisse m	Ordonnee m
1	0.000	0.000
2	8.000	0.000
3	0.000	5.000
4	8.000	5.000
5	0.000	8.000
6	8.000	9.000

Donnees des Barres

No Barre	No Noeuds Gauche	No Noeuds Droit	b mm	h mm	I/v cm3	I/v' cm3	S cm2	I cm4	L m	
1	1	3	7.0	210	515	515	63.3	5410	5.000	HEA220
2	3	5	7.0	210	515	515	63.3	5410	3.000	HEA220
3	3	4	9.0	310	1479	1479	124.4	22930	8.000	HEA320
4	5	6	8.0	270	1013	1013	97.3	13670	8.062	HEA280
5	4	6	7.5	250	837	837	86.8	10460	4.000	HEA260
6	4	2	8.0	270	1013	1013	97.3	13670	5.000	HEA280

Donnees des Appuis

No Noeud	Abscisse m	Ordonnee m	Deplacement sur Ox	Deplacement sur Oy	Rotation
1	0.000	0.000	Fixe	Fixe	Libre
2	8.000	0.000	Fixe	Fixe	Libre

Charges sur Barres en kN/m ou kN, Distances en metres

No Ch	No Barre	Type Charge	Cas de Charge	Direct.	p1 ou P	p2 ou a	a1	a2	a3	a4
1	1	1	2	Horiz.	5.000					
2	2	1	2	Horiz.	5.000					
3	3	1	1	Verti.	18.000					
4	4	1	1	Verti.	18.000					

```
Nbre de Noeuds    =  6
Nbre de Barres    =  6
Module d'Young    = 210000 MPa
Volume=  0.307 m3
Poids=  23.620 kN (  2408 kg )
   - Moments au Nu des Appuis des Barres Horizontales ou presque
Horizontales
   - Efforts Tranchants au Nu des Appuis
   - Structure a Noeuds Deplacables

   Nombre d'Equations                = 14
   Largeur de la Bande de la Matrice =  9
   Nombre de Charges sur Barres      =  4
   Nombre de Charges sur Noeuds      =  0
   Nombre de Cas de Charges          =  2
```

Résultats «PORTCM»

```
I ACIER: Limite elastique              I 235 MPa I
I        Compr. et Tract. admissible   I 235 MPa I
I        Cisail. admissible            I 153 MPa I

I Combinaisons
I Cas de Charges No: 1    2
I Coefficients      :1.33 1.50
I Cas de Charges No: 1
I Coefficients      :1.33
```

Barre No 1 : h= 0.2100 , ep.(ame)= 0.0070 m — HEA220
Longueur de Flambement = 11.843 m

K	Absc. m	V MN	N MN Max/Min	MOMENTS MNm Max/Min	Contraintes (MPa) Compr. Sup/Inf Fb.planX	Tract. Sup/Inf Fb.planY	Cisail. Fb.dev:	Fleche Max/Min mm
0:	0.000	0.0254	0.19152	0.00000	30.26	0.00	17.27:	0.00
			0.00000	-0.00000	30.26	0.00		0.00
					33.41	31.52	34.68:	
1:	0.833	0.0191	0.19152	0.01855	61.53	0.00	13.02:	1.31
			0.00000	-0.00368	37.41	-10.49		-4.69
					78.92	31.52	79.80:	
2:	1.667	0.0129	0.19152	0.03190	87.43	0.00	8.77:	2.40
			0.00000	-0.00737	44.56	-36.40		-8.28
					115.82	31.52	116.70:	
3:	2.500	0.0066	0.19152	0.04004	103.22	0.00	4.52:	3.04
			0.00000	-0.01105	51.71	-52.19		-9.94
					138.32	31.52	139.20:	
4:	3.333	0.0044	0.19152	0.04297	108.91	0.00	3.01:	3.00
			0.00000	-0.01474	58.86	-57.87		-9.18
					146.42	31.52	147.30:	
5:	4.167	0.0059	0.19152	0.04069	104.48	-5.50	3.99:	2.06
			0.00000	-0.01842	66.01	-53.45		-5.82
					140.12	31.52	141.00:	
6:	5.000	0.0109	0.19152	0.03320	89.95	-12.65	7.45:	0.00
			0.00000	-0.02211	73.16	-38.92		0.00
					119.41	31.52	120.29:	

Barre No 2 : h= 0.2100 , ep.(ame)= 0.0070 m — HEA220
Longueur de Flambement = 4.056 m

K	Absc. m	V MN	N MN Max/Min	MOMENTS MNm Max/Min	Contraintes (MPa) Compr. Sup/Inf Fb.planX	Tract. Sup/Inf Fb.planY	Cisail. Fb.dev:	Fleche Max/Min mm
0:	0.000	0.0502	0.09877	0.06645	144.56	0.00	34.12:	0.00
			0.00000	0.00000	0.00	-113.36		0.00
					147.59	15.71	147.69:	
1:	0.500	0.0502	0.09877	0.04137	95.89	0.00	34.12:	0.00
			0.00000	0.00000	0.00	-64.68		-0.44
					97.80	15.71	97.90:	
2:	1.000	0.0502	0.09877	0.01629	47.22	0.00	34.12:	0.12
			0.00000	0.00000	0.00	-16.01		0.00
					48.01	15.71	48.11:	
3:	1.500	0.0502	0.09877	0.00000	4.32	-1.46	34.12:	0.87
			0.00000	-0.00879	32.67	0.00		0.00
					33.13	15.71	33.23:	
4:	2.000	0.0502	0.09877	0.00000	0.00	-50.13	34.12:	1.51
			0.00000	-0.03387	81.34	0.00		0.00
					82.91	15.71	83.02:	
5:	2.500	0.0502	0.09877	0.00000	0.00	-98.81	34.12:	1.40
			0.00000	-0.05895	130.01	0.00		0.00
					132.70	15.71	132.81:	
6:	3.000	0.0502	0.09877	0.00000	0.00	-147.48	34.12:	0.00
			0.00000	-0.08403	178.69	0.00		0.00
					182.49	15.71	182.60:	

Barre No 3 : h= 0.3100 , ep.(ame)= 0.0090 m HEA320

K	Absc. m	V MN	N MN Max/Min	MOMENTS MNm Max/Min	Contraintes (MPa) Compr. Sup/Inf. Fb.planX	Tract. Sup/Inf Fb.planY	Cisail. Fb.dev:	Fleche Max/Min mm mm
0	0.000	0.0902	0.00000	0.00348	1.52	-57.04	32.34	0.00
			-0.04574	-0.07895	49.69	-3.19		-0.42
1	1.333	0.0593	0.00000	0.06726	44.64	0.00	21.24	0.00
			-0.04574	0.00000	0.00	-46.30		-5.13
2	2.667	0.0283	0.00000	0.09100	60.68	0.00	10.15	0.00
			-0.04574	0.00000	0.00	-62.34		-8.44
3	4.000	0.0281	0.00000	0.09096	57.81	0.00	10.07	0.00
			-0.04574	0.00000	0.00	-65.16		-9.80
4	5.333	0.0591	0.00000	0.06751	41.96	0.00	21.17	0.00
			-0.04574	0.00000	0.00	-49.31		-8.12
5	6.667	0.0900	0.00000	0.00401	0.00	-53.60	32.26	0.00
			-0.04574	-0.07806	51.94	-6.39		-4.21
6	8.000	0.1210	0.00000	0.00000	0.00	-145.83	43.36	0.27
			-0.04574	-0.21450	144.17	0.00		-0.28

Barre No 4 : h= 0.2700 , ep.(ame)= 0.0080 m HEA280

K	Absc. m	V MN	N MN Max/Min	MOMENTS MNm Max/Min	Contraintes (MPa) Compr. Sup/Inf. Fb.planX	Tract. Sup/Inf Fb.planY	Cisail. Fb.dev:	Fleche Max/Min mm mm
0	0.000	0.0893	0.06171	0.00000	0.00	-67.25	41.35	0.00
			0.00000	-0.07452	79.94	0.00		-0.66
					80.44	6.42	80.53	
1	1.344	0.0585	0.05787	0.03613	41.03	0.00	27.10	0.00
			0.00000	0.00000	0.00	-30.32		-9.68
					41.27	6.02	41.33	
2	2.687	0.0278	0.05402	0.08740	91.28	0.00	12.86	0.00
			0.00000	0.00000	0.00	-81.35		-16.75
					91.77	5.61	91.82	
3	4.031	0.0069	0.05017	0.09851	101.85	0.00	3.18	0.00
			0.00000	0.00000	0.00	-92.72		-18.83
					102.36	5.21	102.41	
4	5.375	0.0376	0.04633	0.07050	74.38	0.00	17.43	0.00

			0.00000	0.00000	0.00	-64.86		-15.27
					74.74	4.81	74.78	
5	6.719	0.0684	0.04248	0.00634	10.62	0.00	31.67	0.00
			0.00000	0.00000	3.55	-1.89		-7.78
					10.66	4.40	10.70	
6	8.062	0.0992	0.03863	0.00000	0.00	-104.43	45.92	0.00
			0.00000	-0.10917	111.19	0.00		-0.49
					111.61	4.00	111.63	

Barre No 5 : h= 0.2500 , ep.(ame)= 0.0075 m HEA260
Longueur de Flambement = 6.144 m

K	Absc. m	V MN	N MN Max/Min	MOMENTS MNm Max/Min	Contraintes (MPa) Compr. Sup/Inf. Fb.planX	Tract. Sup/Inf Fb.planY	Cisail. Fb.dev:	Fleche Max/Min mm mm
0	0.000	0.0502	0.09731	0.00000	0.00	-97.51	26.75	0.00
			0.00000	-0.09054	118.89	0.00		0.00
					121.71	11.28	121.77	
1	0.667	0.0502	0.09731	0.00000	0.00	-57.55	26.75	0.63
			0.00000	-0.05710	78.93	0.00		-0.60
					80.72	11.28	80.79	
2	1.333	0.0502	0.09731	0.00191	13.50	-17.60	26.75	0.11
			0.00000	-0.02366	38.97	0.00		-1.77
					39.74	11.28	39.81	
3	2.000	0.0502	0.09731	0.03187	49.30	0.00	26.75	0.00
			0.00000	0.00000	0.00	-26.88		-2.90
					50.38	11.28	50.45	
4	2.667	0.0502	0.09731	0.06183	85.10	0.00	26.75	0.00
			0.00000	0.00000	0.00	-62.68		-3.39
					87.14	11.28	87.22	
5	3.333	0.0502	0.09731	0.09179	120.90	0.00	26.75	0.00
			0.00000	0.00000	0.00	-98.48		-2.62
					123.91	11.28	123.98	
6	4.000	0.0564	0.09731	0.12175	156.70	0.00	30.07	0.00
			0.00000	0.00000	0.00	-134.28		0.00
					160.67	11.28	160.74	

: Barre No 6 : h= 0.2700 , ep.(ame)= 0.0080 m HEA280
Longueur de Flambement = 13.215 m

K	Absc. m	V MN	N MN Max/Min	MOMENTS MNm Max/Min	Contraintes (MPa) Compr. Sup/Inf	Tract. Sup/Inf Fb.planX	Cisail. Fb.planY	Cisail. Fb.dev:	Fleche Max/Min mm	mm
0	0.000	0.0346	0.22152	0.00000	0.00	-148.13	16.02		0.00	
			0.00000	-0.17305	193.67	0.00			0.00	
					238.78	23.18	239.19			
1	0.833	0.0346	0.22152	0.00000	1.49	-119.65	16.02		6.40	
			0.00000	-0.14421	165.18	0.00			0.00	
					202.97	23.18	203.38			
2	1.667	0.0346	0.22152	0.00000	5.13	-91.17	16.02		9.30	
			0.00000	-0.11537	136.70	0.00			0.00	
					167.15	23.18	167.57			
3	2.500	0.0346	0.22152	0.00000	8.77	-62.68	16.02		9.42	
			0.00000	-0.08653	108.22	0.00			0.00	
					131.34	23.18	131.75			
4	3.333	0.0346	0.22152	0.00000	12.41	-34.20	16.02		7.44	
			0.00000	-0.05768	79.73	0.00			0.00	
					95.53	23.18	95.94			
5	4.167	0.0346	0.22152	0.00000	16.04	-5.72	16.02		4.07	
			0.00000	-0.02884	51.25	0.00			0.00	
					59.71	23.18	60.13			
6	5.000	0.0346	0.22152	0.00000	22.77	0.00	16.02		0.00	
			0.00000	-0.00000	22.77	0.00			0.00	
					23.90	23.18	24.31			

Barre no	Contr.Max MPa	%	Fleche relative	Profil
1	147.30	63%	1/ 503	HEA220
2	182.60	78%	1/ 1987	HEA220
3	145.83	62%	1/ 816	HEA320
4	111.63	48%	1/ 428	HEA280
5	160.74	68%	1/ 1181	HEA260
6	239.19	102%	1/ 531	HEA280

CONTRAINTES MAXIMALES		ADMISSIBLES	
Compression	= 193.67	235.00	OK
Flamb. suivant Ox	= 238.78	235.00	OK
Flamb. suivant Oy	= 31.52	235.00	OK
Flamb. devie	= 239.19	235.00	OK
Traction	= 148.13	235.00	OK
Cisaillement	= 45.92	152.75	OK
Fleche Maximale	=1/ 428	1/ 200	OK

Fleche Maximum = 18.83 mm

Le programme ne Verifie pas la Condition de Non-Deversement

Il n'a pas ete tenu compte du coefficient d'adaptation plastique 'psi'
(toujours > 1,05 en flexion simple)

Il a ete tenu compte du flambement :
- dans le plan du portique en flexion composee,
(avec longueur de flambement calculee)
- dans le plan perpendiculaire au portique en compression simple
(avec longueur de flambement = longueur de la barre)

6. POUTRES TREILLIS

6.1. Généralités

Les structures en treillis peuvent remplacer les poutres et les portiques par une meilleure utilisation de la matière en évitant de faire travailler les barres à la flexion, mais uniquement à la compression ou à la traction.

Rarement réalisées en béton armé (pont de la rue Lafayette à Paris), on trouve ce type de structures dans les constructions en bois et, plus particulièrement, les constructions en acier.

Plus légères que les poutres pleines ou les structures en ossature, elles ont des barres en diagonales qui sont quelquefois jugées comme un inconvénient (esthétique, encombrement). Pour des raisons de flambement, on évite de prendre en compte les diagonales comprimées, car elles constituent les barres les plus longues, donc les plus sujètes au flambement. C'est pourquoi on a intérêt à disposer deux diagonales croisées, attachées à leur croisement, pour reprendre les efforts pouvant changer de sens (action du vent) plutôt qu'une seule qui serait tantôt tendue, tantôt comprimée ; on divise ainsi par deux la longueur de flambement dans le plan de la poutre.
Du fait de la faible inertie des barres composant le treillis, les charges sont généralement appliquées directement sur les nœuds et les barres sont considérées comme articulées à leur extrémités.

Les treillis sont utilisés dans :
— les palées de contreventement (Fig. 34),
— les poutres (Fig. 35 et 36),
— les fermes (Fig. 38),
— plus rarement les poteaux.

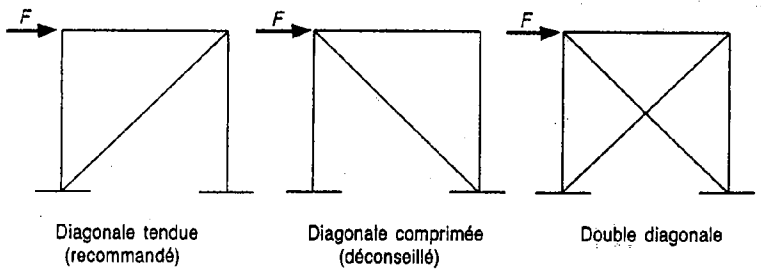


Fig. 34 — Palée triangulée simple

La palée à double diagonale est utilisée pour le cas de renversement d'effort (vent par exemple).

Remarque : Sur la figure 35, nous avons représenté les deux types d'appuis possibles : appui «haut» à droite et appui «bas» à gauche de la première poutre.

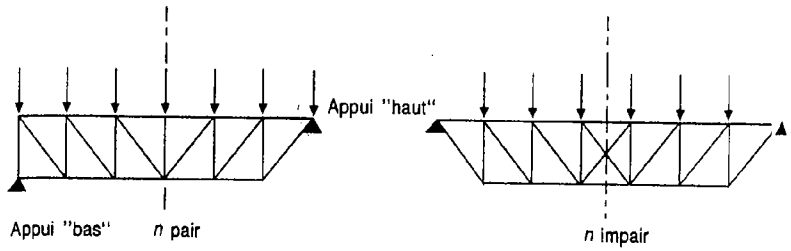


Fig. 35 — Poutre en N ou treillis PRATT (pour des charges toujours de même sens)

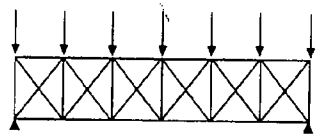


Fig. 36 — Poutres en X (pour des charges pouvant changer de sens)

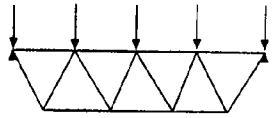


Fig. 37 — Poutre en V ou poutre WARREN renversée

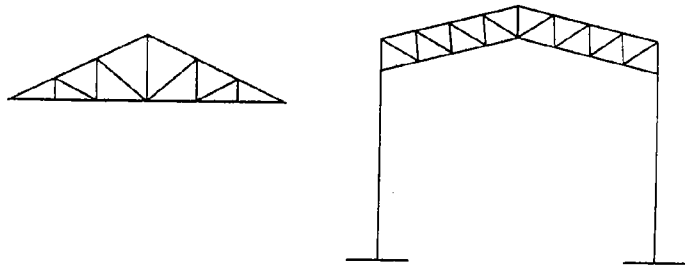


Fig. 38 — Fermes treillis

Pour le calcul des sections des profilés (cornières, U, HEA, ...), on tiendra compte des sections nettes (= section brute catalogue [14] diminuée du produit : nombre de trous situés sur une même perpendiculaire à la barre x diamètre du trou x épaisseur du profilé).

• **Treillis : choix des diagonales**

	Diagonales non croisées	Diagonales croisées en X
Efforts toujours dans le même sens	travaillent à la traction (solution plus économique)	Sans objet
Efforts susceptibles de changer de sens (vent, séisme) et effort de traction >> effort de compression	travaillent à la traction ou à la compression. La résistance à la compression est plus petite que la résistance à la traction du fait du flambement.	Inconvénient de barres excentrées pour pouvoir se croiser d'où une flexion parasite (voir en 4.2.2 ci-dessus)
Efforts susceptibles de changer de sens (vent, séisme) et effort de traction ≈ effort de compression	A éviter	Plus économique mais même inconvénient que ci-dessus

6.2. Palées de contreventement

EXEMPLE : (Fig. 39)

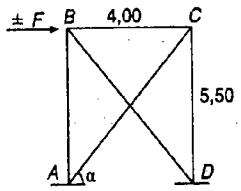


Fig. 39 — Exemple de palée de contreventement

Effort en tête F = ±32 kN.
On suppose que les montants supportent par ailleurs des charges de plancher.
Du fait du peu de déformabilité de cette structure par rapport au même portique sans diagonale, nous écrirons que l'effort du vent est repris uniquement :
— par les diagonales en traction ;
— par les poteaux en compression et traction, à l'exclusion de moment, même si ces poteaux sont encastrés dans les traverses ou dans les fondations ;
— par la traverse en compression.

L'équilibre des efforts conduit aux résultats suivants. Pour le vent dirigé vers la droite, on ignore la diagonale BD qui est comprimée (car susceptible de flamber). La traverse BC est donc comprimée :

$$C = F = 32 \text{ kN} \qquad \text{(Fig. 40)}$$

Le diagramme de composition des forces F, T et C est homothétique au triangle des barres AC, CD, AD. On a donc :

$$\frac{F}{4} = \frac{C}{5{,}50} = \frac{T}{\sqrt{4^2 + 5{,}5^2}}$$

d'où : $C = \frac{5{,}5}{4} F = 44 \text{ kN}$

et : $T = \frac{6{,}80}{4} F = 54{,}4 \text{ kN}$

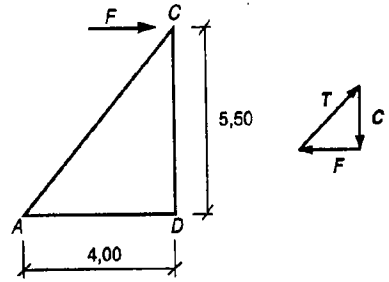


Fig. 40 — Diagramme des efforts

La section nette d'acier de la diagonale nécessaire vaut (avec un coefficient 3/2 pour le vent) : $\frac{(3/2) \times 54{,}4 \times 10^{-3}}{235} 10^4 = 3{,}47 \text{ cm}^2$

Retenons une double cornière à ailes égales 40 × 40 × 4 boulonnée.
D'après le tableau du § 4.2.3 ci-dessus, pour une épaisseur d'aile de cornière de 4 mm, on prévoira des boulons ∅ 12 et des trous ∅ 13 sur une ligne parallèle à l'effort de traction de la cornière. La section de la cornière [14] est de 3,08 cm², d'où la section nette :

Section nette = 2 cornières × (aire brute − ∅ trou × épaisseur)
= 2 (3,08 − 1,3 × 0,4) = 5,12 cm²

Il ne faut pas prendre de profilé trop peu rigide, car il doit résister à l'action de son poids propre. On a intérêt, dans ce cas, à lier les diagonales entre elles à leur croisement.

Vérification de la cornière sous son poids :
— longueur horizontale = 2 m
— poids propre [14] = 2,42 kg/m (0,785 × 3,08)

— moment maximal $= \frac{pL^2}{8} = \frac{2{,}42 \times 9{,}81 \times 10^{-3} \times 2^2}{8} = 0{,}01187$ kNm

— contrainte de flexion $\sigma_f = \frac{M}{I/v} = \frac{0{,}01187 \times 10^{-3}}{1{,}17 \times 10^{-6}} = 10{,}1$ MPa

— contrainte totale pondérée (4/3 pour le poids propre et 3/2 pour le vent V [10]) :

$$\sigma = \frac{3}{2}\frac{T}{S} + \frac{4}{3}\sigma_f = \frac{3 \times 54{,}4 \times 10^{-3}}{2 \times 5{,}12 \times 10^{-4}} + \frac{4 \times 10{,}1}{3} = 172{,}8 \text{ MPa} < 235 \text{ OK}$$

6.3. Poutres treillis

6.3.1. Méthode de calcul

Partant de l'hypothèse :
— que les barres sont articulées à leurs extrémités,
— qu'elles ne reprennent pas d'efforts transversaux,
— qu'elles travaillent uniquement à la traction ou à la compression,
la détermination des efforts peut se faire par la méthode des coupures qui consiste à écrire l'équilibre du moment intérieur et du moment extérieur M calculé suivant les règles habituelles de la Résistance des Matériaux.

Pour cela, on choisit une coupure passant par un nœud et ne coupant qu'une seule barre. Soit *d* la distance de ce nœud à la barre. L'effort dans la barre vaut $F = M / d$.

Ainsi, sur la figure 41a, en coupant à droite de B, on calcule le moment en B puis l'effort dans la barre EF (compression pour un moment positif) : $F_{EF} = \frac{M_B}{d}$ et en coupant à gauche du nœud B on obtient l'effort dans la barre AB (traction pour un moment positif) :

$$F_{AB} = -\frac{M_B}{d}$$

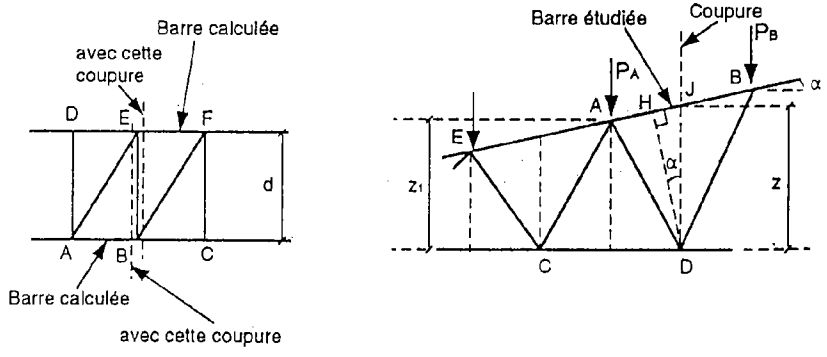


Fig. 41 — Méthode des coupures

Pour des barres inclinées (Fig. 41b), on cherche une coupure passant par un nœud quelconque, qui ne coupe que la barre étudiée.
Soit *d* la distance du nœud à la barre et M le moment en ce nœud.

Ainsi pour la barre AB, on considère une coupure passant par le nœud D, le moment vaut M_D, et DH représente la distance *d* de D à la droite AB. On a :

$$F_{AB} = \frac{M_D}{DH} \quad \text{or} \quad DH = z\cos\alpha \quad \text{d'où} \quad F_{AB} = \frac{M_D}{z\cos\alpha}.$$

On peut aussi dire que la composante horizontale de l'effort F_{AB}, qui vaut $F_{AB}\cos\alpha$, agit avec le bras de levier DJ = *z* et que le moment vaut $M_D = F_{AB}\cos\alpha\, z$ d'où le même résultat : $F_{AB} = \frac{M_D}{z\cos\alpha}$.

De même, on calcule $F_{CD} = -\frac{M_A}{z_1}$. On peut ainsi calculer les efforts de toutes les barres des membrures supérieures et inférieures. Les efforts dans les diagonales et montants sont obtenus en écrivant l'équilibre des nœuds.

Pour des *montants verticaux de poutres treillis de hauteur constante* (Fig. 41-a), l'effort dans un montant est égal (au signe près) à l'effort tranchant. Pour des diagonales «montant» vers l'appui le plus proche, les montants sont comprimés. Pour des poutres dont les membrures sont parallèles, on devra écrire l'équilibre du nœud.

Ainsi, pour les diagonales AD et AC de la figure 41-b, on écrira l'équilibre du nœud A pour les efforts horizontaux et les efforts verticaux. Une force de compression dans la barre est dirigée vers le nœud (Fig. 42) et comprime le nœud. On donne, *a priori*, un sens aux forces inconnues. Si le résultat est négatif, elles sont à changer de sens. On peut prendre comme convention de signe des forces : positives vers la droite, positives vers le bas.

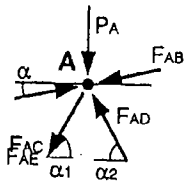


Fig. 42 — Équilibre du nœud A

• **Résultante horizontale** : $F_{AE}\cos\alpha - F_{AB}\cos\alpha - F_{AC}\cos\alpha_1 - F_{AD}\cos\alpha_2 = 0$
• **Résultante verticale** : $P_A - F_{AE}\sin\alpha + F_{AB}\sin\alpha + F_{AC}\sin\alpha_1 - F_{AD}\sin\alpha_2 = 0$
On a ainsi deux équations à deux inconnues : F_{AC} et F_{AD}.

6.3.2. Calcul des barres au flambement

Toutes les barres doubles, ainsi que les diagonales simples croisées, seront solidarisées à mi-longueur.

• **Calcul des barres à la traction**

Les barres sont calculées avec leur section nette, c'est-à-dire leur section brute (selon catalogue [14]) diminuée des sections des trous situés sur une même ligne perpendiculaire à l'effort.

Les barres doivent avoir leurs axes situés dans le plan moyen de la poutre. Une exception est tolérée pour ce qui concerne les barres constituées d'une seule cornière que l'on pourra calculer comme si elles étaient dans le plan de la poutre (Règles CM 66, art. 5.221, commentaires).

• **Calcul des barres à la compression**

Les diagonales en *cornières simples* croisées sont calculées seulement à la traction. L'une des diagonales travaille à la traction, l'autre, comprimée, est négligée dans les calculs de résistance.

Les *doubles cornières* peuvent flamber dans trois plans différents :
— le plan de la poutre, inertie I_x,
— le plan perpendiculaire au plan de la poutre, inertie I_y,
— le plan faisant un angle de 45° avec celui de la poutre, inertie I_v.

Nous allons montrer que grâce à la solidarisation à mi-longueur, le troisième cas est le moins défavorable et n'est pas à vérifier.

Recherchons dans quelle condition le flambement à 45° serait le plus défavorable.

Soient :
L_o la longueur de la barre ;
$L_{fx} = 0{,}8\ L_o$ ou $0{,}9\ L_o$ ou L_o, la longueur de flambement dans le plan de la poutre ;
$L_{fy} = L_o$, la longueur de flambement dans le plan perpendiculaire au plan de la poutre ;
$L_{fv} = 0{,}5\ L_o$ la longueur de flambement dans le plan à 45°.

La contrainte critique d'Euler vaut :

$$\sigma_{kx} = \frac{\pi^2 E I_x}{A L_{fx}^2} \qquad \sigma_{ky} = \frac{\pi^2 E I_y}{A L_{fy}^2} \qquad \sigma_{kv} = \frac{\pi^2 E I_v}{A L_{fv}^2}.$$

Il faut donc que I_v soit inférieur à $I_y/4$, puisque l'on a $L_{fv} = 0{,}5\ L_{fy}$.
Or le catalogue des profils [14] montre que le rapport I_v/I_y est toujours compris entre 0,38 et 0,42. Donc, le flambement suivant le plan à 45° n'est pas le cas le plus défavorable.

Pour les barres en *double U ou en demi-HEA*, on procédera aux deux vérifications suivant le plan de la poutre et le plan perpendiculaire à celui-ci.

6.4. Exemple 1 - Ferme en profilés soudés

• Géométrie : voir figure 43

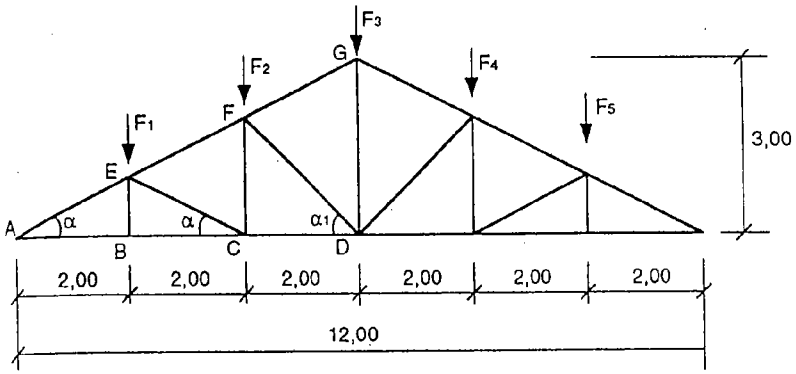


Fig. 43 — Exemple de ferme treillis

Données pour les forces P_i concentrées aux nœuds supérieurs :
G = 18 kN pour les charges permanentes,
Q = 7 kN pour les charges de neige (demi-neige avec vent),
V = ±13 kN pour la charge de vent.

Remarque : La barre BE ne reprend pas d'effort à l'exception du poids propre de la barre AC car il n'y a aucune autre barre inclinée passant par B. Elle permet de limiter la longueur de flambement de la barre AC dans le plan de la poutre en cas de compression.

Angles	$tg\alpha$	α°	sin α	cos α
α	$\frac{1}{2} = 0{,}500$	26,565°	0,4472	0,8944
α_1	$\frac{2}{2} = 1{,}000$	45°	0,7071	0,7071

• **Charges maximales**

$$P_{max} = \frac{4}{3} G + \frac{17}{12} V + \frac{1}{2}\frac{17}{12} Q = 43{,}375 \text{ kN}$$

ou $P_{max} = \frac{4}{3} G + \frac{3}{2} V = 43{,}5$ kN

ou $P_{max} = G + 1{,}75\ V = 40{,}75$ kN

• **Charges minimales**

$P_{min} = G - 1{,}75\ V = -4{,}75$ kN

Le coefficient 1,75 V représente le vent extrême des règles NV 65.

Chapitre 2 cas 3 et 4	Moments		
	En B (ou E)	en C (ou F)	en D (ou G)
Avec chargement symétrique	$\frac{P_1L}{6} + \frac{P_2L}{6} + \frac{P_3L}{12} = 5P$	$\frac{P_1L}{6} + \frac{P_2L}{3} + \frac{P_3L}{6} = 8P$	$\frac{P_1L}{6} + \frac{P_2L}{3} + \frac{P_3L}{4} = 9P$
Moment maximal pour $P = P_{max} = 43,5$ kN	217,5 kNm	348 kNm	391,5 kNm
Moment minimal pour $P = P_{min} = -4,75$ kN	−23,75 kNm	−38 kNm	−42,75 kNm

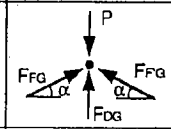
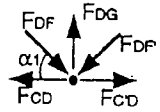
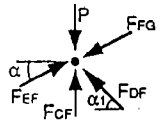
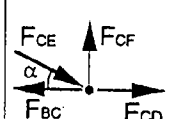
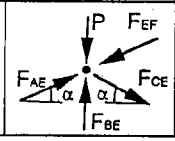
• Efforts dans les membrures supérieures et inférieures

Barres	Point de calcul du moment	Moment maxi M⁺ kNm	Moment mini M⁻ kNm	Bras de levier vertical z m	Angle d'inclinaison des barres	Effort F = M/(z cos α) (positif = compression) kN	kN maxi	kN mini
AB	E	217,5	−23,75	EB = 1,00	0	−5P	−217,5	23,75
AE	B	217,5	−23,75	EB = 1,00	α	5P/cos α	243,2	−26,55
BC	E	217,5	−23,75	EB = 1,00	0	−5P	−217,5	23,75
EF	C	348,0	−38,00	CF = 2,00	α	4P/cos α	194,5	−21,24
CD	F	348,0	−38,00	CF = 2,00	0	−4P	−174,0	19,00
FG	D	391,5	−42,75	DG = 3,00	α	3P/cos α	145,9	−15,93

Remarque : Les barres AB et BC ont le même effort car aucune barre oblique n'arrive en B.

• **Efforts dans les montants**

On trace la flèche d'une force inconnue dirigée vers le nœud (supposée a priori une compression).

Barre étudiée	Equilibre du nœud	Schéma des efforts	Equilibre horizontalement	Equilibre verticalement	Effort maxi avec P = 43,5kN	Effort mini avec P = −4,75kN
DG	G		évident par symétrie	$P - 2F_{FG}\sin\alpha - F_{DG} = 0$ $F_{DG} = P - 2F_{FG}\sin\alpha = -2P$	−87,00	9,50
DF	D		évident par symétrie	$F_{DG} + 2F_{DF}\sin\alpha_1 = 0$ $F_{DF} = \frac{-F_{DG}}{2\sin\alpha_1} = \frac{P}{\sin\alpha_1}$	61,52	−6,72
CF	F		$(F_{EF} - F_{EG})\cos\alpha - F_{DF}\cos\alpha_1 = 0$ $\left(\frac{4P}{\cos\alpha} - \frac{3P}{\cos\alpha}\right)\cos\alpha - \frac{P}{\sin\alpha_1}\cos\alpha_1 = P - P = 0$ Ce qui est vérifié, car $\cos\alpha_1 = \sin\alpha_1$	$F_{CF} + (F_{EF} - F_{FG})\sin\alpha - P + F_{DF}\sin\alpha_1 = 0$ $F_{CF} = -P/2$	−21,75	2,38
CE	C		$F_{CE}\cos\alpha - F_{BC} + F_{CD} = 0$ $F_{CE} = \frac{F_{CB} - F_{CD}}{\cos\alpha}$ $F_{CE} = -\frac{P}{\cos\alpha}$	$F_{CF} - F_{CE}\sin\alpha = 0$ $F_{CF} = F_{CE}\sin\alpha = -\frac{P}{2}$ $= -\frac{P}{\cos\alpha}\sin\alpha$ $= -\frac{P}{2}$ CQEV	−48,63	5,31
BE	E		$(F_{AE} - F_{EF} + F_{CE})\cos\alpha = 0$ $5P - 4P - P = 0$ Ce qui est vérifié	$F_{BE} - (F_{CE} + F_{EF} - F_{AE})\sin\alpha - P = 0$ $F_{BE} = (F_{CE} + F_{EF} - F_{AE})\sin\alpha + P$ $= -2P\,tg\,\alpha + P = 0$	0	0

Remarque 1 : Les barres comprimées, lors de l'action de soulèvement du vent, ont des contraintes de compression 9,1 fois (43,5 / 1,75) plus faibles que les contraintes de traction. Il est inutile de les vérifier au flambement.

Remarque 2 : On constate que les diagonales ne sont pas toutes tendues et que les efforts maximum de traction et de compression ne sont pas au point de moment maximum, comme on pourrait le croire a priori. Cela vient du fait que le bras de levier décroît plus vite que le moment en passant de D à A.

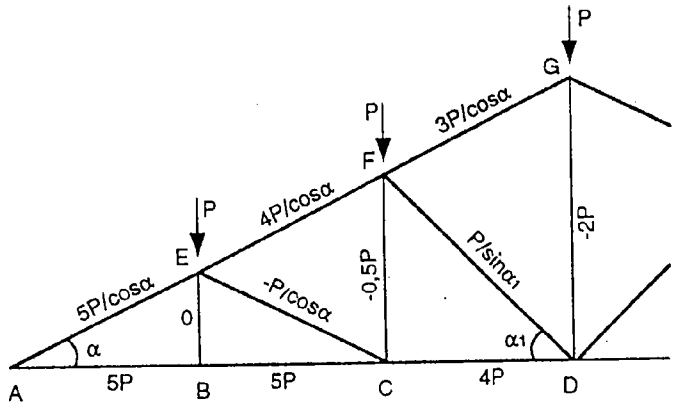


Fig. 44 — Efforts dans les barres

• **Choix des profilés** (Fig. 45)

Montants et diagonales en cornières jumelées de part et d'autre du plan de symétrie de la poutre.
Membrures, soit en demi-HEA, soit deux cornières avec goussets.

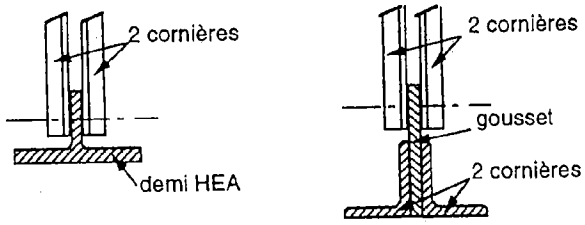


Fig. 45 — Choix des profilés

La première solution est généralement réservée aux grandes fermes. Cependant, nous la retiendrons afin de traiter ce cas dans ce premier exemple.
Par ailleurs, nous avons choisi des profilés soudés, ce qui conduit à les dimensionner directement à partir des efforts de traction (sans déduction des trous) et sans avoir, au préalable, à calculer les assemblages.

• **Barres comprimées** (assemblages soudés)

Barre	Symbole	Formule	Unité	AE	DF
Position	—	—	—	Membr. sup. demi-HEA 180 (2)	Diagonales 2 cornières 60 × 60 × 6 (3)
Profilé	—	—	—		
Longueur	L_o	Fig. 43	m	2,236	2,828
Inclinaison	α	Fig. 43	°	26,56	45,00
Longueur de flamb.	L_{fx}	(1)	m	2,012	2,828
Effort	F		kN	243,20	61,52
Aire	A	[14]	cm²	22,63	13,82
Inertie x	I_x	[14]	cm⁴	89,11	45,68
Distance cdg	v'_x	[14]	cm	1,37	1,69
d° (avec $v'_x \leqslant v_x$)	v_x	[14]	cm	7,18	4,31
Module d'inertie x	$(I/v')_x$	$= I_x/v_x$	cm³	65,04	27,03
d°	$(I/v)_x$	$= I_x/v'_x$	cm³	12,41	10,60
Rayon de giration x	i_x	$= \sqrt{I_x/A}$	cm	1,984	1,818
Elancement x	λ_x	$= L_{fx}/i_x$		101,41	155,55
Contrainte d'Euler x	σ_{kx}	$= \pi^2 E/\lambda_x^2$ (4)	MPa	201,53	85,66
Contrainte normale	σ	$= 10\ F/A$	MPa	107,47	44,52
μ	μ	$= \sigma_{kx}/\sigma$	>1,3	1,875	1,924
k_{1x}	k_{1x}	$= (\mu - 1)/(\mu - 1{,}3)$		1,522	1,481
Moment poids prop.	M_p	$0{,}001283\ A\ L_o^2 \cos\alpha$ (5)	kNm	0,1299	0,1003
Contr. flexion x	σ'_f	$= M_p 10^3/(I/v)_x$	MPa	2,00	3,71
d°	σ_f	$= M_p 10^3/(I/v')_x$	MPa	10,46	9,46
k_f	k_f	$= (\mu + 0{,}03)/(\mu - 1{,}3)$		3,312	3,130
En position supér.					
fibre supérieure	σ_s	$= \sigma + \sigma(k_{1x} - 1)\, v'_x/v_x + \sigma'_f\, k_f$	MPa	124,78	64,52
fibre inférieure	σ'_s	$= \lvert\sigma k_{1x} - \sigma_f\, k_f\rvert$	MPa	128,86	36,28
Vérification		$\leqslant \sigma_e = 235$	MPa	OK	OK
En position infér.					
fibre supérieure	σ_s	$= \sigma k_{1x} + \sigma_f\, k_f$	MPa	—	95,53
fibre inférieure	σ'_s	$= \lvert\sigma - \sigma(k_{1x} - 1)\, v'_x/v_x - \sigma'_f\, k_f\rvert$	MPa	—	24,51
Vérification		$\leqslant \sigma_e = 235$	MPa	OK	OK
Long. flamb. y	L_{fy}	(1)	m	1,789	2,236
Inertie y	I_y	[14]	cm⁴	462,5	45,68
Ray. giration y	i_y	$= \sqrt{I_y/A}$	cm	4,521	1,818
Elancement y	λ_y	$= L_{fy}/i_y$		39,57	124,44
Contr. Euler y	σ_{ky}	$= \pi^2 E/\lambda^2$	MPa	1323,80	133,94
μ	μ	$= \sigma_{ky}/\sigma$	>1,3	12,318	3,007
k_{1y}	k_{1y}	$= (\mu - 1)/(\mu - 1{,}3)$	MPa	1,027	1,176
Contr. totale		$= k_{1y}\sigma$	MPa	110,39	52,34
Vérification y		$\leqslant \sigma_e = 235$	MPa	OK	OK

(1) CM 66 [10], article 5.22 :
— pour les membrures :
$L_f = 0{,}9\ L_o$ dans le plan de la poutre treillis,
$L_f = L_o$ dans le plan perpendiculaire à la poutre ;
— autres barres :
$L_f = 0{,}8\ L_o$ pour assemblages soudés ou s'il y a plusieurs rivets ou boulons dans le plan de la poutre,
$L_f = L_o$ dans tous les autres cas.
(2) On a intérêt à conserver le même profilé de A à G, sur une longueur de 6,708 m.
(3) Les cornières sont fixées ponctuellement à mi-longueur pour diminuer la longueur de flambement (l'axe vv' à 45° est alors le plus défavorable, voir [14]).
(4) Le module d'Young E vaut 210 000 MPa.
(5) 0,001283 = (4/3) × 77 kN/m³ × 10^{-4} / 8.

• Barres tendues (Assemblage par soudure)

Barre	Symbole	Formule	Unité	AB (1)	DG	CE	CF
Type	—	—	—	memb. inf. demi-HEA 100	montant 2 corn. 40×40×4	diagonale 2 corn. 40×40×4	montant 2 corn. 40×40×4
Profilé	—	—	—				
Longueur	L_o	Fig. 43	m	2,000	3,000	2,236	2,000
Inclinaison	α	Fig. 43	°	0	90	26,56	90
Effort	F		kN	217,5	87,0	48,63	21,75
Aire	A	[14]	cm²	10,62	6,16	6,16	6,16
Module mini x	$(I/v)_x$	[14]	cm³	3,16	1,55	1,55	1,55
Contrainte	σ	= F / A × 10	MPa	204,80	141,33	76,94	35,31
Moment poids propre		= 0,001283AL^2_h	kNm	0,0545	M_{Dp}	0,0354	0
Contrainte flexion	σ_f	= M_p 10³ / $(I/v)_x$	MPa	17,25	0	22,81	0
Contrainte totale	σ_x	= σ + σ_f (2)	MPa	222,05	141,33	101,75	35,31
Vérification		$\leqslant \sigma_e$ = 235	MPa	OK	OK	OK	OK

(1) On a intérêt à avoir le même profilé de 12 m de longueur pour les six membrures inférieures en demi-HEA 100.
(2) Si la contrainte est huit fois plus faible que σ_f (voir en 4.2.2 ci-dessus), on peut ne mettre qu'une cornière qui sera décalée par rapport au plan moyen de la poutre au lieu de deux cornières.

6.5. Exemple 2. Poutre horizontale de contreventement

Soit à étudier la poutre (Fig. 46) de 13,20 m de portée à assemblages boulonnés sur goussets et constituée à l'aide de cornières doubles pour les membrures. Pour les diagonales, nous avons le choix entre :
— des diagonales croisées ne travaillant qu'à la traction. L'inconvénient est de créer une excentricité dans les attaches, ce qui augmente beaucoup la contrainte et donc la section du profilé ;
— des diagonales en N travaillant à la traction ou à la compression.

Nous choisirons des doubles cornières en membrures et en diagonales tendues.

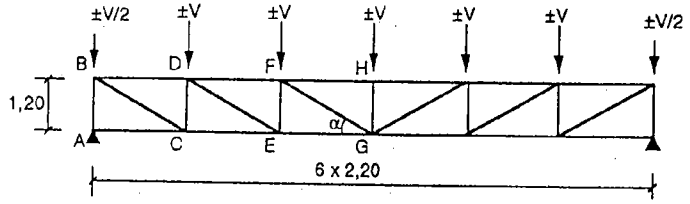


Fig. 46 — Poutre au vent horizontale

• Actions
– vent normal V ± 13 kN,
– vent extrême V = ±1,75 × 13 = ±22,75 kN.

• Moments sous vent extrême (voir chapitre 2, cas 2 à 4)

Nœud	A	C	E	G
Moment	0	$\frac{5VL}{12}$	$\frac{8VL}{12}$	$\frac{9VL}{12}$
kNm	0	125,12	200,20	225,22
Effort tranchant kN — à droite du nœud	$\frac{5V}{2}$ = 56,88	$\frac{3V}{2}$ = 34,13	$\frac{V}{2}$ = 11,38	$\frac{V}{2}$ = 11,38
— à gauche du nœud	$\frac{6V}{2}$ = 68,25	$\frac{5V}{2}$ = 56,88	$\frac{3V}{2}$ = 34,13	$\frac{V}{2}$ = 11,38

• Efforts dans les membrures : par la méthode des coupures pour une poutre de hauteur constante avec z = 1,20 m. Les efforts de compression (positifs) et de traction (négatifs) dans les membrures valent M/z.

Barres	Nœud de coupure	Moment	Moment kNm	Effort F (1) = M/z (kN)	Première approche de la section = 10 F/σ_e = F/23,5 (cm²)	Profil premier essai	soit cm²
AC	A	0	0	0	0	2 L 40 × 40 × 4	6,16
CE	C	5 VL/12	125,12	−104,27	4,44 → 4,88 (2)	d°	6,16
EG	E	8 VL/12	200,20	−166,67	7,09 → 7,80 (2)	2 L 45 × 45 × 4,5	7,80
BD	C	5 VL/12	125,12	104,27	4,44 → 5,32 (3)	2 L 40 × 40 × 4	6,16
DF	E	8 VL/12	200,20	166,67	8,52 → 8,51 (3)	2 L 50 × 50 × 5	9,60
FH	G	9 VL/12	225,20	187,68	9,58 → 11,5 (3)	d°	9,60

(1) positif = compression.
(2) + 10 % environ pour tenir compte des trous de boulons et de la flexion due au poids propre.
(3) + 20 % environ pour tenir compte du flambement et de la flexion due au poids propre.
(4) Pour les membrures, on évitera de descendre au-dessous de cornières L40 × 40 × 4.

• Montants (en négligeant les efforts repris par les diagonales comprimées) = efforts tranchants

Barres	Compression	Compression kN	Première approche de la section = 10 F/σ_e = F/23,5 (cm²)	Profilé premier essai	soit cm²
AB	6V/2	68,25	2,90 → 3,49 (1)	2 L 40×40×4	6,16
CD	5V/2	56,88	2,42 → 2,90 (1)	d°	6,16
EF	3V/2	34,13	1,45 → 1,74 (1)	d°	6,16
GH	V	22,75	0,97 → 1,16 (1)	d°	6,16

(1) +20 % environ pour tenir compte du flambement et de la flexion due au poids propre.

• **Diagonales** (composante verticale de la diagonale = effort dans le montant diminué de la charge)

Barres	Traction	Traction kN	Première approche de la section = 10 F/σ_e = F/23,5 (cm²)	Profilé premier essai	soit cm²
BC	$\frac{5V}{2\sin\alpha}$	−118,77	5,05 → 5,56 (1)	2L 40 × 40 × 4	6,16
DE	$\frac{3V}{2\sin\alpha}$	−71,26	3,03 → 3,34 (1)	2L 40 × 40 × 4	6,16
FG	$\frac{V}{2\sin\alpha}$	−23,75	1,01 → 1,11 (1)	2L 40 × 40 × 4	6,16

Avec $\mathrm{tg}\,\alpha = 1{,}2 / 2$ d'où $\sin\alpha = 0{,}4788$

(1) +10 % environ pour tenir compte des trous de boulons et de la flexion due au poids propre

EXEMPLE Nœud D (Fig. 47)

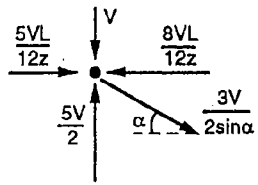


Fig. 47 — Nœud D

On vérifie bien :

— verticalement $V = \frac{5V}{2} - \frac{3V}{2\sin\alpha}\sin\alpha$

— horizontalement : $\frac{(5-8)VL}{12z} = \frac{-3V}{2\sin\alpha}\cos\alpha = \frac{-3V}{2}\,\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{-3V}{2}\frac{L}{6z} = \frac{-3VL}{12z}$

avec $\mathrm{cotg}\,\alpha = \frac{L}{6z}$

• Barres comprimées (barres boulonnées)

	Symbole	Unité	BD	DF	FH	AB	CD	EF	GH
Barre	—	—	Memb. sup 2 corn.	Memb. sup 2 corn.	Memb. sup 2 corn.	Montant 2 corn.	Montant 2 corn.	Montant 2 corn.	Montant 2 corn.
Profilé	—	—	60×60×6	70×70×7	70×70×7	40×40×4	40×40×4	40×40×4	40×40×4
Longueur	L_o	m	2,200	2,200	2,200	1,200	1,200	1,200	1,200
Inclinaison	α	°	0	0	0	90	90	90	90
Long. de flamb.	L_{fx}	m	1,980	1,980	1,980	1,200	1,200	1,200	1,200
Effort	F	kN	104,27	166,67	187,68	68,25	56,88	34,13	22,75
Aire	A	cm²	13,82	18,80	18,80	6,16	6,16	6,16	6,16
Inertie x	I_x	cm⁴	45,58	84,60	84,60	8,94	8,94	8,94	8,94
Distance cdg	v'_x	cm	1,69	1,97	1,97	1,12	1,12	1,12	1,12
d°	v_x	cm	4,31	5,03	5,03	2,88	2,88	2,88	2,88
Module x	$(I/v')_x$	cm³	26,97	42,94	42,94	7,98	7,98	7,98	7,98
d°	$(I/v)_x$	cm³	10,58	16,82	16,82	3,10	3,10	3,10	3,10
Ray. giration x	i_x	cm	1,816	2,121	2,121	1,205	1,205	1,205	1,205
Elancement x	λ_x		109,03	93,34	93,34	99,61	99,61	99,61	99,61
Contr. Euler x	σ_{kx}	MPa	174,36	237,90	237,90	208,89	208,89	208,89	208,89
Contr. normale	σ	MPa	75,45	88,65	99,83	110,80	92,34	55,41	36,93
μ	μ	>1,3	2,311	2,683	2,383	1,885	2,262	3,770	5,656
k_{1x}	k_{1x}		1,297	1,217	1,277	1,513	1,312	1,121	1,069
Moment p. propre	M_p	kNm	0,0858	0,1168	0,1168	0	0	0	0
Contr. flex. x	σ'_f	MPa	3,18	2,72	2,72	0	0	0	0
d°	σ_f	MPa	8,12	6,94	6,94	0	0	0	0
k_f	k_f		2,316	1,961	2,228	3,272	2,382	1,538	1,305
En position supérieure									
fibre supér.	σ_x	MPa	91,60	101,52	116,72	132,88	103,53	58,02	37,92
fibre infér.	σ'_x	MPa	79,04	94,26	112,01	167,58	121,13	62,13	39,48
Vérification		MPa	OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK
En position inférieure									
fibre supér.	σ_x	MPa	-	-	-	167,58	121,13	62,13	39,48
fibre infér.	σ'_x	MPa	-	-	-	90,31	81,95	52,98	36,01
Vérification		MPa	-	-	-	OK	OK	OK	OK
Long. flamb. y	L_{fy}	m	2,2	2,2	2,2	1,2	1,2	1,2	1,2
Inertie y	I_y	cm⁴	45,58	84,6	84,6	8,94	8,94	8,94	8,94
Rayon gir. y	i_y	cm	1,816	2,121	2,121	1,205	1,205	1,205	1,205
Elancement y	λ_y		121,14	103,71	103,71	99,61	99,61	99,61	99,61
Contr. Euler y	σ_{ky}	MPa	141,23	192,70	192,70	208,89	208,89	208,89	208,89
μ	μ		1,872	2,174	1,930	1,885	2,262	3,770	5,656
k_{1y}	k_{1y}		1,525	1,343	1,476	1,513	1,312	1,121	1,069
Contr. totale	σ_y	MPa	115,02	119,10	147,34	167,58	121,13	62,13	39,48
Vérification y			OK	OK	OK	OK	OK	OK	OK

Pour les formules, voir le tableau du 6.4 ci-dessus.
Pour les cornière doubles, on pourra se dispenser de la vérification au flambement dans le sens transversal à 45° *vv* du fait de la longueur de flambement divisée par deux en solidarisant les deux barres à mi-longueur.
On pourra également se dispenser de la vérification dans le plan perpendiculaire *yy* à la poutre du fait qu'il n'y a pas de moment de flexion, que la longueur de flambement L_{fy} est supérieure ou égale à celle du plan de la poutre L_{fx} et que les inerties I_x et I_y sont égales.

On remarquera que les dimensions des cornières sont plus grandes que celles obtenues en première approximation car l'élancement des barres est important (de 93,34 à 121,14).

On n'oubliera pas de vérifier que la poutre, dans son ensemble, ne risque pas de flamber, en solidarisant les membrures comprimées au reste de la couverture. Ce risque peut exister en cas de soulèvement, car la membrure inférieure est alors comprimée.

• **Barres tendues** (Assemblage par boulonnage)

Barre	Symbole	Unité	AC	CE	EG	BC	DE	FG
Type profilé			memb. inf. 2 corn. 40×40×4	memb. inf. 2 corn. 40×40×4	memb. inf. 2 corn. 50×50×5	diagonale 2 corn. 40×40×5	diagonale 2 corn. 40×40×4	diagonale 2 corn. 40×40×4
Longueur	L_o	m	2,200	2,200	2,200	2,506	2,506	2,506
Inclinaison	α	°	0	0	0	28,61	28,61	28,61
Effort	F	kN	0	104,27	166,83	118,77	71,26	23,75
Aire	A	cm²	6,16	6,16	9,60	7,58	6,16	6,16
Module d'inertie *x*	$(I/v)_x$	cm³	3,10	3,10	6,10	3,82	3,10	3,10
Epaisseur	*a*	mm	4	4	5	5	4	4
Diamètre boulons	d_o	mm	12	14	16	14	12	12
Nb total boulons	n_t		1	3	3	3	3	1
Nb boulons transv.	*n*		1	1	1	1	1	1
Diamètre trous	d	mm	13	15	17	15	13	13
Aire nette	A_n	cm²	5,12	4,96	7,90	6,08	5,12	5,12
Contrainte	σ	MPa	0	210,22	211,18	195,35	139,18	46,39
Moment poids pr.	M_p	kNm	0,0383	0,0383	0,0596	0,0536	0,0436	0,0436
Contrainte flexion	σ_1	MPa	12,33	12,33	9,78	14,04	14,06	14,06
Contrainte totale	σ_x	MPa	12,34	222,55	220,95	209,38	153,24	60,45
Vérification		MPa	OK	OK	OK	OK	OK	OK

Pour les formules, voir le tableau du 6.4 ci-dessus.

Pour le dimensionnement et la vérification des assemblages sur goussets, voir en 4.2 ci-dessus.

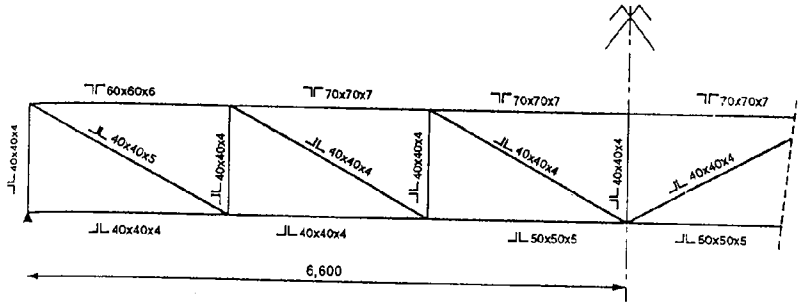


Fig. 48 — Profilés retenus

6.6. Programme «TREILLIS» *

6.6.1. Mode d'emploi

1ère Ligne — **L, *h*, *p*, N_p, Id, Imp, Boul, σ_e, Incl**

L = portée de la poutre treillis (m)
h = hauteur (m)
p = charge répartie (kN/m). Cette charge sera remplacée automatiquement par des charges concentrées au droit des nœuds de la poutre treillis
N_p = nombre de panneaux constituant la poutre
Id = 1 si tous les panneaux ont même longueur,
= 0 dans le cas contraire
Imp = 1 si les profils des barres sont imposés,
= 0 s'ils sont à déterminer automatiquement par le programme
Boul = 1 pour des assemblages par boulons ordinaires
= 2 pour des assemblages par rivets à froid (rivelons)
= 3 pour des assemblages soudés
σ_e = limite élastique de l'acier (MPa)
Incl = inclinaison sur l'horizontale de la poutre treillis en degrés (par exemple Incl=90 pour une poutre située dans le plan vertical)

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

2e Ligne (si Id=0) — **L1, L2, L3, ...**
Id valeurs des longueurs (m) successives des panneaux de façon que $\Sigma L_i = L$

3e Ligne (si Imp=0) — **Icm, Icd, Ica**
Icm : Type de profils à retenir pour les membrures :
Icm = 1 = doubles cornières
2 = doubles UPN
3 = doubles UAP
4 = demi-HEA
Icd : Type de profils à retenir pour les diagonales :
Icd = 1 = cornières simples
2 = doubles cornières
3 = doubles UPN
4 = doubles UAP
Ica : Type de profils à retenir pour les montants :
Ica = 1 = doubles cornières
2 = doubles UPN
3 = doubles UAP

4e Ligne (si Imp=1) — **$I_1, J_1, K_1, I_2, J_2, K_2, I_3, J_3, K_3, I_4, J_4, K_4, I_5, J_5, K_5$**
I_i = nombre de profils : =1 pour simples, =2 pour doubles
J_i = 1 pour des cornières, = 2 pour des UPN, = 3 pour des UAP, = 4 pour des demi-HEA
K_i = numéro dans la série du profil choisi en J_i (voir liste en fin de programme)

L'indice *i* est égal à :
1 pour la membrure supérieure du panneau,
2 pour la membrure inférieure du panneau,
3 pour le montant gauche du panneau,
4 pour la diagonale descendante vers la droite
5 pour la diagonale ascendante vers la droite
Cette ligne est à écrire N_p fois avec 15 valeurs et une fois avec 3 valeurs pour le montant situé sur l'appui droit.

5e Ligne (N_p lignes) — ***i*, P_i**
P_i = charge concentrée (kN) sur le nœud *i* en plus de la charge répartie *p*
FIN = 0 0
Le panneau comporte $N_p + 1$ nœuds (de 1 à $N_p + 1$)

Remarque : Les données d'une même ligne sont à séparer par un espace blanc.

6.6.2. *Exemple de données*

```
13.2 1.2 10.341 6 1 0 1 235 90      'L, h, p, Np, Id, Imp, Boul, σe, Incl
1 2 1                               'memb., diag. et montants en cornières doubles
0 0                                 'pas de charges concentrées en plus de la charge répartie
```


Remarque : Pour une vérification avec les barres trouvées dans le cas précédent, on aurait les données suivantes :

```
13.2 1.2 10.341 6 1 1 1 235 90      'barres imposées
2 4 3 2 4 1 2 3 1 2 1 7 2 1 1       'panneau 1
2 4 4 2 4 1 2 3 1 2 1 3 2 1 1       'panneau 2
2 4 4 2 4 1 2 3 1 2 1 1 2 1 1       'panneau 3
2 4 4 2 4 1 2 3 1 2 1 1 2 1 1       'panneau 4
2 4 4 2 4 1 2 3 1 2 1 1 2 1 3       'panneau 5
2 4 3 2 4 1 2 3 1 2 1 1 2 1 7       'panneau 6
2 3 1                               'montant de l'appui droit
0 0                                 'pas de charges concentrées
```

6.6.3. *Catalogue des profils*

Les profils peuvent être changés ou complétés en DATA en fin de programme, à condition d'indiquer en tête le nombre de profils à lire pour chaque catégorie.

CATEGORIE 1

	Profils	Aire	Ep. Ame	Inerties Ix	Inerties Iy	Centre de Gravite vx	Centre de Gravite v'x	Centre de Gravite vy	Centre de Gravite v'y	Modules d'Inertie (I/v)x	Modules d'Inertie (I/v')x	Modules d'Inertie (I/v)y	Modules d'Inertie (I/v')y
		cm2	mm	cm4	cm4	cm	cm	cm	cm	cm3	cm3	cm3	cm3
1	L40X40X4	3.08	0.4	4.47	4.47	2.88	1.12	2.88	1.12	1.55	3.99	1.55	3.99
2	L40X40X5	3.79	0.5	5.43	5.43	2.84	1.16	2.84	1.16	1.91	4.68	1.91	4.68
3	L45X45X4.5	3.90	0.4	7.15	7.15	3.24	1.26	3.24	1.26	2.21	5.67	2.21	5.67
4	L45x45x5	4.30	0.5	7.84	7.84	3.22	1.28	3.22	1.28	2.43	6.13	2.43	6.13
5	L50X50X5	4.80	0.5	10.96	10.96	3.60	1.40	3.60	1.40	3.04	7.83	3.04	7.83
6	L50X50X6	5.69	0.6	12.84	12.84	3.55	1.45	3.55	1.45	3.62	8.86	3.62	8.86
7	L60X60X6	6.91	0.6	22.79	22.79	4.31	1.69	4.31	1.69	5.29	13.49	5.29	13.49
8	L70X70X7	9.40	0.7	42.30	42.30	5.03	1.97	5.03	1.97	8.41	21.47	8.41	21.47
9	L80X80X8	12.27	0.8	72.25	72.25	5.74	2.26	5.74	2.26	12.59	31.97	12.59	31.97
10	L100X100X10	19.15	1.0	176.70	176.70	7.18	2.82	7.18	2.82	24.61	62.66	24.61	62.66
11	L150X150X15	43.02	1.5	898.10	898.10	10.75	4.25	10.75	4.25	83.54	211.32	83.54	211.32
12	L150X150X18	51.03	1.8	1050.00	1050.00	10.63	4.37	10.63	4.37	98.78	240.27	98.78	240.27
13	L180X180X18	61.91	1.8	1866.00	1866.00	12.90	5.10	12.90	5.10	144.65	365.88	144.65	365.88

CATEGORIE 2

Profils	Aire	Ep. Ame	Inerties Ix	Inerties Iy	Centre de Gravite vx	Centre de Gravite v'x	Centre de Gravite vy	Centre de Gravite v'y	Modules d'Inertie (I/v)x	Modules d'Inertie (I/v')x	Modules d'Inertie (I/v)y	Modules d'Inertie (I/v')y
	cm2	mm	cm4	cm4	cm	cm	cm	cm	cm3	cm3	cm3	cm3
1 UPN80	11.00	0.6	106.00	19.40	4.00	4.00	3.05	1.45	26.50	26.50	6.36	13.38
2 UPN100	13.50	0.6	205.00	29.30	5.00	5.00	3.45	1.55	41.20	41.20	8.49	18.90
3 UPN120	17.00	0.7	364.00	43.20	6.00	6.00	3.90	1.60	60.67	60.67	11.08	27.00
4 UPN140	20.40	0.7	605.00	62.70	7.00	7.00	4.25	1.75	86.43	86.43	14.75	35.83
5 UPN160	24.00	0.8	925.00	85.30	8.00	8.00	4.66	1.84	115.63	115.63	18.30	46.36
6 UPN180	28.00	0.8	1350.00	114.00	9.00	9.00	5.08	1.92	150.00	150.00	22.44	59.38
7 UPN200	32.20	0.9	1910.00	148.00	10.00	10.00	5.49	2.01	191.00	191.00	26.96	73.63
8 UPN220	37.40	0.9	2690.00	197.00	11.00	11.00	5.86	2.14	244.55	244.55	33.62	92.06
9 UPN240	42.30	0.9	3600.00	248.00	12.00	12.00	6.27	2.23	300.00	300.00	39.55	111.21
10 UPN260	48.30	1.0	4820.00	317.00	13.00	13.00	6.64	2.36	370.77	370.77	47.74	134.32
11 UPN300	58.80	1.0	8030.00	495.00	15.00	15.00	7.30	2.70	535.33	535.33	67.81	183.33

CATEGORIE 3

Profils	Aire	Ep. Ame	Inerties Ix	Inerties Iy	Centre de Gravite vx	Centre de Gravite v'x	Centre de Gravite vy	Centre de Gravite v'y	Modules d'Inertie (I/v)x	Modules d'Inertie (I/v')x	Modules d'Inertie (I/v)y	Modules d'Inertie (I/v')y
	cm2	mm	cm4	cm4	cm	cm	cm	cm	cm3	cm3	cm3	cm3
1 UAP80	10.70	0.5	107.00	21.30	4.00	4.00	2.89	1.61	26.75	26.75	7.37	13.23
2 UAP100	13.40	0.6	209.00	32.80	5.00	5.00	3.30	1.70	41.80	41.80	9.94	19.29
3 UAP130	17.50	0.6	459.00	51.30	6.50	6.50	3.72	1.78	70.62	70.62	13.79	28.82
4 UAP150	22.90	0.7	797.00	93.30	7.50	7.50	4.45	2.05	106.27	106.27	20.97	45.51
5 UAP175	27.00	0.8	1272.00	126.40	8.75	8.75	4.88	2.12	145.37	145.37	25.90	59.62
6 UAP200	32.00	0.8	1946.00	169.70	10.00	10.00	5.28	2.22	194.60	194.60	32.14	76.44
7 UAP220	36.30	0.8	2710.00	222.30	11.00	11.00	5.60	2.40	246.36	246.36	39.70	92.63
8 UAP250	43.80	0.9	4136.00	296.70	12.50	12.50	6.05	2.45	330.88	330.88	49.04	121.10
9 UAP300	58.60	0.9	8170.00	562.10	15.00	15.00	7.04	2.96	544.67	544.67	79.84	189.90

CATEGORIE 4

Profils	Aire	Ep. Ame	Inerties Ix	Inerties Iy	Centre de Gravite vx	Centre de Gravite v'x	Centre de Gravite vy	Centre de Gravite v'y	Modules d'Inertie (I/v)x	Modules d'Inertie (I/v')x	Modules d'Inertie (I/v)y	Modules d'Inertie (I/v')y
	cm2	mm	cm4	cm4	cm	cm	cm	cm	cm3	cm3	cm3	cm3
1 ThEA100	10.62	0.5	12.36	67.00	3.91	0.89	5.00	5.00	3.16	13.89	13.40	13.40
2 ThEA120	12.67	0.5	21.30	116.00	4.72	0.98	6.00	6.00	4.51	21.73	19.33	19.33
3 ThEA140	15.71	0.6	37.50	195.00	5.52	1.13	7.00	7.00	6.79	33.19	27.86	27.86
4 ThEA160	19.39	0.6	61.47	308.00	6.32	1.28	8.00	8.00	9.73	48.02	38.50	38.50
5 ThEA180	22.63	0.6	89.11	463.00	7.18	1.37	9.00	9.00	12.41	65.04	51.44	51.44
6 ThEA200	26.92	0.6	132.80	688.00	7.98	1.52	10.00	10.00	16.64	87.37	68.80	68.80
7 ThEA220	32.17	0.7	193.70	978.00	8.44	1.66	11.00	11.00	22.95	116.69	88.91	88.91
8 ThEA240	38.42	0.8	273.50	1385.00	9.69	1.81	12.00	12.00	28.22	151.10	115.42	115.42
9 ThEA260	43.41	0.8	355.40	1834.00	10.59	1.91	13.00	13.00	33.56	186.07	141.08	141.08
10 ThEA280	48.63	0.8	477.50	2382.00	11.44	2.06	14.00	14.00	41.74	231.80	170.14	170.14
11 ThEA300	56.26	0.9	629.70	3155.00	12.29	2.21	15.00	15.00	51.24	284.93	210.33	210.33
12 ThEA320	62.18	0.9	807.70	3493.00	13.09	2.41	16.00	16.00	61.70	335.15	218.31	218.31
13 ThEA340	66.74	0.9	1019.00	3718.00	13.86	2.64	17.00	17.00	73.52	385.98	218.71	218.71
14 ThEA360	71.38	1.0	1268.00	3944.00	14.63	2.87	18.00	18.00	86.67	441.81	219.11	219.11
15 ThEA400	79.49	1.1	1894.00	4282.00	16.11	3.39	20.00	20.00	117.57	558.70	214.10	214.10
16 ThEA450	89.01	1.1	2815.00	4733.00	18.06	3.94	22.50	22.50	155.87	714.47	210.36	210.36
17 ThEA500	98.77	1.2	4018.00	5185.00	19.99	4.51	25.00	25.00	201.00	890.91	207.40	207.40
18 ThEA550	105.90	1.3	5528.00	5410.00	21.83	5.17	27.50	27.50	253.23	1069.25	196.73	196.73
19 ThEA600	113.20	1.3	7399.00	5635.00	23.63	5.87	30.00	30.00	313.12	1260.48	187.83	187.83

6.6.4. *Données en écran*

TREILLISO

```
Souhaitez-Vous Ecrire la Liste des Profils Bibliotheque : 1=OUI , 0=NON =? 0

Voulez-Vous Entrer les Donnees au Clavier (=1) ou en DATA (=2) :? 1
Ecrire 9 Valeurs separees par un blanc :
     Longueur de la Poutre (m),
     Hauteur Constante de la Poutre (m),
     Charge Repartie Uniforme (kN/m),
     Nombre de Panneaux,
     Panneaux de meme Longueur=1, sinon=0,
     Profils de Barres Imposes=1, sinon =0,
     Assemblages :1=Boulon, 2=Rivets, 3=Soudures,
     Limite Elastique Acier (MPa),
     Inclinaison sur l'Horizontale en degres (Poutre verticale : 90)
=? 13.2 1.2 10.341 6 1 0 1 235 90
```

TREILLISO

```
lcm : Membrures en :
      1=Doubles Cornieres
      2=Doubles UPN
      3=Doubles UAP
      4=Demi HEA
lcd : Diagonales en :
      1=Cornieres Simples
      2=Doubles Cornieres
      3=Doubles UPN
      4=Doubles UAP
lca : Montants en :
      1=Doubles Cornieres
      2=Doubles UPN
      3=Doubles UAP
(3 Valeurs separees par un blanc) =? 1 2 1
Nombre de Charges Concentrees =? 0
```

6.6.5. *Résultats sur imprimante du programme «TREILLIS»*

DONNEES

Portee de la Poutre =13.200 m
Hauteur de la Poutre = 1.200 m

Charge Repartie (incluse dans les Charges Concentrees ci-apres). =10.341 kN/m

Panneau No	Charge sur Noeud Gauche kN	Position Barre	Longueur m	Type de Profil
1	11.375	Superieure	2.200	2L
		Inferieure	2.200	2L
		Mont.Gau.	1.200	2L
		Diag.Desc.	2.506	2L
		Diag.Asc.	2.506	2L
2	22.750	Superieure	2.200	2L
		Inferieure	2.200	2L
		Mont.Gau.	1.200	2L
		Diag.Desc.	2.506	2L
		Diag.Asc.	2.506	2L
3	22.750	Superieure	2.200	2L
		Inferieure	2.200	2L
		Mont.Gau.	1.200	2L
		Diag.Desc.	2.506	2L
		Diag.Asc.	2.506	2L
4	22.750	Superieure	2.200	2L
		Inferieure	2.200	2L
		Mont.Gau.	1.200	2L
		Diag.Desc.	2.506	2L
		Diag.Asc.	2.506	2L
5	22.750	Superieure	2.200	2L
		Inferieure	2.200	2L
		Mont.Gau.	1.200	2L
		Diag.Desc.	2.506	2L
		Diag.Asc.	2.506	2L
6	22.750	Superieure	2.200	2L
		Inferieure	2.200	2L
		Mont.Gau.	1.200	2L
		Diag.Desc.	2.506	2L
		Diag.Asc.	2.506	2L
		Mont.Dro.	1.200	2L

Charge sur Noeud Droit = 11.375 kN

Pan. no	Abec.Gauch.(m) Longueur (m) Eff.Tr. (kN) Moment (kNm)	Position de la Barre	Long. (m)	Force (kN)	Profil	Contraint.(MPa) plan xx	plan yy	Diam. Boul.(mm)	Diam. Trous (mm)	Nbre Bo paral. barre
1	0.000	Memb.Sup.	2.200	104.27	2L60X60X6	91.60	115.03	16	17	2
	2.200	Memb.Inf.	2.200	0.00		0.00	0.00			
	56.875	Mont.Gauc.	1.200	68.25	2L40X40X4	130.99	167.58	12	13	3
	125.126	Diag.Desc	2.506	-118.77	2L40X40X5	209.38	195.35	14	15	3
		Diag.Asc.	2.506	0.00		0.00	0.00			
2	2.200	Memb.Sup.	2.200	166.83	2L70X70X7	101.63	119.29	18	19	3
	2.200	Memb.Inf.	2.200	-104.27	2L40X40X4	222.55	210.23	14	15	3
	34.125	Mont.Gauc.	1.200	56.88	2L40X40X4	104.72	121.11	12	13	2
	200.202	Diag.Desc.	2.506	-71.26	2L40X40X4	153.23	139.19	12	13	3
		Diag.Asc.	2.506	0.00		0.00	0.00			
3	4.400	Memb.Sup.	2.200	187.69	2L70X70X7	116.72	147.36	18	19	3
	2.200	Memb.Inf.	2.200	-166.83	2L50X50X5	220.98	211.18	16	17	3
	11.375	Mont.Gauc.	1.200	34.13	2L40X40X4	59.02	62.12	12	13	2
	225.227	Diag.Desc.	2.506	-23.75	2L40X40X4	60.44	46.40	12	13	1
		Diag.Asc.	2.506	0.00		0.00	0.00			
4	6.600	Memb.Sup.	2.200	187.69	2L70X70X7	116.72	147.36	18	19	3
	2.200	Memb.Inf.	2.200	-166.83	2L50X50X5	220.98	211.18	16	17	3
	-11.375	Mont.Gauc.	1.200	22.75	2L40X40X4	39.48	39.48	12	13	1
	200.202	Diag.Desc.	2.506	0.00		0.00	0.00			
		Diag.Asc.	2.506	-23.75	2L40X40X4	60.44	46.40	12	13	1
5	8.800	Memb.Sup.	2.200	166.83	2L70X70X7	101.63	119.29	18	19	3
	2.200	Memb.Inf.	2.200	-104.27	2L40X40X4	222.55	210.23	14	15	3
	-34.125	Mont.Gauc.	1.200	34.13	2L40X40X4	59.02	62.12	12	13	2
	125.126	Diag.Desc.	2.506	0.00		0.00	0.00			
		Diag.Asc.	2.506	-71.26	2L40X40X4	153.23	139.19	12	13	3
6	11.000	Memb.Sup.	2.200	104.27	2L60X60X6	91.60	115.03	16	17	2
	2.200	Memb.Inf.	2.200	0.00		0.00	0.00			
	-56.876	Mont.Gauc.	1.200	56.88	2L40X40X4	104.72	121.11	12	13	2
	0.000	Diag.Desc.	2.506	0.00		0.00	0.00			
		Diag.Asc.	2.506	-118.77	2L40X40X5	209.38	195.35	14	15	3
		Mont.Droi.	1.200	68.25	2L40X40X4	130.99	167.58	12	13	3

Poids des Barres (Hors Barres d'Effort nul et Attaches) = 175.48 kg

7. DE LA VALIDITÉ DES RÉSULTATS

• Portiques en béton armé

Les méthodes ci-dessus, même celles dites exactes, utilisent, en général, des moments d'inertie bruts constants pour les barres ($bh^3/12$ pour les sections rectangulaires). Or, en section fissurée de béton armé, le moment d'inertie dépend beaucoup des sections d'acier mis en place. Principalement pour les traverses, ces sections varient avec l'abscisse, il en est de même du moment d'inertie et des coefficients de souplesse (voir chap. 1, art. 5.3). Les moments calculés de cette façon sont différents de ceux correspondant à une inertie constante. Il y a une redistribution des moments qui s'accentue avec l'augmentation des charges appliquées, car les sections fissurées deviennent de plus en plus nombreuses.

7.1. Exemple 1

Soit un portique simple encastré à la base (Fig. 49.a)

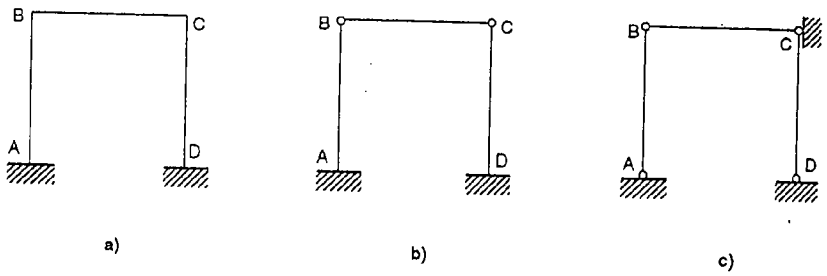


Fig. 49 — Exemple 1 de portique simple

Supposons que l'on dispose de très peu d'acier de chapeau aux extrémités de la barre BC. On peut considérer qu'on a ainsi créé une articulation en ces deux points et que les montants AB et CD travaillent comme deux consoles encastrées à la base. La traverse est isostatique (Fig. 49.b).

Pour un portique à nœuds non déplaçables, on pourrait remplacer l'encastrement en pied des montants par des articulations (Fig. 49.c). Par contre, pour un portique à nœuds déplaçables, ce même portique serait transformé en mécanisme (hypostatique) non stable.

7.2. Exemple 2

Un manque d'acier à mi-travée de traverse crée une articulation. Les deux demi-travées sont en console sur les montants (Fig. 50).

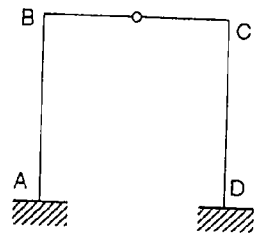


Fig. 50 — Exemple 2 de portique simple

Remarque : Une traverse de portique ou de poutre continue soumise à une charge répartie uniforme p peut être ferraillée (Fig. 51) :

① — avec encastrement parfait aux deux extrémités avec des moments $-\frac{pL^2}{12}$ sur appuis et $\frac{pL^2}{24}$ à mi-travée ;

② — articulée aux deux extrémités avec des moments nuls sur sur appuis et $\frac{pL^2}{8}$ à mi-travée ;

③ — en console à partir des appuis avec des moments $-\frac{pL^2}{8}$ sur appui et nul à mi-travée.

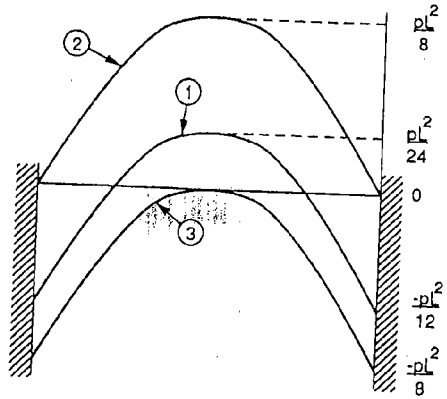


Fig. 51 — Courbes de moments d'une travée sous charge répartie uniforme

Toutes les courbes de moments comprises entre les courbes extrêmes 2 et 3 peuvent être acceptées pour satisfaire l'équilibre sous réserve :
— que l'équation de fermeture des moments dans chaque travée et pour chaque cas de charge soit respectée (voir en 1 ci-dessus) ;
— que le portique ne soit pas transformé en mécanisme (hypostatique).

On notera que les solutions extrêmes ② et ③ entraînent des rotations importantes et donc de la fissuration.

En conclusion : les méthodes exposées ci-dessus, normales ou approchées, sont équivalentes à la redistribution près, à condition de vérifier les conditions d'équilibre pour ne pas transformer le portique en un mécanisme instable et en limitant la fissuration. A noter qu'en créant une articulation, on réduit le degré d'hyperstaticité du portique et donc que l'on réduit son coefficient de sécurité global.

BIBLIOGRAPHIE

[1] KLEINLOGEL A., HASELBACH W. — Formulaire des cadres simples. Paris, Dunod, 1969.

[2] CHARON P. — Simplifications et améliorations de la méthode de Cross. Paris, Eyrolles, 1966.

[3] ZAYTZEFF S. — La méthode Hardy Cross et ses simplifications. Paris, Dunod, 1953.

[4] GIERSZEWSKI M. — Les portiques. Calcul statique. Paris, Dunod, 1966.

[5] ROSENTHAL E. — Calculs de construction métallique en BASIC. Paris, Eyrolles, 1985.

[6] MOREL J. — Conception et calcul des structures métalliques. Paris, Eyrolles, 1986.

[7] ISNARD V., GREKOW A., MROZOWICZ P. — Formulaire de l'ingénieur. Paris, Eyrolles, 1964.

[8] THONIER H. — Le Projet de béton armé. Paris, SEBTP, 1991.

[9] COURBON J. — Résistance des matériaux. Paris, Dunod, 2 tomes.

[10] Règles CM 66 — Règles de calcul des constructions en acier. Paris, Eyrolles.

[11] AFNOR — Normes de la série :

– A35-5.. - Aciers de construction
– A45-... - Barres et profilés laminés à chaud
– E27-... - Éléments de fixation
– P22-... - Structures métalliques

[12] BOURRIER P., FOULT T., LESCOUARC'H Y. — Constructions métalliques civiles et industrielles. Paris, Presses des Ponts et Chaussées, 1988.

[13] OTUA — (Office technique de l'Utilisation de l'Acier) — Produits sidérurgiques français. Caractéristiques dimensionnelles, 1989.

[14] Normes européenne et française NF EN 20898-1 — Caractéristiques des éléments de fixation, Partie 1, Boulons, vis et goujons.

10. VOILES ET MURS

1. GÉNÉRALITÉS

Les voiles et murs sont des éléments ayant deux dimensions grandes par rapport à la troisième appelée épaisseur, généralement verticaux et chargés dans leur plan.

Ces éléments peuvent être :
– en maçonnerie non armée ou armée, auxquels on réservera le nom de murs ;
– en béton armé ou non armé, et appelés voiles.

On utilise aussi l'expression murs en béton banché pour désigner les voiles en béton non armé. Une banche est un outil de coffrage de grande surface.

Remarque : Des voiles en acier ont été très rarement utilisés pour des contreventements de structures métalliques (*steel shear walls*) pour des bâtiments de grande hauteur aux États-Unis, à la place des traditionnelles diagonales.

Le rôle des voiles et murs est :
– de reprendre les charges permanentes et d'exploitation apportées par les planchers ;
– de participer au contreventement de la construction (vent et séisme) ;
– d'assurer une isolation acoustique entre deux locaux, en particulier entre logements, chambres d'hôtel,... (voir loi de masse, chapitre 7, article 3.2), et une protection incendie (coupe-feu) ;
– de servir de cloisons de séparation entre locaux.

Les calculs des voiles en béton armé et non armé sont effectués suivant les dispositions du DTU 23.1 «Murs en béton banché» [1].
Les voiles sont utilisés en façade, en pignons ou à l'intérieur (murs de refends) des constructions.
Un poteau «allongé» de longueur supérieure à cinq fois son épaisseur est considéré comme un voile.

2. CHOIX DU TYPE DE VOILE EN FONCTION DU SITE

Qu'ils soient appelés armés ou non armés, les voiles en béton comportent un minimum d'armatures :

— au droit des ouvertures (concentration de contraintes),
— à leur jonction avec les planchers (chaînages) et
— à leurs extrêmités.

On distingue quatre types de voiles en fonction de :

— la résistance à la pénétration de la pluie fouettante ;

— la sévérité d'un site liée à sa situation, son exposition et à l'environnement général de la construction.

Types de murs	Type I	Type II	Type III	Type IV
Revêtement étanche extérieur (1)	non	non	non	oui
Coupure de capillarité continue dans l'épaisseur du mur	non	oui	-	-
Lame d'air continue intérieure avec évacuation vers l'extérieur	non	non	oui	-

(1) Un enduit extérieur adhérent au mur, susceptible d'être affecté par la fissuration du mur, n'est pas pris en compte (peintures, enduits traditionnels).

Situations	
a	Constructions situées dans les grands centres urbains (où la moitié au moins des bâtiments ont plus de quatre niveaux)
b	Villes petites et moyennes, périphérie des grands centres urbains
c	Constructions isolées en rase campagne
d	Constructions isolées en bord de mer ou villes côtières pour des constructions situées à une distance maximale du littoral variant d'au moins 15 fois la hauteur de la construction à 5 ou 10 km

La hauteur H est la hauteur du faîte de la construction au-dessus du sol (Fig.1).

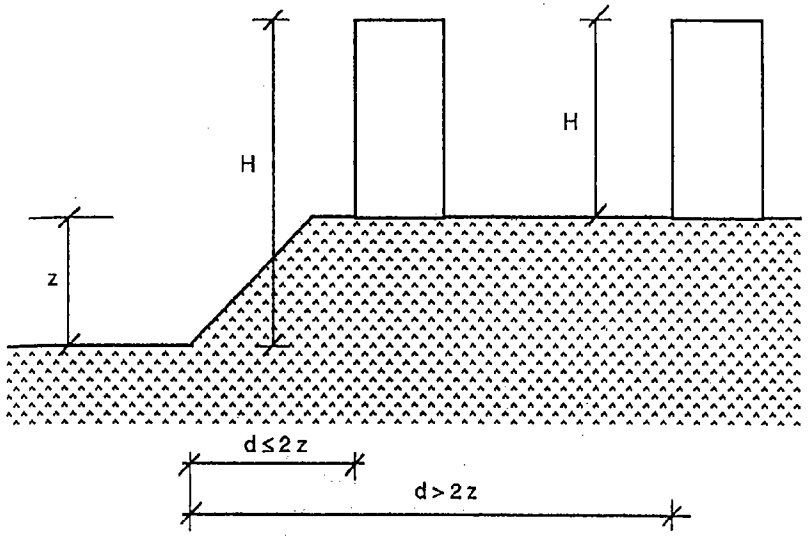
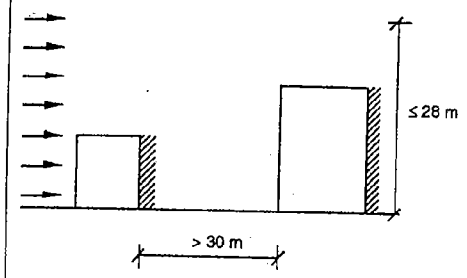
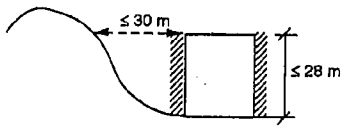
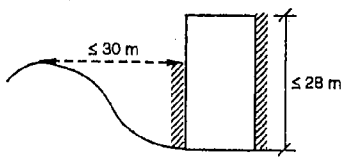
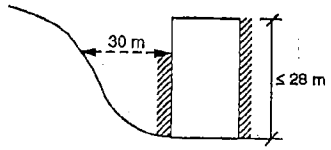


Fig. 1 — Hauteur H de la construction près d'une dénivellation

Type de façade	abritée	non abritée
= façade abritée	≤ 28 m ; ≤ 30 m	Tous les autres cas

Type de façade	abritée	non abritée
		Tous les autres cas
		
		
		

Remarque : En ce qui concerne l'action du vent, il faut utiliser avec prudence la notion de construction abritée par une autre construction, car cette dernière peut être démolie.

Choix du type de mur	Situation			
	a, b ou c		d	
Hauteur de la paroi (m)	façade		façade	
	abritée	non abritée	abritée (1)	non abritée
< 6	I	I	I	II
de 6 à 18	I	II	I	II
de 18 à 28	I (1)	II	I	II ou III (2)
de 28 à 50	-	II	-	III
> 50	-	II ou IV (3)	-	IV

(1) balcons et loggias à considérer comme non abrités.
(2) III en front de mer seulement.
(3) suivant la nature des revêtements du mur.

3. DISPOSITIONS CONSTRUCTIVES DES VOILES EN BÉTON ARMÉ OU NON ARMÉ

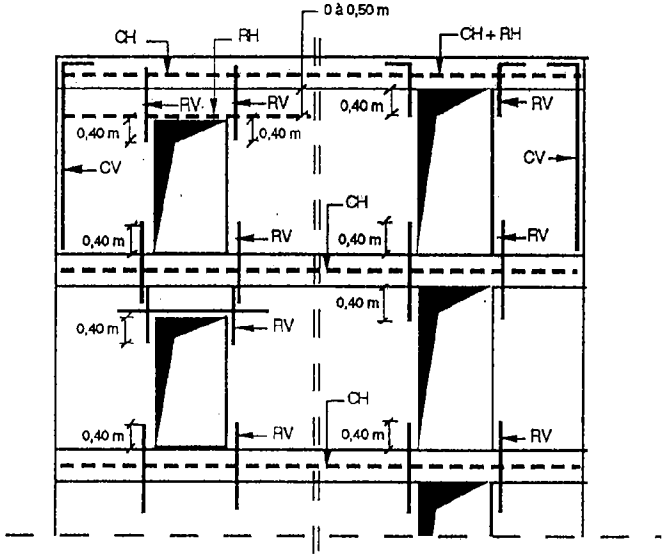
3.1. Chaînages
(Fig.2 et 3)

Acier minimal	Dans les volumes communs aux planchers et aux voiles (1)	
unités	pour façade maçonnée ou en béton, murs pignons, murs contre terre	pour les autres cas L = largeur de plancher dont les charges sont reprises par le voile
cm^2	$CH = 1{,}5 \frac{400}{f_e}$	$CH = 1{,}28\ L \frac{400}{f_e}$

(1) Pour une dalle pleine, on pourra disposer ces aciers dans la bande de plancher de longueur égale à quatre fois l'épaisseur de la dalle, de part et d'autre du voile.

3.2. Voiles intérieurs
(Fig.2)

Aciers de renfort	Unités	Aciers verticaux	Aciers horizontaux
Étage courant au droit des ouvertures	cm²	$RV = 0{,}85 \frac{400}{f_e}$ Longueur : 0,40 m dans les angles supérieurs et inférieurs + ancrage	Aciers de linteaux nécessités par le calcul de ces derniers
Plancher terrasse	cm²	$CV = 1{,}5 \frac{400}{f_e}$ partant du dessus du plancher inférieur et ancrés dans le plancher terrasse	$RH = 1{,}5 \frac{400}{f_e}$ au-dessus des ouvertures, à moins de 0,50 m du plancher ou dans le plancher lui-même



Légende :
CV chaînage vertical
CH chaînage horizontal
RV renforcement vertical au voisinage des angles de baies
RH renforcement horizontal sous terrasse

Fig. 2 — Voile intérieur - Renforcements et chaînages

Sont considérés également comme voiles intérieurs, les murs extérieurs protégés de la pluie tels ceux du type IV définis en 2 ci-dessus, à l'exception de ceux qui ont un enduit adhérent.

3.3. Voiles extérieurs

• Epaisseur minimale

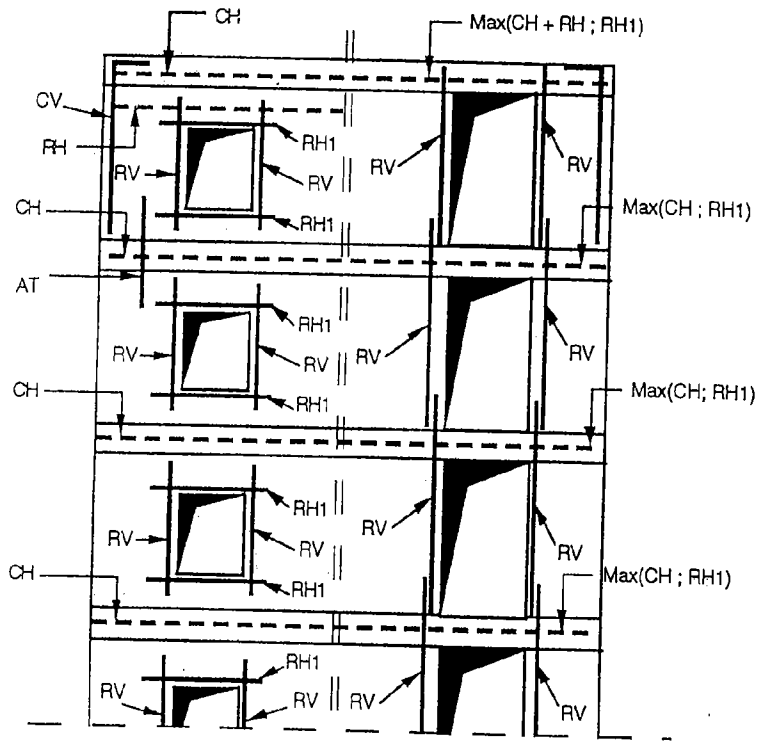
À l'exception de zones de surface limitée où l'épaisseur peut descendre à 0,10 m, les voiles dits extérieurs ont une épaisseur minimale :
– de 0,15 m si les caractéristiques de résistance peuvent être affectées par la fissuration du béton (corrosion des armatures des voiles armés par exemple) ; ils correspondent aux cas I à III du 2 ci-dessus ;
– de 0,12 m dans les autres cas.

• Murs extérieurs

Aciers de peau pour limiter les effets hygrothermiques	Unités	Aciers verticaux	Aciers horizontaux
Section minimale	cm²	$0{,}6 \frac{400}{f_e}$	$1{,}2 \frac{400}{f_e}$
Espacement maximal	m	0,50	0,33
Enrobage minimal – exposition courante	cm	3	
– embruns, brouillards salins et atmosphères agressives	cm	5	
– d° avec protection de l'acier (galvanisation, résine époxy) ou du béton (étanchéité)	cm	3	

• Murs extérieurs (Fig.3)

Aciers de renfort	Unités	Aciers verticaux	Aciers horizontaux
Étage courant : – encadrement des ouvertures	cm²	$RV = 0{,}85 \frac{400}{f_e}$	$RH\,1 = \frac{400}{f_e}$ (ou aciers de calcul du linteau si supérieur)
– avant-dernier plancher	cm²/m	$AT = \frac{400}{f_e}$ ancrés de part et d'autre du plancher (en remplacement des aciers de peau de section $0{,}6 \frac{400}{f_e}$)	
– plancher sous terrasse	cm²	$CV = 1{,}5 \frac{400}{f_e}$ qui partent du dessus du plancher inférieur et sont ancrés dans le plancher terrasse	$RH = 2{,}35 \frac{400}{f_e}$ au-dessous des ouvertures, à moins de 0,50 m du plancher ou dans le plancher lui-même



Légende :

CV chaînage vertical
CH chaînage horizontal
RV renforcement vertical au voisinage des angles de baies
RH1 renforcement horizontal au voisinage des angles de baies
RH renforcement horizontal sous terrasse
AT aciers verticaux complémentaires
(les aciers de peau ne sont pas représentés)

Fig. 3 — Murs extérieurs - Chaînages et renforcements

4. RÉSISTANCE DES VOILES

4.1. Conditions d'application

— longueur du voile $\geqslant$ 5 fois son épaisseur ;
— épaisseur $\geqslant$ 0,10 m ;
— élancement mécanique $\lambda = \frac{L_f}{i} \leqslant 80$;
— excentricité initiale de construction = Min [0,02 m ; $L_f/300$]
avec L_f = longueur du flambement (voir en 4.2 ci-après) ;
— résistance caractéristique du béton $f_{c28} \leqslant 40$ MPa.

Sinon, on effectuera les calculs suivant les Règles BAEL avec prise en compte des effets du deuxième ordre et application d'un coefficient minorateur de 2/3 pour la charge ultime résistante des voiles en béton non armé.

Les murs enterrés sont hors champ d'application, sauf si :
— le béton est toujours comprimé,
— ou s'il y a des tractions, en ELS en section homogène, inférieures à f_{t28}, pas de reprise de bétonnage et une hauteur de terre inférieure à 2,50 m.

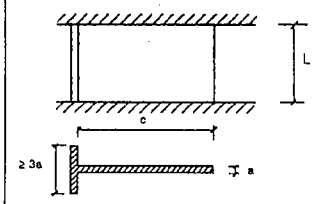
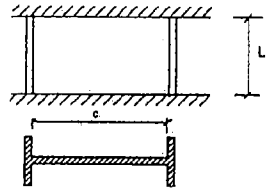
4.2. Longueur de flambement L_f

4.2.1. Voiles non raidis latéralement

À défaut d'appliquer les méthodes de calcul de la Résistance des Matériaux (voir chapitre 8, article 2.7), on pourra retenir les valeurs suivantes en fonction de la **hauteur libre** L du voile entre nus de plancher :

L_f / L	Voile armé verticalement	Voile non armé verticalement
Voile encastré en tête et en pied :		
— avec un plancher de part et d'autre	0,80	0,85
— avec un plancher d'un seul côté	0,85	0,90
Mur articulé en tête et en pied	1,00	1,00

4.2.2. Voiles raidis latéralement

Raidisseurs aux extrémités du voile		Longueur de flambement L_f (L'_f = valeur L_f calculée en 4.2.1 ci-dessus)	
		Voiles non armés horizontalement	Voiles armés horizontalement
1		*Si* $L'_f \leqslant 2{,}5\,c$ $L_f = \dfrac{L'_f}{1 + 0{,}08\left(\dfrac{L'_f}{c}\right)^2}$ *Si* $L'_f > 2{,}5\,c$ $L_f = \dfrac{5c}{3}$	*Si* $L'_f \leqslant 2{,}5\,c$ $L_f = \dfrac{L'_f}{1 + 0{,}16\left(\dfrac{L'_f}{c}\right)^2}$ *Si* $L'_f > 2{,}5\,c$ $L_f = \dfrac{5c}{4}$
2		*Si* $L'_f \leqslant c$ $L_f = \dfrac{L'_f}{1 + 0{,}5\left(\dfrac{L'_f}{c}\right)^2}$ *Si* $L'_f > c$ $L_f = \dfrac{2c}{3}$	*Si* $L'_f \leqslant c$ $L_f = \dfrac{L'_f}{1 + \left(\dfrac{L'_f}{c}\right)^2}$ *Si* $L'_f > c$ $L_f = \dfrac{c}{2}$

4.3. Efforts de compression en ELU

Soient :
L_f = longueur de flambement calculée en 4.2
a = épaisseur du voile
d = longueur du voile
$f_{c_{28}}$ = résistance caractéristique du béton à 28 jours
f_e = limite élastique de l'acier
γ_b = 1,5 (sauf combinaisons accidentelles)

	Notation	Unités	Voile armé verticalement	Voile non armé verticalement
Élancement	λ	m	$\dfrac{L_f\sqrt{12}}{a}$	
Section réduite	B_r	m²	$d(a - 0{,}02)$	
Coefficient α : — pour $\lambda \leqslant 50$	α		$\dfrac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\dfrac{\lambda}{35}\right)^2}$	$\dfrac{0{,}65}{1 + 0{,}2\left(\dfrac{\lambda}{30}\right)^2}$
— pour $50 \leqslant \lambda < 80$			$0{,}6\left(\dfrac{50}{\lambda}\right)^2$	
Effort limite ELU	$N_{u\,lim}$		$\alpha\left[\dfrac{B_r f_{c28}}{0{,}9\gamma_b} + \dfrac{A_s f_e}{\gamma_s}\right]$	$\dfrac{\alpha B_r f_{c28}}{0{,}9\gamma_b}$

Nota : Si moins de la moitié des charges est appliquée à plus de 90 jours, mais la majeure partie après 28 jours, diviser α par 1,10.
Si la majeure partie des charges est appliquée avant 28 jours : diviser α par 1,20 et remplacer f_{c28} par f_{cj}.

La contrainte limite ultime vaut : $\sigma_{u\,lim} = \dfrac{N_{u\,lim}}{ad}$ que nous appellerons σ_{rba} ou σ_{ba} suivant que le béton est non armé ou armé.

4.4. Vérification des contraintes

4.4.1. Appuis de plancher situés d'un seul côté du voile (Fig.4)

Pour les appuis de linteaux, ou les appuis de rive de poutres ou de dalles continues, on admet un diagramme des contraintes exercées par l'élément supporté (poutre, dalle, linteau), sur le voile, triangulaire ou trapézoïdal sur une longueur égale à la hauteur de l'élément.

Les autres charges verticales, en l'absence de moment, sont supposées réparties sur la largeur du voile.

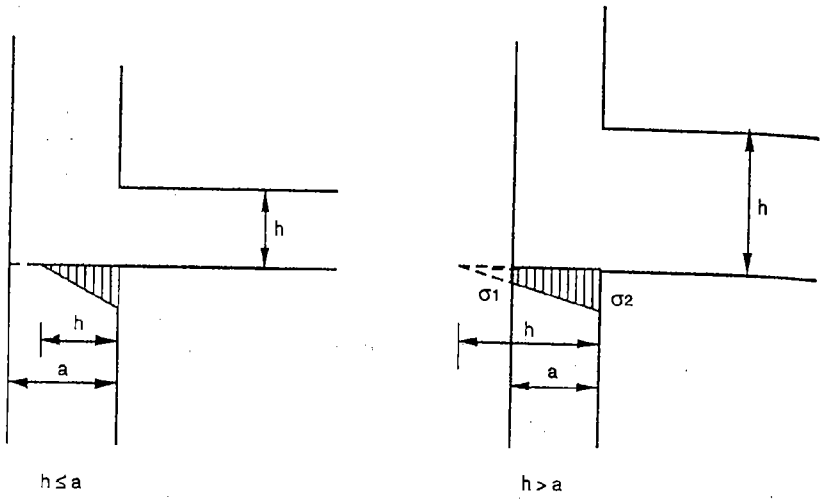


Fig. 4 — Largeur d'appui des planchers sur les voiles

Pour $h \leqslant a$, la contrainte maximale vaut : $\frac{2N}{ah}$.

Pour $h > a$, on a : $\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{h-a}{h}$ d'où $\sigma_2 = \frac{2N}{ah\left(2 - \frac{a}{h}\right)}$.

4.4.2. Charges concentrées

Pour une charge concentrée, on admet une diffusion des contraintes comme indiqué sur la figure 5.

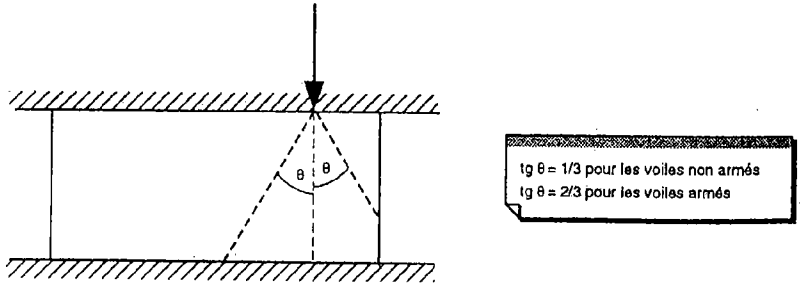


Fig. 5 — Diffusion des charges concentrées sur les voiles

4.4.3. Niveaux de vérification (Fig.6)

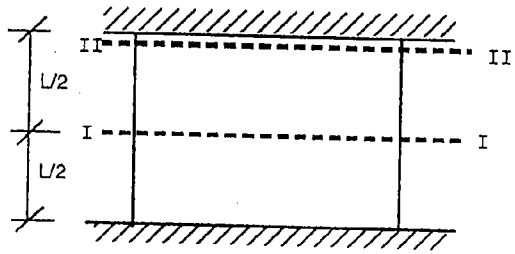


Fig. 6 — Niveaux de vérification

On vérifie le voile à deux niveaux différents :

– niveau I-I à mi-hauteur d'étage : $\sigma_u \leqslant \sigma_{u\,lim}$

– niveau II-II sous le plancher haut : $\sigma_u \leqslant \frac{\sigma_{u\,lim}}{\alpha}$ en prenant en compte les contraintes σ_2 définies en 4.4.2 ci-dessus en plus des contraintes dues aux charges venant des étages supérieurs. En cas de traction, on négligera le béton tendu.

4.5. Aciers minimaux

L'épaisseur du voile est désignée par la lettre a.

	Aciers verticaux	Aciers horizontaux
Espacement maximal entre axes en complément du § 3 ci-dessus	$\leqslant 0{,}33$ m $\leqslant 2a$	$\leqslant 0{,}33$ m
Acier minimal Pourcentage minimal	$A_{sv} \geqslant \rho_v d a$ $\rho_v = \text{Max}\left[0{,}001\,;\, 0{,}0015\frac{400\theta}{f_e}\left(\frac{3\sigma_u}{\sigma_{u\,lim}} - 1\right)\right]$ avec θ = 1,4 pour un voile de rive θ = 1 pour un voile intermédiaire par moitié sur chaque face	$\text{Max}\left[\frac{2\rho_{v\,max}}{3}\,;\, 0{,}001\right]$ $\rho_{v\,max}$ = le pourcentage vertical de la bande la plus armée

Extrémités des voiles (Fig.7)

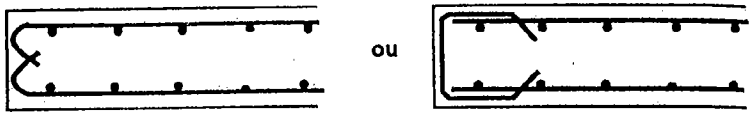


Fig. 7 — Ferraillage d'extrémités des voiles

• Aciers transversaux (perpendiculaires au parement)

Seuls les aciers verticaux (de diamètre $\varnothing_L$), pris en compte dans le calcul de $N_{u\,lim}$, sont à maintenir par des armatures transversales (de diamètre $\varnothing_t$).

	Nombre d'armatures transversales	Diamètre $\varnothing_t$
$\varnothing_L \leqslant 12$ mm	4 épingles par m² de voile	6 mm
$12 < \varnothing_L \leqslant 20$	Reprendre toutes les barres verticales	6 mm
$20 < \varnothing_L$	espacement $\leqslant 15\varnothing_L$	8 mm

4.6. Zones de voiles armées ou non armées

Les deux cas de charge les plus défavorables à considérer sont :

— cas 1 $1{,}35G + 1{,}5Q \pm 1{,}8V$ (1) pour obtenir les compressions maximales,
— cas 2 $G \pm 1{,}8V$ (2) pour obtenir les tractions maximales,

où G, Q et V représentent les actions des charges permanentes, des charges d'exploitation et du vent.

Soient $\overline{\sigma_{na}}$ et $\overline{\sigma_a}$ les contraintes limites en béton non armé et en béton armé (la valeur $\sigma_{u\,lim}$ calculée en 4.3 ci-dessus).

Admettons, pour simplifier, une variation linéaire des actions en fonction de l'altitude du point étudié, comptée à partir du niveau du sol (alors qu'en réalité la variation a lieu par pas à chaque niveau).

Pour une distance Z comptée à partir du sommet du voile de hauteur totale H, une section S et un moment d'inertie I, on peut écrire :

— charge permanente : $G = gZ$
— charges d'exploitation : $Q = qZ$
— effort horizontal cumulé de vent : $V = vZ$
— moment dû au vent : $M_v = vZ^2 / 2$

d'où les trois vérifications à la distance Z comptée à partir du sommet et à la distance horizontale y à partir du centre de gravité du voile :

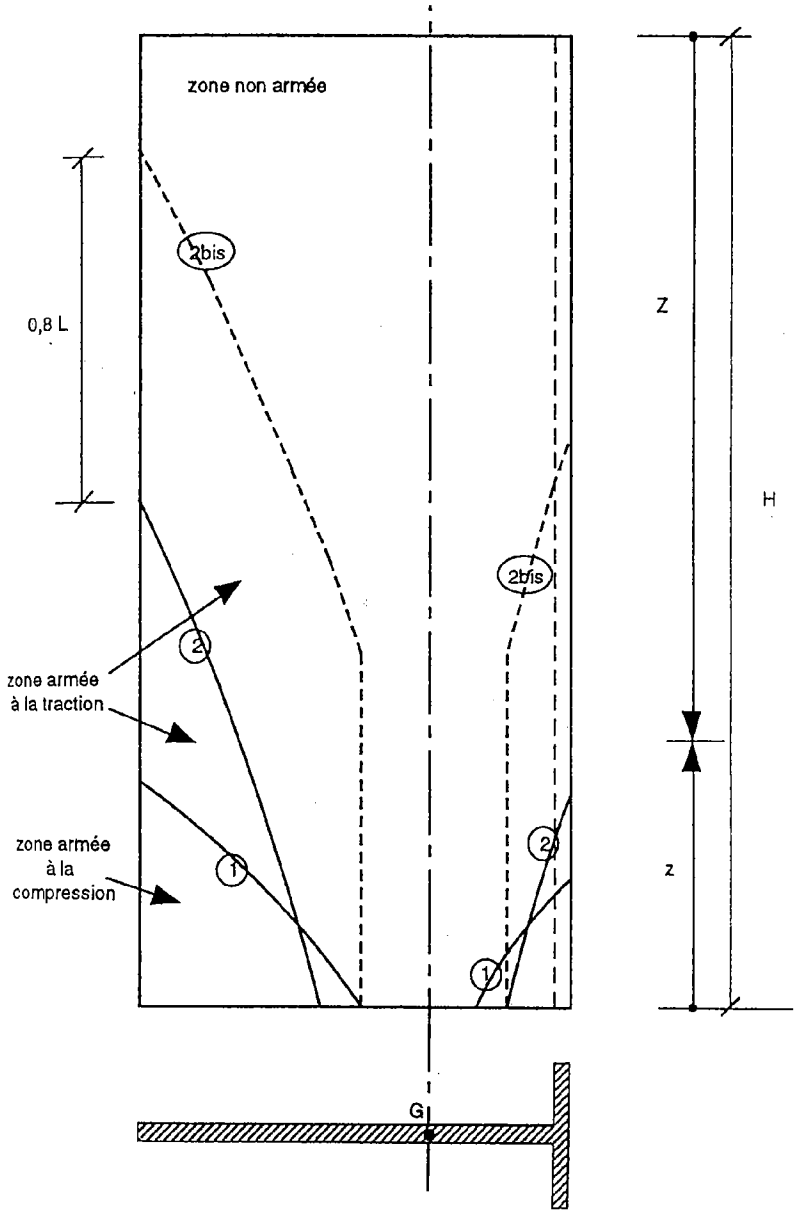


Fig. 8 — Zones armées et non armées d'un voile

— pour un béton non armé à la compression

$$\frac{1{,}35gZ + 1{,}50qZ}{S} + \frac{1{,}8\nu Z^2 y}{2I} \leqslant \overline{\sigma_{na}} \qquad (3)$$

— pour un béton armé à la compression

$$\frac{1{,}35gZ + 1{,}50qZ}{S} + \frac{1{,}8\nu Z^2 y}{2I} \leqslant \overline{\sigma_a} \qquad (4)$$

— pour un béton non armé à la traction

$$\frac{gZ}{S} - \frac{1{,}8\nu Z^2 y}{2I} \geqslant 0 \qquad (5)$$

Appelons y_1, y_2 et y_3 les distances comptées à partir du centre de gravité de la section du voile à chaque cote z comptées à partir du pied du voile (avec $Z = H - z$) et délimitant les trois zones armée en compression, non armée et armée en traction (Fig.8) :

$$y_1 = \left[\overline{\sigma_{na}} - \frac{1{,}35g + 1{,}50q}{S}(H - z)\right] \frac{I}{0{,}9\nu(H - z)^2} \qquad (6)$$

$$y_2 = \left[\overline{\sigma_a} - \frac{1{,}35g + 1{,}50q}{S}(H - z)\right] \frac{I}{0{,}9\nu(H - z)^2} \qquad (7)$$

$$y_3 = \frac{gI}{0{,}9S_\nu(H - z)} \qquad (8)$$

y_1 est représentée par la courbe 1 sur la figure 8, y_3 par les courbes 2 et 2bis.

Remarque 1 : Les aciers doivent être prolongés vers le haut d'une longueur égale à 0,8 L (Règle du décalage, art. A.4.15 du BAEL), (L = longueur horizontale du voile).

Remarque 2 : Comme l'autorise le DTU 23.1, art. 4.224, on peut, dans certains cas, ne pas armer les parties de voile soumises à la traction, voir en 14 ci-après.

4.7. Cisaillement

Aucune vérification à l'effort tranchant ultime n'est exigée en compression si le cisaillement est inférieur à $0{,}05 f_{c_{28}}$.

Le cisaillement τ_u est fonction de l'effort tranchant V, de l'épaisseur a du voile et de sa longueur d : $\tau_u = \dfrac{V}{0{,}9ad}$.

Au-dessus de chaque plancher, il y a en général une reprise de bétonnage. On peut appliquer la règle des coutures (BAEL, art. A.5.3.12) pour déterminer les attentes éventuellement nécessaires. Ainsi, on est dispensé d'attentes si le cisaillement τ_u est inférieur à la contrainte normale minimale, soit si la charge permanente G est supérieure à 0,9 V.

5. EXEMPLES

5.1. Exemple 1

Voile extérieur en béton armé de type IV (voir en 2 ci-dessus) à enduit adhérent, sans ouvertures et sous charges centrées (Fig.9).

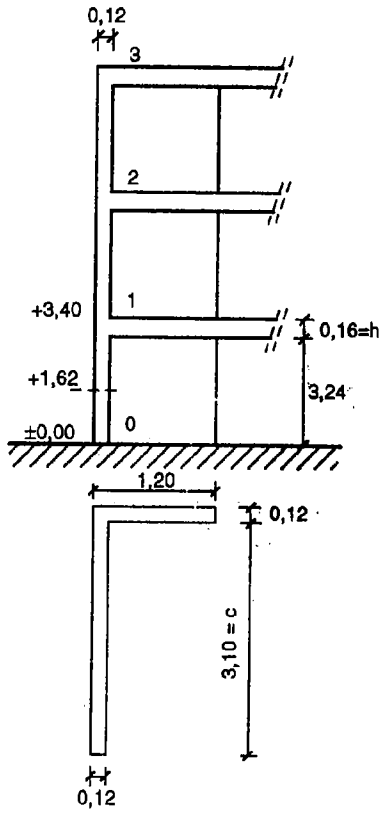


Fig. 9 — Exemple de voile extérieur

5.1.1. *Hypothèses*

— béton : $f_{c28} = 25$ MPa ; acier $f_e = 500$ MPa ;

— épaisseur : 0,12 m (les caractéristiques de résistance du voile ne peuvent pas être affectées par la fissuration de ce dernier, sinon l'épaisseur minimale serait de 0,15 m) ;

— charges ELU au niveau 3,40, compris poids propre du voile : 195 kN/m ;

— charges ELU apportées par le plancher du niveau 1 : 85 kN/m ;

— poids propre ELU du voile sur la hauteur du niveau 0 :

$$1{,}35 \times 0{,}12 \text{ m} \times 25 \text{ kN/m}^3 \times 3{,}40 \text{ m} = 13{,}8 \text{ kN/m}$$

Conditions à vérifier :

— épaisseur $\geqslant$ 0,10 m (type IV) ;

— retour de largeur 1,20 m $> 3a = 0{,}36$ m.

5.1.2. *Longueur de flambement* L_f

Plancher d'un seul côté : $L'_f = 0{,}90\,L = 0{,}9 \times 3{,}24 = 2{,}92 \text{ m} < 2{,}5c = 7{,}75$ m

avec un retour en extrémité : $L_f = \dfrac{L'_f}{1 + 0{,}08\left(\dfrac{L'_f}{c}\right)^2} = \dfrac{2{,}92}{1 + 0{,}08\left(\dfrac{2{,}92}{3{,}10}\right)^2} = 2{,}73$ m

Élancement : $\lambda = \dfrac{L_f\sqrt{12}}{a} = \dfrac{2{,}73\sqrt{12}}{0{,}12} = 78{,}8 < 80$

Coefficient de réduction : $\alpha = \dfrac{0{,}65}{1 + 0{,}2\left(\dfrac{\lambda}{30}\right)^2} = 0{,}273$

Remarque : On aurait pu, pour déterminer l'élancement λ, calculer de façon plus précise la longueur de flambement en fonction des raideurs des planchers et du voile (voir chapitre 8, art. 2.7).

5.1.3. *Contrainte limite*

$\sigma_{bna} = \dfrac{\alpha\, B_r f_{c28}}{a\, d\, 0{,}9\gamma_b}$ pour le béton non armé, avec :

$d = 1$ m

$a = 0{,}12$ m

$B_r = d(a - 0{,}2) = 0{,}10$ m²

$\gamma_b = 1{,}5$ soit

$$\sigma_{bna} = \frac{0{,}273 \times 0{,}1 \times 25}{0{,}12 \times 1 \times 0{,}9 \times 1{,}50} = 4{,}21 \text{ Mpa}$$

Vérifications :

— au niveau 1,62 m à mi-hauteur, contrainte ELU :

$$= \frac{N_u}{ad} = \frac{195 + 85 + 0{,}5 \times 13{,}8}{1 \times 0{,}12}\,10^{-3} = 2{,}39 \text{ MPa} < \sigma_{bna} = 4{,}21 \quad \text{OK}$$

— au niveau 3,24 m, le voile étant chargé sur un seul côté, on admet une répartition trapézoïdale des contraintes dues au plancher (car 0,12 m = a < 0,16 m = hauteur du plancher) :

$$\sigma_2 = \frac{2N}{ad\left(2 - \dfrac{a}{h}\right)} = \frac{2 \times 85 \times 10^{-3}}{1 \times 0{,}12\left(2 - \dfrac{0{,}12}{0{,}16}\right)} = 1{,}13 \text{ MPa}$$

$$\sigma_u = \frac{(195 + 85) \times 10^{-3}}{0{,}12 \times 1} + \sigma_2 = 3{,}46 \text{ MPa} < \frac{\sigma_{bna}}{\alpha} = \frac{4{,}21}{0{,}273} = 15{,}42 \text{ MPa} \quad \text{OK}$$

5.1.4. *Dispositions constructives*
(Fig. 10)

• Étage courant

— chaînage : $CH = 1{,}5\dfrac{400}{f_e} = 1{,}2$ cm² soit 2 HA 10

— renforts verticaux du dernier niveau : $CV = 1{,}5\dfrac{400}{f_e} = 1{,}2$ cm² soit 2 HA 10

— renfort horizontal : $RH_1 = \dfrac{400}{f_e} = 0{,}8$ cm² < $CH = 1{,}2$ cm²

• Avant-dernier plancher

$AT = \dfrac{400}{f_e} = 0{,}8$ cm²/m, soit HA 6, $s = 0{,}33$ m

• Sous terrasse

— renforcement horizontal : $RH = 2{,}35\dfrac{400}{f_e} = 1{,}88$ cm²

— chaînage correspondant :
$= \text{Max}\,[CH + RH, RH_1] = \text{Max}\,[1{,}2 + 1{,}88\ ;\ 0{,}8] = 3{,}08$ cm², soit 4 HA 10

• Aciers de peau

— verticaux : $0{,}6\dfrac{400}{f_e} = 0{,}48$ cm²/m soit HA 6, $s = 0{,}50$ m

— horizontaux : $1{,}2\dfrac{400}{f_e} = 0{,}96$ cm²/m soit HA 6, $s = 0{,}29$ m

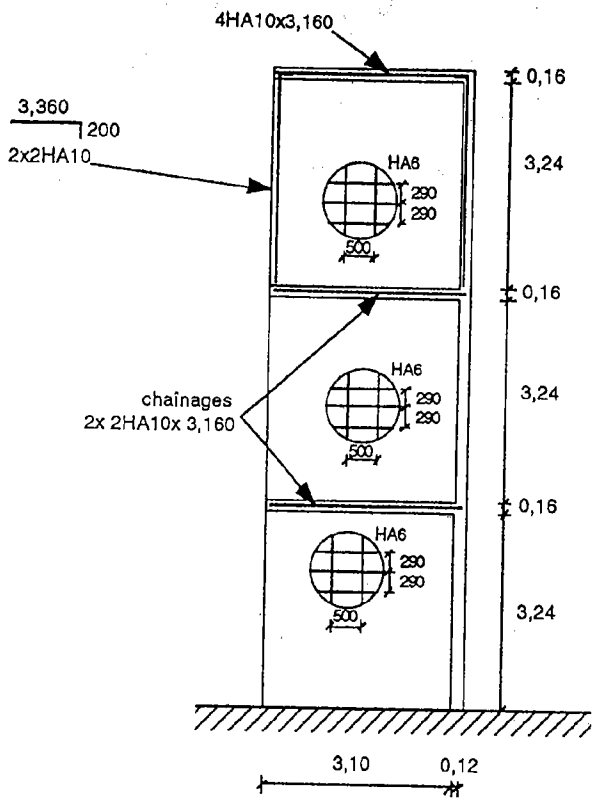


Fig. 10 — Dispositions constructives

5.2. Exemple 2

Voile intérieur de contreventement en béton armé avec ouvertures (Fig.11).

Bâtiment de 12 niveaux identiques de 3,16 m de hauteur.

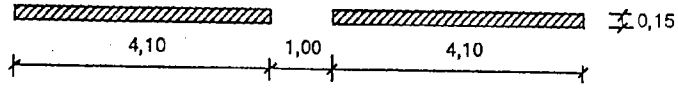


Fig. 11 — Voile avec ouverture

5.2.1. *Hypothèses*

- béton f_{c28} = 25 MPa
- acier f_e = 500 MPa
- épaisseur des dalles de plancher = 0,20 m
- hauteur d'étage du niveau étudié L = 3,16 m
- hauteur de l'ouverture = 2,20 m
- hauteur du linteau = 3,16 − 2,20 = 0,96 m
- hauteur libre du voile = 3,16 − 0,20 = 2,96 m

L'étude du voile au contreventement (voir chapitre 11 art. 6.2.8) montre que l'ouverture est dite de «petite dimension», et que l'on peut considérer que le voile se comporte de façon monolithique.

Les efforts non pondérés appliqués au voile du niveau 0 sont :
- les charges permanentes, y compris le poids propre du voile = 2,66 MN ;
- les charges d'exploitation = 1,19 MN.

Par simplification, on supposera la pression du vent constante sur toute la hauteur en prenant la valeur maximale correspondant à l'altitude H = 12 × 3,16 = 37,92 m, soit 0,73 kN/m² tous calculs faits (voir chapitre 3, art. 4).

Le voile reprend une largeur de façade au vent de 10 m. La résultante des pressions dues au vent vaut :

$$V = 0{,}73 \text{ kN/m}^2 \times 10 \text{ m} \times 12 \text{ niveaux} \times 3{,}16 \text{ m} = 276{,}8 \text{ kN} = 0{,}277 \text{ MN}$$

Comme la pression est supposée constante, le moment de renversement vaut :

$$M_v = \frac{VH}{2} = 0{,}277\ (12 \times 3{,}16 / 2) = 5{,}252 \text{ MNm}$$

L'aire du voile vaut : $A = 2 \times 0{,}15 \text{ m} \times 4{,}1 \text{ m} = 1{,}23 \text{ m}^2$

Le moment d'inertie : $I = \frac{0{,}15}{12}\ (9{,}2^3 - 1^3) = 9{,}721 \text{ m}^4$

Le module d'inertie : $m = \frac{I}{v} = \frac{9{,}721}{4{,}6} = 2{,}113 \text{ m}^3$.

5.2.2. *Contraintes limites ultimes*

Le voile est du type intérieur non raidi latéralement, encastré en tête et en pied dans des planchers traversants.

Hauteur libre L = 3,16 m

	Voile non armé verticalement	Voile armé verticalement
Longueur L'_f	$L'_f = 0{,}85L = 0{,}85 \times 2{,}96 = 2{,}516$ m	$L'_f = 0{,}80L = 2{,}368$ m
Longueur de flambement L_f	$L_f = L'_f = 2{,}516$	$L_f = L'_f = 2{,}368$
Élancement λ	$\lambda = \frac{L_f\sqrt{12}}{a} = \frac{2{,}516\sqrt{12}}{0{,}15} = 58{,}1 < 80$	$\lambda = \frac{L_f\sqrt{12}}{a} = \frac{2{,}368\sqrt{12}}{0{,}15} = 54{,}7 < 80$
Coefficient α	$\alpha = \frac{0{,}65}{1 + 0{,}2\left(\frac{\lambda}{30}\right)^2} = 0{,}371$	$\alpha = 0{,}6\left(\frac{50}{\lambda}\right)^2 = 0{,}501$
Acier minimal *a priori* (1)	0	$0{,}001\,a = 1{,}5$ cm²
Aire réduite B_r (m²/m)	0,13	0,13
Charge limite ultime $N_{u\,lim}$	$\frac{\alpha B_r f_{c28}}{0{,}9\gamma_b} = \frac{0{,}371 \times 0{,}13 \times 25}{0{,}9 \times 1{,}5}$ $N_{u\,lim} = 0{,}893$ MN	$\alpha\left[\frac{B_r f_{c28}}{0{,}9\gamma_b} + \frac{A_s f_e}{\gamma_s}\right]$ $= 0{,}501\left[\frac{0{,}13 \times 25}{0{,}9 \times 1{,}5} + \frac{1{,}5 \times 10^{-4} \times 500}{1{,}15}\right]$ $= 1{,}239$ MN (1)
Contrainte limite ultime	$\sigma_{u\,lim} = \frac{N_{u\,lim}}{a} = 5{,}96$ MPa	$\sigma_{u\,lim} = \frac{N_{u\,lim}}{a} = 8{,}26$ MPa (2)

(1) Pour un voile armé, la section d'acier minimal dépend de la contrainte $\sigma_{u\,lim}$, elle-même fonction de la section d'acier calculée. Donc, la valeur plancher de $\sigma_{u\,lim}$ est celle qui correspond à 0,1 % d'acier. Voir le calcul par itération en 5.2.4 ci-après.

(2) Cette contrainte de 8,26 MPa est la contrainte limite ultime correspondant au pourcentage minimal de 0,1 % = 1,5 cm².

5.2.3. *Calcul et vérification des contraintes*

	Charges permanentes G	Charges d'exploitation Q	Charges horizontales V	Moment global dû au vent M_v
Charges non majorées	2,66 MN	1,19 MN	0,277 MN	5,252 MN

	Charges permanentes G	Charges d'exploitation Q	Charges horizontales V	Moment global dû au vent M_v
Coefficient ELU	1,35	1,50	1,8 (1)	1,8 (1)
Contrainte non pondérée (MPa)	$\frac{2{,}66}{1{,}23} = 2{,}16$	$\frac{1{,}19}{1{,}23} = 0{,}97$	$\frac{0{,}277}{1{,}23} = 0{,}225$	$\frac{5{,}252}{2{,}113} = 2{,}48$
Contrainte pondérée ELU	$1{,}35 \times 2{,}16 = 2{,}92$	$1{,}5 \times 0{,}97 = 1{,}45$	$1{,}8 \times 0{,}225 = 0{,}405$	$1{,}8 \times 2{,}48 = 4{,}47$

(1) Il est rappelé que les valeurs de vent données par les Règles NV 65 sont à multiplier par 1,2 × 1,5 = 1,8 en ELU.

Le cisaillement ELU vaut 0,405 MPa. Il est inférieur à $0{,}05 f_{c28} = 1{,}25$ MPa. Il n'est donc pas nécessaire de disposer d'armatures d'effort tranchant.

• **Cas de charge 1 :** $1{,}35G + 1{,}5Q \pm 1{,}8V$ (1)

Contraintes $\sigma_u = 2{,}92 + 1{,}45 \pm 4{,}47 = 8{,}84$ MPa $> 8{,}26$ (aciers de compression) et $= -0{,}10$ MPa (aciers de traction). Voir aussi en art. 14 ci-après.

• **Cas de charge 2 :** $G \pm 1{,}8V$ (2)

Contraintes $\sigma_u = 2{,}16 \pm 4{,}47 = 6{,}63$ MPa $< 8{,}84$
et $= -2{,}31$ MPa (aciers de traction). Voir aussi en art. 14 ci-après.

5.2.4. *Calcul de la section d'acier minimal en fonction de* $\sigma_{u\,lim}$

• **Cas 1 :** On doit calculer la section d'acier de compression par itération car elle est fonction de σ_u et de $\sigma_{u\,lim}$ (voir en 4.5 ci-dessus) avec :

$$A_{cal} = \text{Max}\left\{0\ ;\ \frac{\gamma_s}{f_e}\left[\frac{a\sigma_{u\,lim}}{\alpha} - \frac{B_r f_{c28}}{0{,}9\gamma_b}\right]\right\} = \frac{1{,}15}{500} \times 10^4\left[\frac{0{,}15\sigma_{u\,lim}}{0{,}501} - \frac{0{,}13 \times 25}{1{,}35}\right]\Bigg\}$$

$$= \text{Max}\{6{,}886\sigma_{u\,lim} - 53{,}37)\}$$

$$\sigma_{u\,lim} = \alpha\left[\frac{B_r f_{c28}}{0{,}9\gamma_s} + \frac{A_{cal} f_e}{\gamma_s}\right] = 0{,}501\left[\frac{0{,}13 \times 25}{0{,}9 \times 1{,}5} + \frac{A_{cal} \times 500}{1{,}15}\right]$$

$$= 8{,}047 + 0{,}1452\,A_{cal}$$

$$A_{min} = d\,a\,\mathrm{Max}\left[0{,}001\ ;\ 0{,}0015\,\frac{400\,\theta}{f_e}\left(\frac{3\sigma_u}{\sigma_{u\,lim}} - 1\right)\right] \text{ avec } \theta = 1 \text{ pour un voile intermédiaire}$$

$$= 0{,}15\,\mathrm{Max}\left[10\ ;\ 15\,\frac{400 \times 1}{500}\left(\frac{3\sigma_u}{\sigma_{u\,lim}} - 1\right)\right] = \mathrm{Max}\left[1{,}5\ ;\ 1{,}8\left(\frac{3\sigma_u}{\sigma_{u\,lim}} - 1\right)\right]$$

$A_s = \mathrm{Max}\,[A_{cal}\ ;\ A_{min}]$

		1er tour			2e tour			3e tour			4e tour		
σ_u	A_{cal}	$\sigma_{u\,lim}$	A_{min}	A_s	$\sigma_{u\,lim}$	A_{min}	A_s	$\sigma_{u\,lim}$	A_{min}	A_s	$\sigma_{u\,lim}$	A_{min}	A_s
5,96	0,00	8,04	2,20	2,20	8,36	2,05	2,05	8,34	2,06	2,06	8,34	2,06	2,06
6,00	0,00	8,04	2,23	2,23	8,36	2,07	2,07	8,34	2,08	2,08	8,34	2,08	2,08
6,25	0,00	8,04	2,40	2,40	8,39	2,22	2,22	8,36	2,24	2,24	8,37	2,23	2,23
6,75	0,00	8,04	2,73	2,73	8,44	2,52	2,52	8,41	2,54	2,54	8,41	2,53	2,53
7,00	0,00	8,04	2,90	2,90	8,46	2,67	2,67	8,43	2,69	2,69	8,43	2,68	2,68
7,25	0,00	8,04	3,07	3,07	8,49	2,81	2,81	8,45	2,83	2,83	8,45	2,83	2,83
7,50	0,00	8,04	3,24	3,24	8,51	2,96	2,96	8,47	2,98	2,98	8,47	2,98	2,98
7,75	0,00	8,04	3,40	3,40	8,54	3,10	3,10	8,49	3,13	3,13	8,50	3,13	3,13
8,00	0,00	8,04	3,57	3,57	8,56	3,25	3,25	8,51	3,28	3,28	8,52	3,27	3,27
8,04	0,00	8,04	3,60	3,60	8,56	3,27	3,27	8,52	3,30	3,30	8,52	3,30	3,30
8,25	1,44	8,25	3,60	3,60	8,56	3,40	3,40	8,53	3,42	3,42	8,54	3,42	3,42
8,50	3,16	8,50	3,60	3,60	8,56	3,56	3,56	8,56	3,56	3,56	8,56	3,56	3,56
8,56	3,60	8,56	3,60	3,60	8,56	3,60	3,60	8,56	3,60	3,60	8,56	3,60	3,60
8,75	4,88	8,75	3,60	4,88	8,75	3,60	4,88	8,75	3,60	4,88	8,75	3,60	4,88
8,84	5,50	8,84	3,60	5,50	8,84	3,60	5,50	8,84	3,60	5,50	8,84	3,60	5,50

Pour σ_u = 8,84 MPa, on trouve une section d'acier de 5,50 cm².

• Cas 2 : De même pour σ_u = 6,63 MPa, on trouve une section d'acier de 2,46 cm².

5.2.5. Aciers de traction

Sous le cas de charge G + 1,8 V, la contrainte vaut 2,16 + 4,47 = 6,63 MPa.
On admet un diagramme triangulaire des contraintes (DTU 23,1, art. 4.224) (Fig. 12) Voir en 14 ci-après.

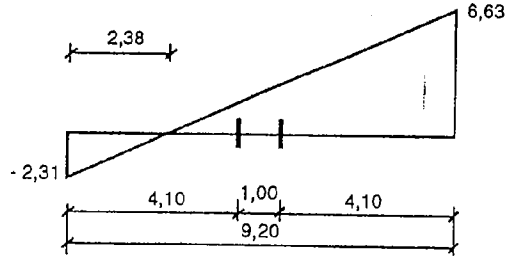


Fig. 12 — Contrainte du cas de charge 2

On en déduit l'abscisse du point de contrainte nulle : $x = \frac{2{,}31}{2{,}31 + 6{,}63} \times 9{,}2 = 2{,}38$ m

• **Aciers de traction - Première méthode** (Fig. 13)

On peut admettre que les aciers sont proportionnels à l'effort de traction, décroissant linéairement du bord jusqu'à l'abscisse 2,38 m :

$$A_{max} = \frac{\sigma_t a \gamma_s}{f_e} = \frac{2{,}31 \times 0{,}15 \times 10^4 \times 1{,}15}{500} = 7{,}97 \text{ cm}^2/\text{m}$$

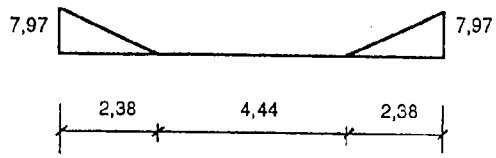


Fig. 13 — Aciers de traction

• **Aciers de traction - Deuxième méthode**

On effectue un calcul de béton armé en flexion composée en ELU avec un effort normal correspondant aux seules charges permanentes (cas 2) : N = 2,66 MN, un moment M = 1,8 × 5,252 = 9,454 MNm.

Comme la section a une ouverture centrée de 1 m, nous prendrons une charge équivalente provoquant la même contrainte de compression, soit 2,66 × 9,2 / 8,2 = 2,98 MN. Pour ce qui est du moment, l'ouverture centrée a une influence négligeable sur le moment résistant.

L'effort normal réduit vaut : $\nu = \frac{N}{b h \sigma_b} = \frac{2{,}98}{0{,}15 \times 9{,}2 \times 14{,}17} = 0{,}152$

le moment réduit vaut : $\mu = \frac{M}{b h^2 \sigma_b} = \frac{9{,}454}{0{,}15 \times 9{,}2^2 \times 14{,}17} = 0{,}0526$

Le tableau 17, en fin de chapitre 1, donne, en interpolant, un pourcentage d'acier nécessaire nul.

Ce que l'on peut vérifier avec un diagramme rectangulaire simplifié en négligeant les aciers tendus :

— la résultante est à une distance (excentricité) : $e = \frac{M}{N} = \frac{9{,}454}{2{,}98} = 3{,}17$ m du centre du voile, donc à 9,2/2 − 3,17 = 1,43 m du bord du voile ;

— l'effort limite que peut reprendre le voile, sans armatures, avec un diagramme rectangulaire simplifié, vaut 0,8 × 8,56 MPa × 0,15 m × 2 × 1,43 m = 2,94 MN soit la valeur de l'effort à reprendre à 1,3 % près.

5.2.6. *Aciers de compression*

Pour toute contrainte du béton supérieure à 5,96 MPa, nous disposerons des aciers de compression nécessités, soit par le calcul, soit par la condition de pourcentage minimal, suivant les dispositions du tableau dressé en 5.2.4 ci-dessus.

Pour le niveau 0, on a pour chaque abscisse y :

y (à partir du centre du voile)	$4{,}60 - y$ (à partir du bord du voile)	σ_u (1)	A_s (voir 5.2.4)
4,60	0,00	8,84	5,50
4,00	0,60	8,25	3,42
3,50	1,10	7,77	3,14
3,00	1,60	7,29	2,86
2,50	2,10	6,80	2,56
2,00	2,60	6,31	2,27
1,64	2,96	5,96	2,06

(1) $\sigma_u = 8{,}84 - \dfrac{8{,}84 + 0{,}1}{9{,}20}(4{,}60 - y)$ d'après les contraintes calculées en 5.2.3 ci-dessus.

Les valeurs de A_s sont à reporter sur la figure 14.

5.2.7. *Renforts*

Aciers de renfort au droit des ouvertures :

$RV = 0{,}85\,\dfrac{400}{f_e} = 0{,}68$ cm² soit 2 HA8 de $(0{,}40 + 0{,}40 + 0{,}96) = 1{,}76$ m de longueur à disposer dans l'épaisseur du voile.

5.2.8. *Détermination des aciers au bord du voile* ($y = 4{,}60$ m)

• Contrainte de traction d'après (5) en remplaçant Z par $H - z$:

$$\sigma_t = \frac{g(H - z)}{S} - \frac{1{,}8\,\nu(H - z)^2 y}{2I}$$

$$= \frac{0{,}00701 \times (37{,}92 - z)}{1{,}23} - \frac{1{,}8 \times 0{,}0073 \times (37{,}92 - z)^2 \times 4{,}60}{2 \times 9{,}721}$$

$$= \frac{37{,}92\,z}{17{,}546} - \frac{(37{,}92 - z)^2}{321{,}65} \qquad (11)$$

• Contrainte de compression d'après (3) :

$$\sigma_c = \frac{(1{,}35\,g + 1{,}5\,q)(H - z)}{S} + \frac{1{,}8\,\nu(H - z)^2 y}{2I} = \frac{37{,}92 - z}{8{,}678} + \frac{(37{,}92 - z)^2}{321{,}65}$$

• Section d'acier de traction :

$$A_t = \frac{\sigma_t a\,\gamma_s}{f_e} = \frac{0{,}15 \times 1{,}15 \times 10^4 \sigma_t}{500} = 3{,}45\,\sigma_t.$$

• Section d'acier de compression suivant la méthode itérative développée en 5.2.4 ci-dessus (Fig. 14).

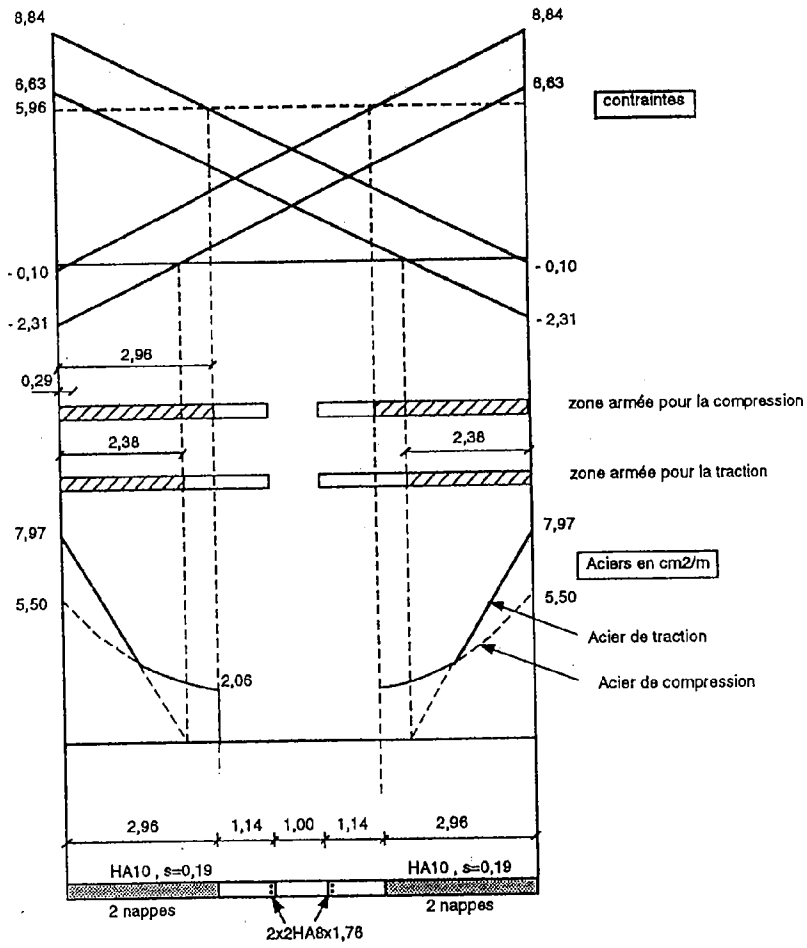


Fig. 14 — Ferraillage de l'étage inférieur

Par souci de simplification et pour éviter tous les calculs fastidieux ci-dessus, on peut conserver la même valeur de 7,97 cm²/m sur 2,96 m de longueur.

On répète ensuite le même processus pour chacun des niveaux. Cependant, pour des cas simples comme celui-ci, on peut appliquer la méthode simplifiée décrite en 4.6 ci-dessus.

Pour trouver les limites des zones armées et non armées, on calcule :

— la hauteur totale du voile : $H = 12 \times 3{,}16 = 37{,}92$ m

— les charges permanentes au niveau 0 : $g = \frac{G}{H} = \frac{2{,}66}{37{,}92} = 0{,}0701$ MN/m

— les charges variables au niveau 0 : $q = \frac{Q}{H} = \frac{1{,}19}{37{,}92} = 0{,}0314$ NM/m

— l'effort du vent : $v = \frac{V}{H} = \frac{0{,}277}{37{,}92} = 0{,}0073$ MN/m

— l'aire du béton : $S = 0{,}15 \times 4{,}1 \times 2 = 1{,}23$ m²

— le moment d'inertie : $I = \frac{0{,}15}{12}\,[9{,}2^3 - 1^3] = 9{,}721$ m⁴

— la limite entre la zone non armée et la zone armée à la compression :

$$4{,}60 - y_1 = \left[\overline{\sigma_{na}} - \frac{1{,}35g + 1{,}5q}{S}(37{,}92 - z)\right]\frac{I}{0{,}9v(37{,}92 - z)^2} \quad (6) \text{ d'après } (3)$$

$$4{,}6 - y_1 = \left[5{,}96 - \frac{1{,}35 \times 0{,}0701 + 1{,}5 \times 0{,}0314}{1{,}23}(37{,}92 - z)\right] \times \frac{9{,}721}{0{,}9 \times 0{,}0073\,(37{,}92 - z)^2}$$

$$y_1 = 4{,}60 - [5{,}96 - 0{,}1152\,(37{,}92 - z)]\,\frac{1479{,}6}{(37{,}92 - z)^2}$$

— la limite entre la zone non armée et la zone armée à la traction :

$$4{,}60 - y_2 = \frac{gI}{0{,}9Sv(H - z)} = \frac{0{,}0701 \times 9{,}721}{0{,}9 \times 1{,}23 \times 0{,}0073 \times (37{,}92 - z)} = \frac{84{,}325}{37{,}92 - z}$$

$$y_2 = 4{,}60 - \frac{84{,}325}{37{,}92 - z} \quad (8) \text{ d'après } (5)$$

Ainsi, pour chaque niveau d'altitude z (comptée à partir du sol), on peut calculer les limites y_1 et y_2 (abscisses comptées à partir du bord du voile) et tracer les courbes séparatives des zones (Fig. 15).

On peut déterminer l'acier de traction nécessaire au bord du voile en fonction de la cote z au-dessus du niveau 0 :

$$A_{t_0} = \frac{\sigma_{t_0} a \gamma_s}{f_e}$$

avec $\sigma_{t_0} = -\frac{g(H - z)}{S} + \frac{0{,}9v(H - z)^2}{I} \times 4{,}60$

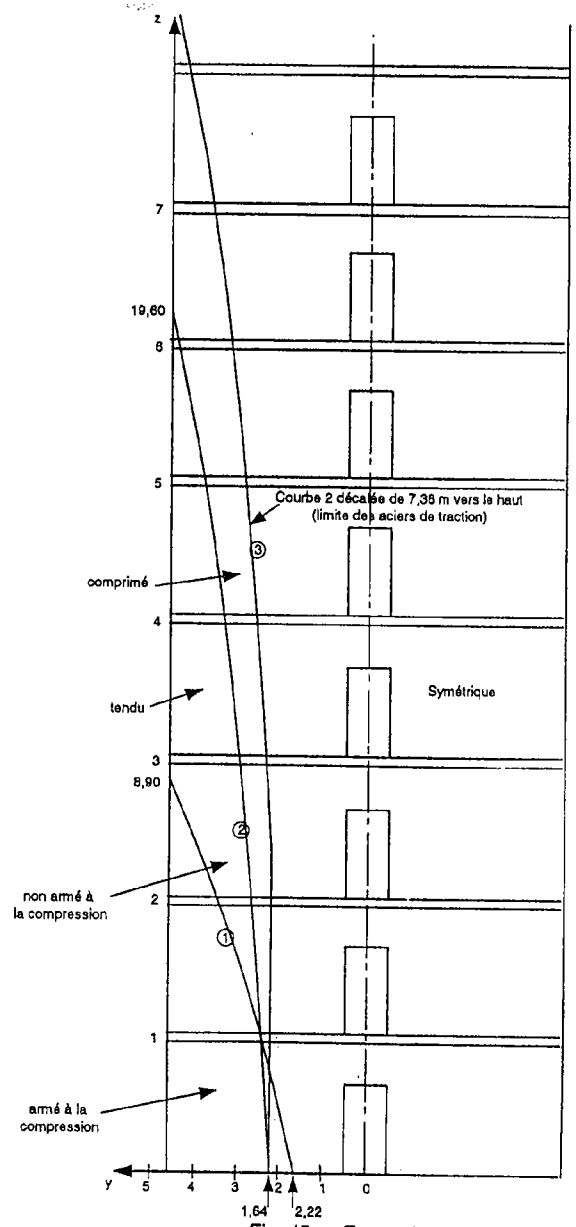


Fig. 15 — Zones de voiles armées et non armées

d'où $A_{t_0} = \left[\frac{0{,}9 \times 0{,}0073 \times (37{,}92 - z)^2 \times 4{,}6}{9{,}721} - \frac{0{,}0701 \times (37{,}92 - z)}{1{,}23}\right] \times \frac{0{,}15 \times 1{,}15 \times 10^4}{500}$

et avec un décalage : $d = 0{,}8\,L = 7{,}36$ m

$A_{t_0} = 0{,}01073\,(37{,}92 - z + 7{,}36)^2 - 0{,}1966\,(37{,}92 - z + 7{,}36)$

Niveau	cote z (m)	$z_1 = z - 7{,}36$ (m)	A_{t_0} (cm²/m)	Longueur armée (1) y_2	Aciers (2 nappes)	Espacement s (m)
9	28,44	21,08	0,00	0,00	-	-
8	25,28	17,92	0,36 < 1,50	0,38	2HA6	0,33
7	22,12	14,76	1,20 < 1,50	0,96	2 x 4H6	0,25
6	18,96	11,60	2,26	1,40	2 x 7HA6	0,28
5	15,80	8,44	3,53	1,74	2 x 8HA8	0,20
4	12,64	5,28	5,01	2,02	2 x 11HA8	0,23
3	9,48	2,12	6,71	2,24	2 x 11HA10	0,19
2	6,32	0,00	7,97	2,38	2 x 14HA10	0,19
1	3,16	0,00	7,97	2,38	2 x 14HA10	0,19
0	0,00	0,00	7,97	2,96 (2)	2 x 17HA10	0,19

(1) $y_2 = L / 2 - 84{,}325 / (H - z + d)$ avec $H = 37{,}92$ et $d = 0{,}8\,L = 0{,}8 \times 9{,}20 = 7{,}36$, car les aciers de traction sont à prolonger vers le haut de la longueur 0,8 L.

(2) La longueur armée à partir du bord du voile est plus grande au niveau 0 du fait des aciers comprimés (voir fig. 14).

Remarque : Pour un béton de résistance $f_{c_{28}} = 25$ MPa et un acier de 500 MPa de limite élastique, les attentes auront une longueur de 45 ∅ pour les aciers tendus et 27 ∅ pour les aciers comprimés.

Par souci de simplification et sans supplément significatif, nous disposerons de la même section d'acier par étage. Pour des grandes voiles très ferraillées, il peut être plus intéressant de diminuer, par palier, la section d'acier lorsqu'on s'éloigne du bord du voile vers son centre.

Renforts	Étage courant	Dernier niveau
Acier de renfort d'ouverture — vertical RV — horizontal RH	 2HA8 -	 2HA10 2HA10
Chaînage CH	2HA10 (1)	2HA10 (1)
Bords CV	-	2HA10

(1) Section valable jusqu'à un espacement de 7 m entre chaînages parallèles d'un même plancher.

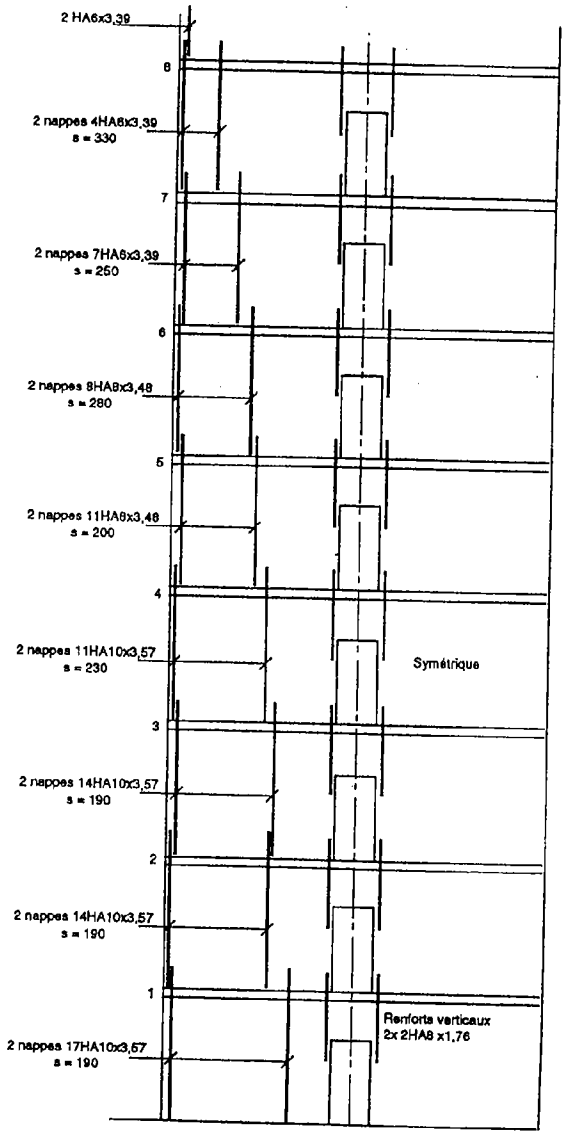


Fig. 16 — Ferraillage du voile

6. MURS EN MAÇONNERIE NON ARMÉE

6.1. Généralités

Les murs en maçonnerie sont constitués de :
— moellons de pierre,
— de pierres de taille,
— de blocs pleins ou creux en terre cuite (briques) ou en béton (parpaings).

Ces derniers peuvent être réalisés en béton de granulats courants (meilleure résistance et meilleur isolant phonique) ou de granulats légers (moindre poids et meilleur isolant thermique) ou encore en béton cellulaire autoclavé (blocs pleins seulement).

Les maçonneries sont utilisées pour une ou plusieurs des fonctions suivantes :
— rôle porteur,
— remplissage de cloisonnement,
— exigences hygrothermiques et acoustiques,
— protection contre les intempéries (pluie) et contre le feu.

Elles peuvent être :
— apparentes,
— revêtues d'un enduit,
— protégées par un revêtement ou un bardage.

Elles sont classées en quatre types en fonction de leurs situations, des conditions climatiques et de leurs utilisations (voir en 2 ci-dessus).

6.2. Longueurs horizontales maximales - Fractionnement (DTU 20.1)

Pour des raisons de maîtrise du retrait et des variations hygrothermiques, il convient de ne pas disposer de longueurs entre joints de dilatation (ou de joints diapasons) supérieures aux valeurs du tableau ci-dessous.

Distance entre joints de dilatation ou joints diapasons

Zone géographique	Maçonnerie porteuse	Maçonnerie de remplissage
Régions sèches à forte opposition de température, voisines de la Méditerranée	20 m	20 à 25 m
Est, Alpes, Pyrénées, Massif central	25 m	25 à 35 m
Région parisienne	30 m	30 à 40 m
Régions humides et tempérées - Ouest	35 m	35 à 50 m

6.3. Épaisseur minimale. Murs de façade (murs extérieurs)

Pour des raisons de résistance mécanique, de flambement et de résistance à la pénétration de la pluie pour les murs extérieurs, on disposera d'une épaisseur minimale déterminée ci-après.

Les murs en moellons enduits ont en général un minimum de 35 cm d'épaisseur.
Les murs en moellons non enduits ou en pierre de taille ont une épaisseur minimale qui varie de 20 cm à 45 cm en fonction du coefficient de capillarité de la pierre (DTU 20.1, art. 3.112.3) et du type de murs (voir en 2 ci-dessus).

Pour les blocs de béton ou les briques, l'épaisseur minimale peut être lue dans le tableau suivant en fonction de la nature du matériau, du type de mur et de sa situation.

• **Murs de type I**

Nature du mur	Épaisseur (cm)
murs en briques pleines ou perforées	22,0
murs en blocs pleins ou creux de béton de granulats courants	20,0 (a) 27,5 (b) 32,5 (c)
murs en blocs pleins ou creux de béton de granulats légers	22,5 27,5 (d)
murs en briques creuses de terre cuite à perforations horizontales	22,5 (a) 27,5 (b)
murs en briques creuses de terre cuite à perforations verticales	20,0 (a) 27,5 (b) 32,5 (c) 37,5 (d)
murs en béton pleins de béton cellulaire autoclavé	20,0 (a) 27,5 (b) (d)

(a) L'épaisseur minimale de 20 ou 22,5 cm s'applique aux murs du type I :
— pour les façades abritées,
— ou en situation a, b ou c pour les façades non abritées, dont la hauteur au-dessus du sol ne dépasse pas 6 m.

(b) L'épaisseur minimale de 27,5 cm s'applique aux murs de type I pour des façades non abritées en situation a, b ou c dont la hauteur au-dessus du sol est comprise entre 6 et 18 m.

(c) L'épaisseur minimale de 32,5 cm s'applique aux murs de type I (moyennant des justifications résultant d'expériences locales satisfaisantes) pour des façades non abritées en situation a, b ou c dont la hauteur au-dessus du sol est comprise entre 18 et 28 m.

(d) L'épaisseur minimale de 37,5 cm ou 27,5 cm, suivant la nature du matériau, s'applique aux murs de type I (moyennant des justifications résultant d'expériences locales satisfaisantes), en situation d, pour des façades non abritées hors front de mer, dont la hauteur au-dessus du sol est inférieure à 6 m.

• Murs de type II

20 cm	Blocs de béton cellulaire	avec enduit traditionnel	avec lame d'air de 2 cm minimum	avec cloison de doublage
22 cm	Tous les autres murs avec enduit traditionnel ou sans enduit			
20 cm	Tous les autres murs avec enduit en béton de granulats courants ou légers			

• Murs de type III

20 cm	Murs enduits
22 cm	Murs non enduits

6.4. Dispositions constructives

6.4.1. Chaînages horizontaux

Pour ceinturer les façades et relier chaque refend, on prévoira des chaînages horizontaux, disposés dans l'épaisseur du plancher (Fig.17).

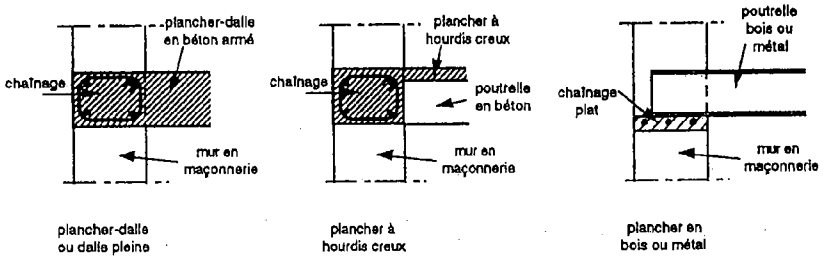


Fig. 17 — Chaînages horizontaux dans l'épaisseur du plancher (coupe verticale)

On s'assurera de la continuité des armatures dans les angles de planchers et à la jonction des refends (Fig.18).

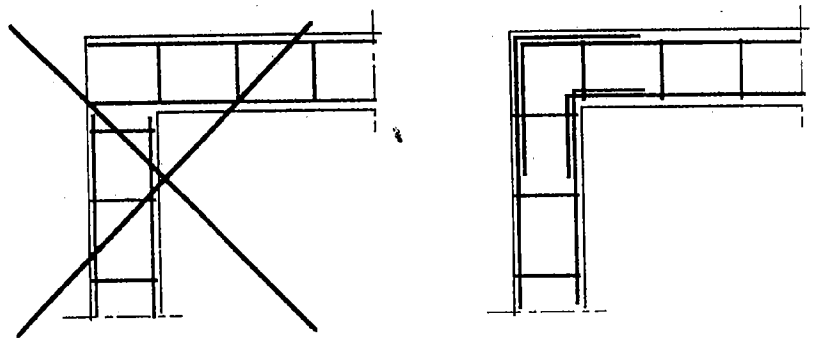


Fig. 18 — Continuité des chaînages horizontaux dans le plan du plancher (coupe horizontale)

• Armatures minimales des chaînages horizontaux

S = section de chaînage compris dans l'épaisseur du plancher (m^2)	Étage courant	Plancher-terrasse
Pourcentage minimal	$\frac{2S}{f_e}$	—
Acier minimal (cm^2) : — pour f_e = 400 MPa — pour f_e = 500 MPa	1,57 (2HA10 ou 4HA8 1,50 (3HA8)	3,85 (4HA12) 3,08 (4HA10)

6.4.2. Chaînages verticaux

Pour les maçonneries porteuses en briques ou en parpaings, on dispose en général de 2HA10 dans une alvéole de 0,10 m × 0,10 m dans chaque angle saillant ou rentrant (y compris au droit des joints de dilatation) dans la hauteur du dernier étage pour les planchers terrasses en béton armé ou précontraint, dans l'étage situé en-dessous dans le cas contraire.

6.4.3. Appuis de planchers (Fig.19 et 20)

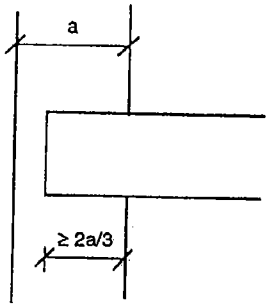


Fig. 19 — Longueur d'appui des planchers sur maçonnerie

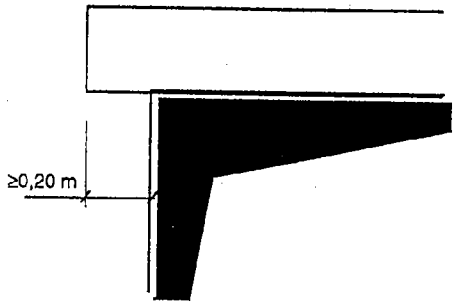


Fig. 20 — Longueur d'appui des linteaux

6.5. Dimensionnement - Contraintes admissibles

L'élancement λ est défini par : $\lambda = \frac{\Delta h\,(\text{nu à nu})}{e_{\text{brute}}} \leqslant 20$

La contrainte admissible en ELS est donnée par : $\overline{\sigma} = \frac{R}{N}$

où R représente la contrainte ELS sans coefficient : $R = \frac{G + Q + S_n + V}{\text{Aire}}$

avec :
G = charges permanentes
Q = charges d'exploitation
S_n = charges de neige
V = charges dues au vent.

• **Pour un élancement inférieur à 15,** la valeur du coefficient N est donnée par :

Matériaux	Norme de référence	Coefficient N	
		Chargement centré	Chargement excentré
Briques creuses de terre cuite à faces de pose continues avec joints pleins	NF P 13-301	7	10
Briques creuses de terre cuite à rupture de joint ou à joints partiels	NF P 13-301	9	11
Briques pleines ou perforées de terre cuite destinées à rester apparentes ou à être enduites	NF P 13-304 NF P 13-305	7	9
Blocs perforés de terre cuite à perforations verticales destinés à rester apparents ou à être enduits	NF P 13-305 NF P 13-306	7	9
Blocs pleins ou creux en béton de granulats courants	NF P 13-301	6	8
Blocs pleins ou creux en béton de granulats légers	NF P 13-304	6	8
Pierre de taille	NF P 13-509	8	10
Blocs pleins de béton cellulaire autoclavé	NF P 13-306	8	10

• **Pour un élancement compris entre 15 et 20,** la valeur du coefficient N donnée par le tableau ci-dessus est à multiplier par le coefficient de majoration *k* :

Élancement λ	Coefficient de majoration *k*
16	1,07
17	1,13
18	1,20
19	1,27
20	1,33

On prendra en compte :
— le supplément de contrainte dû à la charge de plancher non constante (voir Fig.4) ;
— le calcul sera effectué aux deux niveaux I et II (voir Fig.6) ;

— pour les charges concentrées, on prendra une diffusion (Fig.5) avec une pente $\text{tg}\,\theta = \frac{1}{4}$.

6.5.1. Blocs de béton - Résistances (MPa) (NF P 14-101/301/304/402)

Résistance = $\frac{\text{classe}}{10}$		Blocs pleins et perforés			Blocs creux		
Granulats courants (1)	classe	B80	B120	B160	B40	B60	B80
	R (MPa)	8	12	16	4	6	8
Granulats légers (1)	classe	L35	L45	L70	L25	L40	-
	R (MPa)	3,5	4,5	7	2,5	4	-

(1) Les granulats courants ont une masse volumique du béton constitutif $\geqslant$ 1 700 kg/m³. Pour les bétons légers, la masse volumique est inférieure à 1 700 kg/m³.

Les dimensions des blocs sont comprises dans les limites suivantes :
— longueurs : 40 ou 50 cm ;
— hauteurs : 20 cm (20 ou 30 cm pour les blocs en granulats légers).
— épaisseurs de 5 à 27,5 cm.

On classe les blocs en :
— blocs pleins sans alvéoles ;
— blocs perforés à moins de 20 % de vides ;
— blocs creux de 20 % à 40 % de vide.

Masse volumique en kN/m³		
Blocs en béton de granulats courants	creux	13,5
	pleins	21

6.5.2. Briques - Normes NF P 13-301 (creuses) et NF P 13-305 (pleines et perforées)

Dimensions (cm)	Épaisseur	Largeur	Longueur
Briques pleines ou perforées	4 à 6	10,5	22 ou 33
Blocs perforés (à 60 %)	$\geqslant$ 14	$\leqslant$ 30	$\leqslant$ 60
Briques creuses : — platrières — normales — à rupture de joints	 3,5 à 7,5 8 à 30 20 à 27,5	 20, 25 ou 40 20, 25 ou 30 20	 40 ou 50 40 ou 57 40

• **Briques pleines ou blocs perforés**

Résistance R en MPa		— moyenne = classe / 10 — minimale = 0,8 × résistance moyenne				
	classe	ordinaire	BP150	BP200	BP300	BP400
R moyen	br. pleines blocs	12,5 10	- 15	20 20	30 30	40 40
R minimal	br. pleines blocs	10 8	- 12	16 16	24 24	32 32

BP = briques pleines

• **Briques creuses ou à rupture de joints**

Résistance R en MPa	— moyenne = classe / 10 — minimale = 0,8 × résistance moyenne		
classe	C40 ou RJ40	C60 ou RJ60	C80 ou RJ80
R moyen R minimal	4 3,2	6 4,8	8 6,4

Masse volumique des briques (kN/m³)	creuses	9
	perforées	13,5
	pleines	19

6.6. Condensations

En fonction des températures intérieure et extérieure, du taux d'humidité relative de l'air, du coefficient de transmision thermique de la maçonnerie, on peut avoir des condensations si la température est inférieure au point de rosée en un point de surface du mur (condensation superficielle) ou à l'intérieur (condensation dans la masse).
Il convient donc de prendre des dispositions particulières pour empêcher l'apparition de tels phénomènes (voir DTU 20.1, chapitre 5).

6.7. Actions autres que les charges dans le plan

Comme on l'a vu, un mur peut supporter des charges N dans son plan (charges permanentes, charges d'exploitation, charges de neige, charges de vent).
Il peut aussi avoir à reprendre des charges perpendiculaires à son plan : action directe du vent, poussée des terres, qui provoquent un moment M.
Cependant, compte tenu de la non-résistance à la traction des maçonneries, les charges reprises restent faibles. Le mur travaillera en flexion composée de compression.

On peut être en présence de :
— flexion verticale pour un mur appuyé sur deux planchers ou éléments horizontaux rigides ;
— flexion horizontale pour un mur appuyé sur deux poteaux ou deux murs verticaux ;
— flexion dans les deux directions pour un mur appuyé sur deux planchers et deux poteaux.

• **Flexion verticale**

Le calcul est effectué comme pour une dalle de 1 m de largeur en flexion composée. On prendra en compte le poids propre du mur, variable avec l'altitude. On supposera les appuis comme articulés.

On vérifiera :
— sous vent normal, que les contraintes calculées par la formule classique $\sigma = \frac{N}{a} \pm \frac{6M}{a^2}$ sont comprises entre 0 et $\bar{\sigma}$ (pas de traction) ;
— sous vent extrême, que la stabilité est assurée avec une excentricité $e = \frac{M}{N}$ inférieure à la demi-épaisseur $\frac{a}{2}$ et que les contraintes sont inférieures à $1{,}5\,\bar{\sigma}$. Dans le cas de contrainte négative, la maçonnerie ne résistant pas à la traction, la contrainte maximum sera donnée par :

$$\sigma = \frac{2N}{1{,}5a - 3e}$$

• **Flexion horizontale**

À défaut d'avoir des armatures horizontales dans les joints (voir Maçonneries armées en 10 ci-après) et à moins de disposer d'une «restreinte» dans le sens horizontal, c'est-à-dire que le mur soit maintenu par deux éléments verticaux servant de butée et faisant travailler le mur comme un arc horizontal, on ne peut compter que sur le frottement des blocs les uns sur les autres pour gêner leur rotation d'axe vertical (Fig. 21).

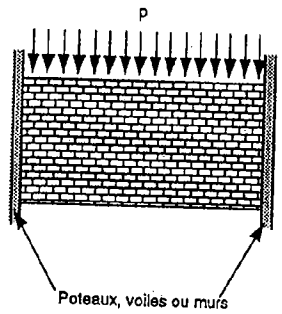
Soient :
p, la charge verticale appliquée au niveau étudié,
L, B et H, les longueur, épaisseur et hauteur des blocs,
f, le coefficient de frottement des blocs sur leurs joints horizontaux,
$\sigma = p$ / B, la contrainte verticale,
$\tau = f\sigma$, la contrainte de frottement,
$F = \tau LB / 2$, la force de frottement horizontal exercé sur une demi-face de bloc en contact avec le bloc situé au-dessus,
$m = F \times (L / 4) = fpL^2 / 8$, le moment résistant dû au frottement pour un joint de hauteur B (Fig.21),

d'où le moment par unité de hauteur : $M = \frac{m}{B} = \frac{fpL^2}{8B}$.

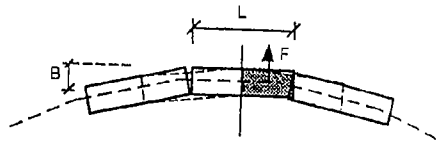
Le moment résistant avec un coefficient de sécurité γ, vaut : $M_R = \frac{fpL^2}{8\gamma B}$.
On pourra prendre : $\gamma = 1{,}5$.

EXEMPLE : Pour une charge verticale $p = 8$ kN/m et des blocs $20 \times 20 \times 50$, un coefficient de frottement $f = 1$, on trouve un moment résistant de flexion horizontale :

$$M = \frac{8 \times 0{,}5^2}{8 \times 1{,}5 \times 0{,}2} = 0{,}833 \text{ kNm/m}.$$



Elévation



Vue en plan

Fig. 21 — Rotation des blocs horizontalement

• **Flexion dans les deux directions**

Si un mur est appuyé à la fois sur des éléments résistants verticaux (poteaux, voile ou murs perpendiculaires) et des éléments résistants horizontaux (planchers), on est en présence d'une flexion dans deux directions. Compte tenu de l'hétérogénéité du mur, il est difficile de déterminer la répartition des moments suivant les deux directions. Il est prudent de ne pas appliquer la répartition des dalles (qui donne un moment de l'ordre de $\frac{1}{3}\frac{pL^2}{8}$ pour un panneau carré).

Soit ρ le rapport du petit côté sur le grand côté. On pourra reprendre le coefficient $k = \left(1 - \frac{\rho}{2}\right)$ pour le moment du petit côté, ce qui donne $M_x = k\frac{pL^2}{8}$ et $M_y = \rho M_x$ pour le moment suivant le grand côté.

Pour des grandes longueurs horizontales et des grandes hauteurs, il est de bonne pratique de recouper les murs par des potelets et des poutres (ou lisses) formant des panneaux de 4 à 6 m de longueur et de 3 à 4 m de hauteur.
Les panneaux portent à la fois sur les potelets et les poutres ; ceux-ci reportent les efforts de vent sur les planchers ou sur des poteaux rigides.

6.8. Exemples de calcul de murs en maçonnerie

6.8.1. Exemple 1 - Compression sans flexion

Mur porteur extérieur de 0,20 m d'épaisseur, en blocs pleins de béton de granulats courants de classe B80 (R = 8 MPa) soumis à des charges excentrées (plancher d'un seul côté du mur pignon) :

— permanentes g_1 = 126 kN/m
— d'exploitation q = 23 kN/m

Hauteur libre entre planchers : 3,46 m

Élancement $\lambda = \frac{3,46}{0,20} = 17,3 > 15$, mais < 20

Le tableau ci-dessus donne N = 8, valeur à laquelle on applique le coefficient majorateur k car λ est supérieur à 15 : k = 1,151 en interpolant, soit :

Résistance limite : $\overline{\sigma} = \frac{R}{kN} = \frac{8}{8 \times 1,151} = 0,87$ MPa

Contrainte de calcul : $\sigma = \frac{g + q}{a} = \frac{126 + 23}{0,20} 10^{-3} = 0,745$ MPa $< \overline{\sigma} = 0,87$ OK

6.8.2. *Mur soumis à une charge verticale dans son plan et à l'action du vent perpendiculairement à sa surface - Flexion verticale* (Fig.22)

Soit un mur de maçonnerie de fermeture d'un hall industriel en parpaing plein, non enduit, de classe B80, appuyé sur deux planchers en tête et en pied :
Épaisseur a = 0,20 m
Masse volumique $\overline{\omega}$ = 21 kN/m³ (Voir en 6.5.1 ci-dessus)
Hauteur libre H = 3,40 m
Charge permanente en tête, en plus de son poids propre, g = 22 kN/m
Charge d'exploitation en tête q = 8 kN/m
Pression du vent tous calculs faits (voir chapitre 3) : v = 0,66 kN/m²
Le contreventement général, perpendiculairement au mur, est assuré par le reste de la structure.

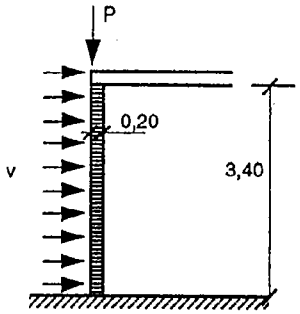


Fig. 22 — Exemple de mur au vent

Poids propre du mur : $g_0 = a\overline{\omega}$ = 0,2 m × 21 kN/m³ = 4,2 kN/m²
Hauteur libre entre planchers : H = 3,40 m

Élancement $\lambda = \frac{H}{a} = \frac{3,40}{0,20} = 17 > 15$, mais < 20.

Le tableau ci-dessus donne N = 8, valeur à laquelle on applique le coefficient majorateur k car λ est supérieur à 15 : k = 1,13, soit résistance limite :

$$\overline{\sigma} = \frac{R}{kN} = \frac{8}{8 \times 1,13} = 0,885 \text{ MPa} = 885 \text{ kPa}$$

• Sous vent normal

À la distance z du haut du mur, on a :
— charges permanentes : $g = g_1 + g_0 z = 22 + 4,2z$ kN/m
— charges d'exploitation : q = 8 kN/m
— moment dû au vent : $M = vz(H - z) / 2 = 0,33z(3,4 - z)$ kNm/m

Contraintes en flexion composée sous vent normal :

$$\sigma_{max} = \frac{g + q}{a} + \frac{6M}{a^2} = \frac{30 + 4,2z}{0,2} + \frac{6 \times 0,33z(3,4 - z)}{0,2^2}$$

$$= 150 + 189,3z - 49,5z^2$$

$$\sigma_{min} = \frac{g}{a} - \frac{6M}{a^2} = \frac{22 + 4,2z}{0,2} - \frac{6 \times 0,33z(3,4 - z)}{0,2^2} = 110 - 147,3z + 49,5z^2$$

On peut, soit calculer la dérivée et trouver la cote z donnant la contrainte maximale ou minimale, soit calculer en tableau pour différentes valeurs de z.

Par exemple, on doit vérifier qu'il n'y a pas traction, donc $\sigma_{min} > 0$.
On annule la dérivée de σ_{min} : $147,3 - 99z = 0$ soit $z = 147,3 / 99 = 1,488$ m que l'on porte dans l'équation donnant σ_{min} :
$\sigma_{min} = 110 - 147,3 \times 1,488 + 49,5 \times 1,488^2 = 0,42$ kPa > 0 OK

De même, on peut calculer la contrainte maximale en dérivant l'équation de σ_{max} :
$189,3 - 99z = 0$, soit z = 1,912 m et σ_{max} = 331 kPa

Remarque : Cette valeur maximale est peu différente de la valeur à mi-hauteur :
$110 - 147,3 \times 1,7 + 49,5 \times 1,7^2 = 150 + 189,3 \times 1,70 - 49,5 \times 1,7^2 = 329$ kPa

• Sous vent extrême

On calculera l'excentricité $e = \frac{1,75M}{N}$ de la charge $N_1 = g_1 + g_0 z$ ou $N_2 = N_1 + q$ sous moment = 1,75 M.

Suivant que cette excentricité est inférieure ou supérieure à $a / 6$, la contrainte maximale est donnée par (avec $N = g_0 z + g_1$ ou $N = g_0 z + g_1 + q$) :

$$\sigma = \frac{N}{a} + \frac{1,75 \times 6M}{a^2} \quad \text{ou} \quad \frac{2N}{1,5a - 3e}$$

					Vent normal		Vent extrême				
z	M	g_0	N_1	N_2	σ_{max}	σ_{min}	e_1	e_2	σ_1	σ_2	σ_{max}
	(1)	21 az	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)
0,00	0,000	0,00	22,00	30,00	150	110	0,0000	0,0000	147	200	200
0,85	0,715	3,57	25,57	33,57	275	21	0,0490	0,0373	334	357	357
1,70	0,954	7,14	29,14	37,14	329	3	0,0573	0,0449	455	450	455
2,55	0,715	10,71	32,71	40,71	311	56	0,0383	0,0307	353	392	392
3,40	0,000	14,28	36,28	44,28	221	181	0,0000	0,0000	242	295	295

(1) $M = 0{,}5\, v z (H - z)$
(2) $N_1 = g_0 z + g_1$
(3) $N_2 = N_1 + q$
(4) $\sigma_{max} = \dfrac{N_2}{a} + \dfrac{10{,}5\,M}{a^2}$
(5) $\sigma_{min} = \dfrac{N_1}{a} - \dfrac{10{,}5\,M}{a^2}$
(6) $e_1 = M_1 / N_1$
(7) $e_2 = M_2 / N_2$
(8) $\sigma_1 = \text{Max}\left[\dfrac{N_1}{a} + \dfrac{10{,}5\,M}{a^2} ; \dfrac{2N_1}{1{,}5a - 3e_1}\right]$
(9) $\sigma_2 = \text{Max}\left[\dfrac{N_2}{a} + \dfrac{10{,}5\,M}{a^2} \dfrac{2N_2}{1{,}5a - 3e_2}\right]$
(10) $\sigma_{max} = \text{Max}\,[\sigma_1 ; \sigma_2]$

On constate bien :
— sous vent normal les contraintes (3 à 329 kPa) sont comprises entre 0 et 885 kPa ;
— sous vent extrême, l'excentricité maximale (0,0573 m) est inférieure à $0{,}5\,a = 0{,}10$ m et la contrainte maximale (455 kPa) est inférieure à $1{,}5 \times 885 = 1327{,}5$ kPa.

6.8.3. *Mur soumis à une charge verticale dans son plan et à l'action du vent perpendiculairement à sa surface - Flexion horizontale*

Soit un mur en blocs 20 × 20 × 50 compris entre deux poteaux rigides espacés de $\lambda = 3$ m entre nus. La charge en tête est de 14 kN/m (Fig.23).
Le vent exerce une pression normale $v = 0{,}36$ kN/m² (voir chap.3. art. 4, paroi au vent, site protégé de région I, majoration dynamique forfaitaire de 1,10).

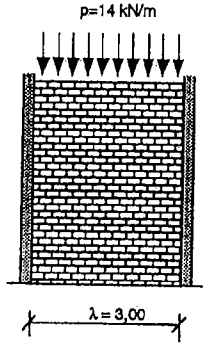


Fig. 23 — Mur en flexion horizontale

Sous vent extrême, le moment agissant vaut : $M = \dfrac{1{,}75\,v\lambda^2}{8} = 1{,}75 \times 0{,}36\,\dfrac{3^2}{8}$
$= 0{,}709$ kNm/m

Moment résistant $\overline{M} = \dfrac{fp\,L^2}{8\gamma\,B} = \dfrac{0{,}5 \times 14 \times 0{,}5^2}{8 \times 1{,}5 \times 0{,}2} = 0{,}729$ kNm/m > M = 0,709 OK

6.8.4. *Mur soumis à une charge verticale dans son plan et à l'action du vent perpendiculairement à sa surface - Flexion dans les deux directions*

Soit un mur de 30 m de longueur et de 10,00 m de hauteur fermant un hall industriel. La structure de ce hall est constituée de portiques métalliques situés à l'intérieur, espacés de 10 m et d'un contreventement horizontal situé à 10,00 m de hauteur (Fig.24).

Les panneaux de 10 m × 10 m sont appuyés sur la structure métallique, elle-même contreventée. Ils sont à découper par des potelets et des poutres noyées dans l'épaisseur de la maçonnerie pour reporter les charges sur les appuis.

• **Action du vent** (voir Chap.3, art. 4)

$$v = q_{vo}\, k_s\, k_h \delta\, C\beta$$

Région 2 (Bretagne) : $q_{vo} = 0{,}7$ kN/m²
Site normal : $k_s = 1$
$h = 10$ m : $k_h = 2{,}5\,\dfrac{h + 15}{h + 60} = 1{,}0$

Coefficient de largeur : $\delta = 0{,}83$
Coefficient de forme pour une seule paroi : $C = 1{,}1$
Coefficient de majoration dynamique : prenons une valeur forfaitaire de $\beta = 1{,}1$
D'où : $v = 0{,}7 \times 0{,}83 \times 1{,}1 \times 1{,}1 = 0{,}7$ kN/m²

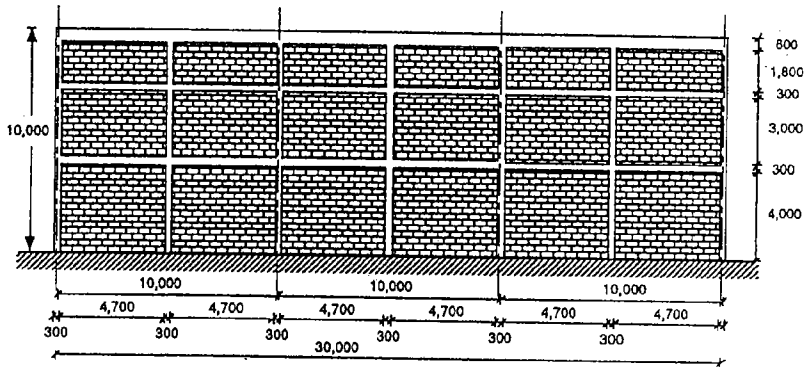


Fig. 24 — Mur avec potelets et poutres noyées (lisses)

Calcul des panneaux de maçonnerie	Symb.	Unité	Panneau haut	Panneau moyen	Panneau bas	
Épaisseur	a	m	0,2	0,2	0,2	
Longueur	L	m	4,8	4,8	4,8	
Hauteur	H	m	1,8	3,0	4,0	
Vent	v	kN/m²	0,7	0,7	0,7	
Hauteur lisse	h_0	m	0,6	0,3	0,3	
Charge verticale (1)	N	kN/m	6,78	18,36	34,56	
Rapport des dimensions (2)	ρ_0		0,375	0,625	0,833	
Moment (3)	M	kNm/m	0,230	0,541	0,817	
Excentricité = M/N	e	m	0,034	0,029	0,024	
Vent normal (4)	σ_{max}	kPa	68	173	295	
	σ_{min}	kPa	−1	11	50	−1 ≈ 0 OK
(5)	σ_{admiss}	kPa	1 333	1 333	1 000	295 < 750 OK
Vent extrême (6)	$\sigma_{x\,max}$	kPa	94	234	387	
	$\sigma_{x\,min}$	kPa	−26	−50	−42	
(7)	$\sigma_{soulevé}$	kPa	111	253	393	
	σ_{max}	kPa	111	253	393	393 < 1 125 OK
Excentricité = 1,75 M / N	e_x	m	0,059	0,052	0,041	
Moment horiz. résistant (8)	M_R	kNm/m	0,353	0,968	1,800	
Moment horiz. (9)	M_y	kNm/m	0,086	0,338	0,681	
= 1,75 M_y	M_{yx}	kNm/m	0,151	0,592	1,191	$M_{yx} < M_R$ OK

(1) N = poids des lisses (poids volumique du béton = 25 kN/m³) et du panneau de parpaing (poids volumique = 21 kN/m³) situés au-dessus de la mi-hauteur du panneau étudié.

Par exemple pour le panneau du milieu :

N = [25 × (0,60 + 0,3) + 21 × (1,8 + 3 / 2)] × 0,20 m = 18,36 kN/m

(2) ρ_0 = H / L = 3 / 4,8 = 0,625

(3) Moment dû au vent sur un panneau rectangulaire :
M = (1 − ρ / 2) vL^2 / 8 = (1 − 0,625 / 2) × 0,7 × 3² / 8 = 0,541 kNm/m

(4) Contraintes : $\sigma = \frac{N}{a} \pm \frac{6M}{a^2} = \frac{18,36}{0,2} \pm \frac{6 \times 0,541}{0,2^2}$ = 173 et 11 kPa

(5) Contrainte admissible $\sigma_{admiss} = \frac{R}{kN} = \frac{8}{8}$ = 1,0 MPa = 1 000 kPa

Pour une hauteur de 3 m, l'élancement est de 3 / 0,2 = 15, donc k = 1 et N = 8 (assimilé à un chargement excentré du fait de la flexion due au vent), pour une hauteur de 4 m, l'élancement est de 20, le coefficient réducteur de 1,33, soit une contrainte admissible de 1 000 / 1,33 = 750 kPa sous vent normal et 1 125 kPa sous vent extrême.

(6) Contraintes : $\sigma = \frac{N}{a} \pm \frac{1,75 \times 6M}{a^2} = \frac{18,36}{0,2} \pm \frac{1,75 \times 6 \times 0,541}{0,2^2}$ = 234 et −50 kPa, on devra donc prendre la contrainte calculée sans tenir compte de la partie tendue, soit (7) :

$\sigma = \frac{2N}{1,5a - 3_{e_x}}$ = 253

(8) $M_R = \frac{f\,NL_0^2}{8\gamma B} = \frac{0,5 \times 18,36 \times 0,5^2}{8 \times 1,5 \times 0,2}$ = 0,968 kNm/m pour des parpaings de 0,50 × 0,20 × 0,20

(9) $M_y = \rho M$ = 0,625 × 0,541 = 0,338 kNm/m

• Calcul des lisses (poutres horizontales)

La lisse la plus sollicitée est celle du bas, car elle reprend une surface par mètre linéaire au vent de (3 + 4) / 2 = 3,50 m, soit 0,7 kN/m² × 3,5 = 2,45 kN/m.

On répartira les charges de vent sur les poutres et potelets comme pour les dalles portant dans deux directions (Chap.1, art. 6.3.2) (Fig.25 et 26).

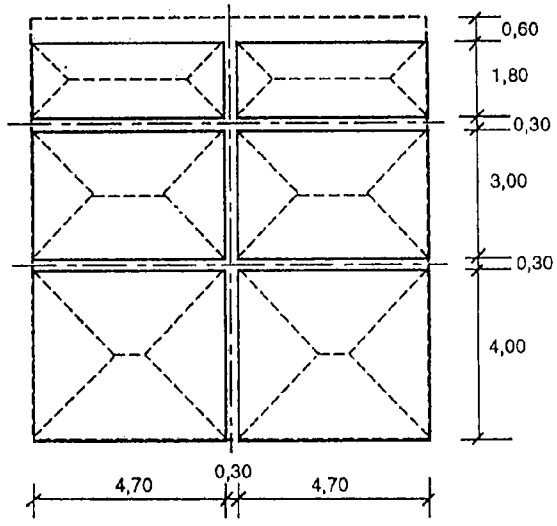


Fig. 25 — Panneau de 10 m × 10 m - Répartition des charges de vent entre poutres et potelets

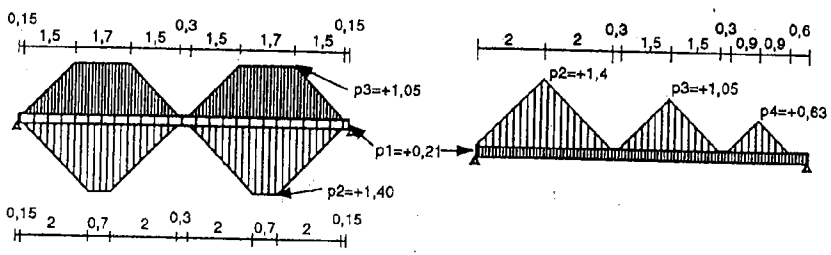


Fig. 26 — Lisse inférieure et potelet - Charges de vent dues aux panneaux trapézoïdaux ou triangulaires et aux 0,30 m de lisse ou potelet

La répartition des charges à 45° à partir des sommets conduit à des charges maximales égales à :

surface du triangle ou du trapèze × 0,7 kN/m²

• **Calcul des moments isostatiques** (Voir chap.1, art.13.1)

Elément de charge Longueur moyenne × charge *p*	Charge totale située sur la moitié gauche : P	Distance de son cdg à l'appui le plus proche : λ	Moment Pλ (kNm)
Lisse inférieure : — rectangle 5 × 0,21 — trapèze 0,5 × (4,7 + 1,7) × 1,05 — trapèze 0,5 × (4,7 + 0,7) × 1,4	1,05 3,36 3,78	2,50 2,50 2,50	2,625 8,400 9,450
(Chargement symétrique)	8,19 kN		**20,475**
Potelet : — triangle 0,5 × 4 × 1,4 — triangle 0,5 × 3 × 1,05 — triangle 0,5 × 1,8 × 0,63	2,80 1,575 0,567	2,15 5,80 8,50	6,020 9,135 4,820
			19,975
Chargement dissymétrique, moment à mi-portée = 0,5 × 19,975 = 9,99			**9,99**

Remarque : Pour le chargement dissymétrique, le moment maximal exact vaut 9,118 kNm

Pour une paroi au vent, le coefficient de forme vaut C = 1,1 et pour une paroi sous le vent C = 0,8, soit un rapport de 0,727.

• **Lisse inférieure** (Fig.27)

La lisse horizontale est une poutre continue de trois travées égales. Pour éviter un calcul fastidieux, qui n'apporterait qu'une précision illusoire du fait de la redistribution des moments autorisée par les règlements, nous prendrons les mêmes rapports de moments entre moments sur appuis et moments en travées que pour une charge répartie uniforme.

Nous disposerons des aciers filants de même section sur 30 m, une section $A_{s\,e}$ côté face extérieure et $A_{s\,i}$ côté face intérieure.

Moments	Mi-travée 1	Appui intermédiaire	Mi-travée 2	Remarques
Pour une charge répartie uniforme	0,6 M_0	−0,8 M_0	0,2 M_0	Voir Chap. 2, cas 70
Soit pour la lisse : — au vent — sous le vent	0,6 M_0 −0,44 M_0	−0,8 M_0 0,59 M_0	0,2 M_0 −0,15 M_0	avec un coeff. 0,727
Moment maximum : — acier côté extérieur — acier côté intérieur	0,80 M_0 0,60 M_0			

• *Acier extérieur :*

Béton : f_{c28} = 25 MPa

Moment ELS : M = 0,8 M_0 = 0,8 × 20,475 = 16,38 kNm

— moment réduit : $\beta = \dfrac{M}{bd^2} = \dfrac{0{,}01638}{0{,}3 \times 0{,}17^2} = 1{,}89 < 3$ OK

Moment ELU : M_u = 1,8 × 16,38 = 29,484 kNm

— moment réduit : $\mu = \dfrac{M_u}{bd^2\sigma_{bu}} = \dfrac{0{,}029484}{0{,}3 \times 0{,}17^2 \times 14{,}16} = 0{,}24 < 0{,}37$ OK

— bras de levier : $z = 0{,}5\,d(1 + \sqrt{1 - 2\mu} = 0{,}5 \times 0{,}17(1 + \sqrt{1 - 2 \times 0{,}24}) = 0{,}146$ m

— acier $A_{s\,e} = \dfrac{1{,}15\,M_u}{z f_e} = \dfrac{1{,}15 \times 0{,}029484 \times 10^4}{0{,}146 \times 500} = 4{,}64$ cm² soit **3 HA14**

• *Acier intérieur :*

— par une règle de trois (ce qui va dans le sens de la sécurité), on trouve

$A_{s\,i} = \dfrac{0{,}6}{0{,}8} \times 4{,}64 = 3{,}48$ cm² soit **3 HA12** (à 2,6 % près, mais cela est compensé par la non-prise en compte des aciers comprimés sur appuis).

On procède de même pour les deux autres lisses et pour les potelets centraux.

• *Aciers transversaux*

L'effort tranchant maximal de la lisse intérieure vaut :
V = 8,19 kN (voir tableau ci-dessus)

— cisaillement :

$$\tau_u = \frac{1{,}8\,V}{b\,d} = \frac{1{,}8 \times 0{,}00819}{0{,}3 \times 0{,}17} = 0{,}289 \text{ MPa} < \overline{\tau_u} = \frac{0{,}2 f_{c28}}{1{,}5} = 3{,}33 \text{ MPa}$$

— aciers calculés, avec reprise de bétonnage :

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{\tau_u \gamma_s b}{0{,}9 f_e} = \frac{0{,}289 \times 1{,}15 \times 0{,}3}{0{,}9 \times 500}\ 10^4 = 2{,}21 \text{ cm}^2/\text{m}$$

— aciers minimaux : $\frac{0{,}4\,b}{f_e} = 2{,}4 \text{ cm}^2/\text{m}$

— cadres au pourcentage minimal : cadre **HA 6**, s = 230 mm

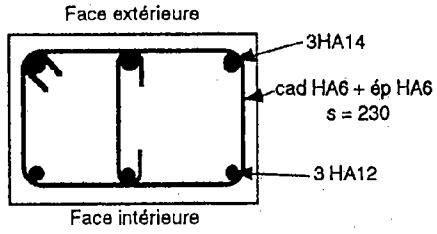


Fig. 27 — Ferraillage de la lisse inférieure

7. VOÛTES DE DÉCHARGES

7.1. Généralités

Les maçonneries résistent mal à la flexion dans leur plan. Ainsi, ont-elles besoin d'être supportées au-dessus des ouvertures par des poutres (grandes ouvertures) ou linteaux (petites ouvertures).

Cette poutre ou linteau peut être dimensionnée pour reprendre seule la charge totale de mur situé au-dessus. Mais on peut aussi considérer qu'il se forme une voûte de décharge au-dessus de la poutre, cette dernière joue le rôle de tirant de l'arc de la voûte et de support du poids de la maçonnerie située sous la voûte (Fig. 28).

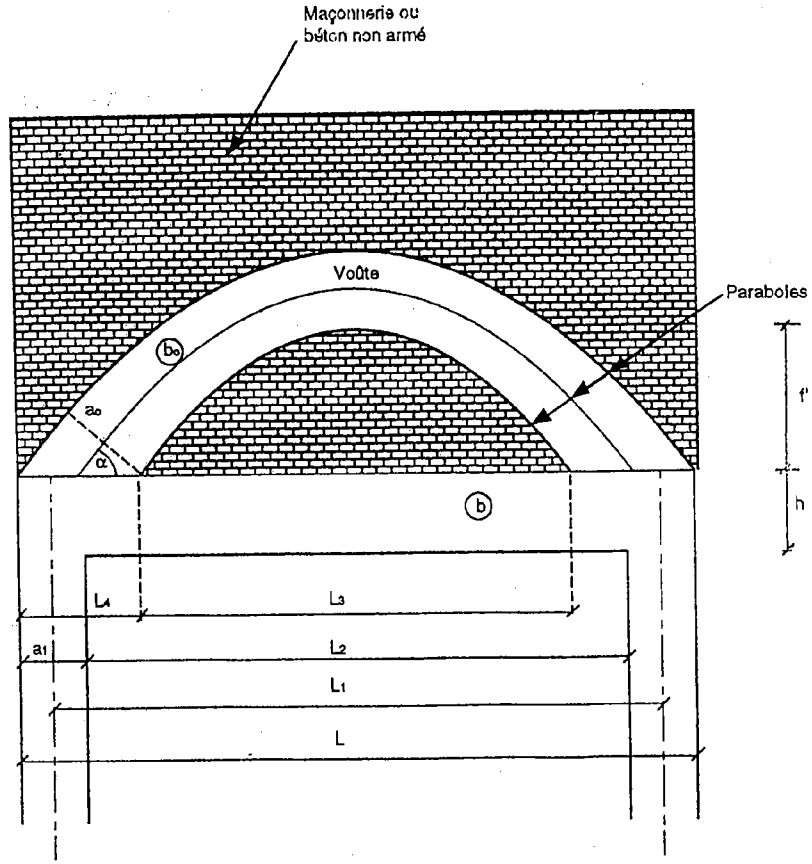


Fig. 28 — Mur avec voûte de décharge

7.2. Dispositions BAEL (Art. B6.8.3)

Cette méthode s'applique aux maçonnerie «de bonne qualité», c'est-à-dire qui répondent aux conditions suivantes :

— les matérieux et mortiers ont une résistance suffisante ;

— tous les joints sont complétement remplis de mortier (les maçonneries à perforation horizontales sont donc exclues) ;

— si la maçonnerie est à joints assisés, les joints verticaux sont en découpe d'une assise à l'autre ;

— si elle est à joints incertains, il ne doit pas pouvoir se former de «coups de sabre»

— la maçonnerie est au moins de la classe 100 (résistance $\geqslant$ 10 MPa).

Dans ces conditions :

— les lignes moyennes des voûtes sont funiculaires (voir en 7.5 ci-après) des charges appliquées, donc une parabole pour des charges uniformément réparties (la chaînette est très proche de la parabole) ;

— la largeur a_0 de la voûte de décharge est déterminée par la résistance du matériau constitutif, sauf justifications spéciales, par :
- 2 MPa pour les maçonneries,
- $f_{c28}/3$ pour les voûtes en béton en cas de fissuration très préjudiciable,
- $f_{c28}/2$ dans les voûtes en béton dans les autres cas ;

— la reprise des poussées aux pieds de la voûte est à reprendre, soit par frottement, soit par butée ; ainsi, pour des appuis de rive, on pourra prendre un coefficient de frottement de la maçonnerie sur le béton de $f = 0{,}5$ et un coefficient de frottement béton-béton égal à 1 ;

— en cas de débordement de la voûte sur la poutre en deçà de l'appui, il doit être tenu compte de la poussée de la voûte dans la vérification au cisaillement de la poutre.

7.3. Méthode de calcul d'une voûte (Fig. 29)

Soit p_u la charge ELU apportée par le mur sur la poutre porteuse qui tient lieu de tirant. On prendra les charges permanentes affectées du coefficient 1,35 et les charges variables du coefficient 1,50. On pourra négliger de déduire le poids de la partie du mur située sous la voûte de décharge (Fig.28).

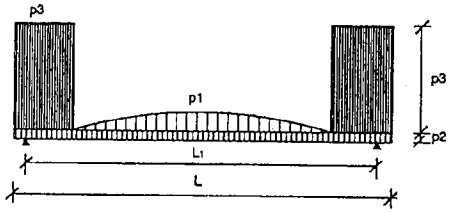


Fig. 29 — Charges appliquées sur la poutre

	Symbole	Formule	Voûte en maçonnerie	Voûte en béton non armé
Coefficient de frott. Angle d'inclinaison Contrainte admissible	f α $\sigma_{u\,lim}$	BAEL, art. B.6.8.3 & A.5.3.12 $\operatorname{cotg}\alpha = f$ BAEL, art.B.6.8.3	0,5 $\alpha = 63{,}4°$ 2 MPa	1,0 $\alpha = 45°$ $f_{c28}/3$ si fiss.très préj. $f_{c28}/2$ autres cas
Charge ultime	p_u	Charges perm. et var. supportées par le mur		
Efforts : — vertical — horizontal — poussée	F_v F_H F	$p_u L/2$ $p_u L/2$ $0{,}5\,p_u L/\sin\alpha$	$p_u L/2$ $p_u L/4$ $0{,}559\,p_u L$	$p_u L/2$ $p_u L/2$ $0{,}354\,p_u L$
Longueur d'appui (Fig.31)	L_4	telle que $\sigma = \dfrac{F}{a_0 b_0} \leqslant \sigma_{u\,lim}$ avec $L_4 = \dfrac{a_0}{\sin\alpha}$ soit $L_4 \geqslant \dfrac{p_u L}{2\,b_0\,\sigma_{u\,lim}\sin^2\alpha}$	$\geqslant \dfrac{p_u L}{1{,}6\,b_0\,\sigma_{u\,lim}}$	$\geqslant \dfrac{p_u L}{b_0\,\sigma_{u\,lim}}$
Acier de tirant (Fig. 31)	A_s	$A_s = \dfrac{F_H \gamma_s}{f_e} = \dfrac{p_u L \gamma_s f}{2 f_e}$	$A_s = \dfrac{p_u L \gamma_s}{4 f_e}$	$A_s = \dfrac{p_u L \gamma_s}{2 f_e}$
Hauteur de maçonnerie sous voûte	f'	$f' = \dfrac{L_3 \operatorname{tg}\alpha}{4}$	$f' = \dfrac{L_3}{2}$	$f' = \dfrac{L_3}{4}$

	Symbole	Formule
Charge sur poutre due à la poussée	p_3	$p_3 = \dfrac{F_v}{L_4} = \dfrac{p_u L}{2 L_4}$
Partie sous voûte : — charge maximale par unité de longueur avec ϖ = masse volumique — poids total — effort tranchant — moment	 p_1 P_1 V_1 M_1	 $p_1 = 1{,}35\,f'\,\varpi\,b_0$ $P_1 = (2/3)\,p_1 L_3$ $V_1 = P_1/2$ (1) $M_1 = 0{,}5\,V_1(1 - 3L_3/8)$
Poutre $b \times h$: — charge — effort tranchant — moment	p_2 V_2 M_2	$1{,}35 \times 25\,b\,h$ $0{,}5\,p_2 L_2$ $p_2 L_2^2/8$
Appui de la voûte : — charge — effort tranchant réduit (BAEL, art. A.5.1.2) — moment	p_3 V_3 M_3	 $M_3 = p_3(L_4 - a_1)^2/2$ (2)
Effort tranchant total dans la poutre $b\,h$:	V_u	$V_u = V_1 + V_2 + V_3$
Cisaillement :	τ_u	$\tau_u = \dfrac{V_u}{0{,}9\,b\,h} < \dfrac{0{,}2\,f_{c28}}{1{,}5}$
Acier transversal :	$\dfrac{A_t}{s_t}$	$\dfrac{A_t}{s_t} = \dfrac{(\tau_u - 0{,}3\,f_{t28})\,b_0\,\gamma_s}{0{,}9\,f_e}$
Moment dans la poutre $b\,h$:	M_u	$M_u = M_1 + M_2 + M_3$
Moment réduit :	μ	$\mu = \dfrac{M_u}{0{,}81\,b\,h^2\,\sigma_{bu}} < 0{,}37$
Bras de levier :	z	$z = 0{,}45\,h(1 + \sqrt{1 - 2\mu})$
Acier inférieur :	A_t	$A_t = \dfrac{M_u}{z\,\sigma_s}$

(1) Pour simplifier les calculs, on négligera la transmission directe éventuelle des charges sur les appuis.

(2) Pour la transmission directe des charges sur les appuis, on pourra prendre (Fig. 30) :

— si $L_4 > a_1 + 1{,}5\,h$: $V_3 = L_4 - 5h/6 - a_1$

— si $a_1 + 0{,}5\,h < L_4 < a_1 + 1{,}5\,h$: $V_3 = \frac{p_3}{3h}\left(L_4 - a_1 + \frac{h}{2}\right)\left(L_4 - a_1 - \frac{h}{2}\right)$

— si $L_4 < a_1 + 0{,}5\,h$: $V_3 = 0$

Remarque : On peut aussi effectuer le calcul en flexion composée de traction.

• Ainsi, au nu de l'appui, on a un moment dû aux charges nul et une traction T au niveau de la face supérieure de la poutre. Le moment par rapport aux aciers supérieurs vaut : $M_1 = F_H d'$, si d' représente la distance du centre de gravité des aciers supérieurs à la face supérieure de la poutre. La section d'acier est donnée par $A_s = (M_1 / z + F_H)\gamma_s / f_e$.

• En travée, pour un moment maximum dû à la flexion M_u, on calcule le moment par rapport aux aciers inférieurs : $M_1 = M_u - F_H d$. La section d'acier est donnée par $A_l = (M_1 / z + F_H)\gamma_s / f_e$

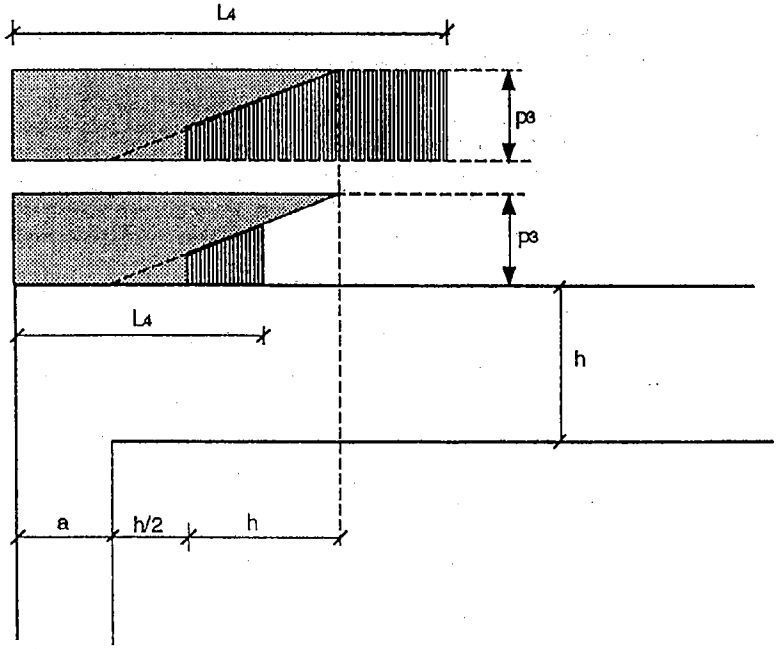


Fig. 30 — Transmission directe des charges à l'appui

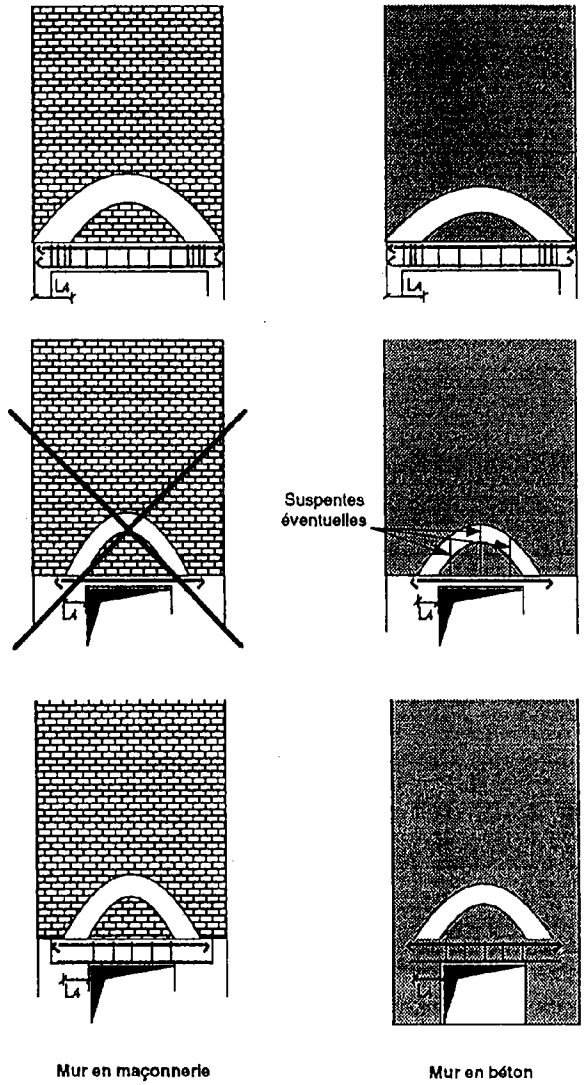


Fig. 31 — Types de dispositions des aciers de tirant

7.4. Exemple

Mur en maçonnerie de briques perforées de 20 cm d'épaisseur (poids volumique : 13,5 kN/m³) de classe 150 : résistance R = 13,5 MPa (Fig. 32).

Charges permanentes : g = 80 kN/m, charges variables : q = 14,67 kN/m.

Fissuration peu préjudiciable, à l'abri des intempéries.

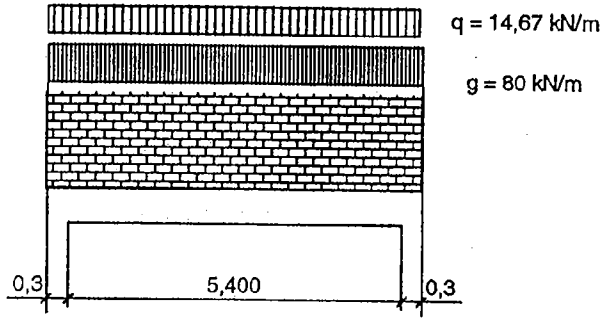


Fig. 32 — Exemple de voûte de décharge

Variable	Symb.	Formule	Unité	
Portée entre nus	L_2	Fig. 32	m	5,400
Largeur appui	a_1	Fig. 32	m	0,300
Épaisseur voûte	b_0	Donnée	m	0,200
Coeff. de frottement	f	BAEL		0,5
Inclinaison voûte	α	p / 2 - Arctg(f)	rd	1,11
	α		°	63,43
Hauteur poutre	h	Donnée	m	0,5
Résistance maçonnerie	σ_u	Maçonnerie (BAEL)	MPa	2
Charge ELU	p_u	$1{,}35g + 1{,}5q$	MN/m	0,135
Résistance béton poutre	f_{c28}	Donnée	MPa	25
Résistance traction	f_{t28}	$0{,}06 f_{c28} + 0{,}6$	MPa	2,1
Limite élastique acier	f_e	Donnée	MPa	500
Longueur hors tout	L	$L_2 + 2a_1$	m	6,000
Portée entre axes	L_1	$L_2 + a_1$	m	5,700
Largeur voûte	a_0	$0{,}5 p_u L$ / ($\sin\alpha\, b_0 \sigma_u$)	m	1,132
Longueur d'appui voûte (1)	L_4	$0{,}5 p_u L$ / ($\sigma_u b_0 \sin^2\alpha$)	m	1,266
Poussée horizontale	F_H	$0{,}5 p_u L f$	MN	0,2025
Acier de tirant	A_s	11 500 × F_H / f_e	cm²	4,66
Longueur maç. sous voûte	L_3	$L - 2L_4$	m	3,469
Hauteur voûte	f'	$L_3 \operatorname{tg}\alpha$ / 4	m	1,734
Charge voûte	p_3	$p_u L$ / ($2L_4$)	MN/m	0,3200

Variable	Symb.	Formule	Unité	
Maçonnerie sous voûte				
Poids vol. maçonnerie	ϖ	Voir en 6.5 ci-dessus	kN/m³	13,5
Poids unitaire	p_1	$1{,}35 f' \varpi b_0$ / 1000	MN/m	0,00632
Poids	P_1	$2 p_1 L_3$ / 3	MN	0,01462
Effort tranchant réduit	V_1	P_1 / 2	MN	0,00731
Moment	M_1	$V_1(L_2/2 - 3L_3/16)$	MNm	0,01498
Poutre béton armé				
Poids unitaire	p_2	$1{,}35 \times 0{,}025 b_0 h$	MN/m	0,0034
Effort tranchant réduit	V_2	$0{,}5 p_2 L_2 [1 - 5h/(3L_2)]$	MN	0,00776
Moment	M_2	$p_2 L_2^2$ / 8	MNm	0,0123
Voûte				
Effort tranchant	V_3	(3)	MN	0,1757
Moment	M_3	$p_3(L4 - a_1)^2$ / 2	MNm	0,1492
Effort tr. total réduit	V_u	$V_1 + V_2 + V_3$	MN	0,1908
Moment total	M_u	$M_1 + M_2 + M_3$	MNm	0,1766
Cisaillement	τ_u	V_u / ($0{,}9 b_0 h$)	MPa	2,15
Coeff. de flexion composée	k(2)	$1 - 5 p_u L \operatorname{cotg}\alpha / (b_0 h f_{c28})$		0,1900
Aciers d'effort tranchant	A_t/s_t	11 500($\tau_u - 0{,}3 k f_{t28}$) b_0 / ($0{,}9 f_e$)	cm²/m	10,38
Moment réduit ELU	μ	M_u / ($0{,}81 b_0 h^2 \sigma_{bu}$)		0,3077
Bras de levier	z	$0{,}45h(1 + \sqrt{1 - 2\mu})$	m	0,3645
Acier inférieur	A_l	11 500 M_u / ($z f_e$)	cm²	11,14
Eff. tr. non réduit	V_{nr}	$V_1 + p_2 L_2/2 + p_3(L_4 - a_1)$	MN	0,3254
Acier de glissement	A_g	11 500 V_{nr} / f_e	cm²	7,48
Eff. tr. à l'absc. L_4	V_4	$V_1 + p_2(L/2 - L_4)$	MN	0,0132
Cisaillement	τ_4	V_4 / ($0{,}9 b_0 h$)	MPa	0,146
Aciers tr. partie centrale	$(A_t/s_t)_0$	Max{$0{,}4 b_0/f_e$; ($\tau_4 - 0{,}3 k f_{t28}$) b_0/($0{,}9 f_e$)}	cm²/m	1,60
Contrainte bielle	σ_{bi}	$2V_{nr}$ / b_0 / ($a_1 - 0{,}04$)	MPa	12,52

(1) Si $L_4 < a_1$, faire $a_1 = L_4$, $L_1 = L_2 + 2L_4$

(2) k = 0 si la fissuration est préjudiciable, très préjudiciable ou s'il y a reprise de coulage, sinon $k = 1 - \frac{10\,\sigma_{cm}}{f_{c28}}$ (BAEL art. A.5.1.23)

(3) $V_3 = p_3(L_4 - a_1 - 5h/6)$ si $L_4 > 1{,}5h$

On vérifie bien que :

$\mu = 0{,}317 < 0{,}37$

$\tau_u = 2{,}13 < 3{,}33 = 0{,}2 f_{c28} / 1{,}5$

$\sigma_{bi} = 12{,}52 < 14{,}17 = 0{,}85 f_{c28} / 1{,}5$

Remarque : Si on effectue le calcul en flexion composée de traction, on obtient :
— au nu de l'appui, le moment par rapport aux aciers supérieurs qui vaut :
$M_1 = F_H d' = 0{,}2025 \times 0{,}04 = 0{,}0081$ MN

moment réduit : $\mu = \dfrac{M_1}{b d^2 \sigma_{bu}} = \dfrac{0{,}0081}{0{,}2 \times 0{,}46^2 \times 14{,}17} = 0{,}0135 < 0{,}37$

avec $F_H = 0{,}5 p_u L f = 0{,}5 \times 0{,}135 \times 6 \times 0{,}5 = 0{,}2025$ MN
$d' = 0{,}04$ m (15 mm d'enrobage compte tenu des tolérances d'exécution en fissuration peu préjudiciable et à l'abri des intempéries, 8 mm pour les aciers transversaux et 8 mm de demi-diamètre d'aciers principaux, soit 31 mm arrondi à 40 mm), d'où $d = 0{,}46$.
$z = 0{,}5 d(1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}5 \times 0{,}46(1 + \sqrt{1 - 2 \times 0{,}0135}) = 0{,}4569$ m
$A_s = (M_1/z + F_H)\gamma_s / f_e = (0{,}0081/0{,}4569 + 0{,}2025) \times 1{,}15 \times 10^4 / 500 = 5{,}07$ cm², valeur légèrement supérieure au 4,66 trouvés directement, mais inférieurs aux 5,09 retenus ci-après) ;
— en travée, $M_1 = M_u - F_H d = 0{,}1819 - 0{,}2025 \times 0{,}46 = 0{,}08875$ MNm d'où :

$\mu = \dfrac{M_1}{b d^2 \sigma_{bu}} = \dfrac{0{,}08875}{0{,}2 \times 0{,}46^2 \times 14{,}17} = 0{,}1480$ et $z = 0{,}5 d(1 + \sqrt{1 - 2\mu}) = 0{,}423$ m

La section d'acier est donnée par :

$A_i = (M_1/z + F_H)\gamma_s / f_e = \left(\dfrac{0{,}08875}{0{,}423} + 0{,}2025\right) \dfrac{1{,}15 \times 10^4}{500} = 9{,}48$ cm², valeur inférieure à la valeur calculée directement de 11,58 cm².

Aciers retenus (Fig. 33) :
— acier supérieur de tirant : 1 HA16 + 2 HA14 (= 5,09 cm² > 4,66 et 5,07)
— acier inférieur de flexion : 2 × 3 HA16 (= 12,06 cm² > 11,58 et 9,48)
— aciers transversaux jusqu'aux appuis :
1 cad. + 1 ép. HA8, $s = 140$ (= 10,71 cm²/m > 10,38)
— aciers transversaux jusqu'à : $0{,}5(L_4 - a_1) = 0{,}48$ m du nu de l'appui :
$\tau_u = 0{,}5(2{,}15 + 0{,}146) = 1{,}148$ MPa

$\dfrac{A_t}{s_t} = \dfrac{(\tau_u - 0{,}3 k f_{t28}) b_0}{0{,}9 f_e} = \dfrac{(1{,}148 - 0{,}3 \times 0{,}19 \times 2{,}1) \times 0{,}2}{0{,}9 \times 500} 10^4 = 4{,}57$ cm²/m

soit 1 cad. + 1 ép. HA8, $s = 300$
— aciers transversaux en partie centrale :
1 cad. + 1 ép. HA6, $s = 400$ (= 2,12 cm²/m > 1,60)

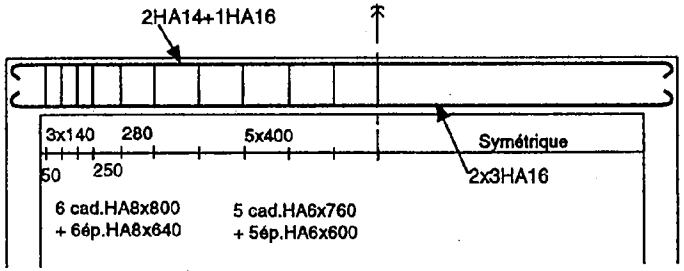


Fig. 33 — Ferraillage

Remarque : L'acier de tirant doit être parfaitement ancré jusqu'au bout de la poutre. Ceci n'est pas possible, car le crochet vers le bas ne permet pas de prendre en compte l'acier avant une certaine distance du nu extérieur. On pourra alors ajouter un acier en U à plat, dont la section vaut (Fig.34) : $A_s L_5 / L_4 = 4{,}66 \times 0{,}116 / 1{,}266 = 0{,}43$ cm², soit :
U HA6 avec $L_5 = 2c + 2\varnothing + 2R - R\sqrt{2}$
$= 2 \times 20 + 2 \times 16 + 2 \times 75 - 75\sqrt{2} = 116$ mm.

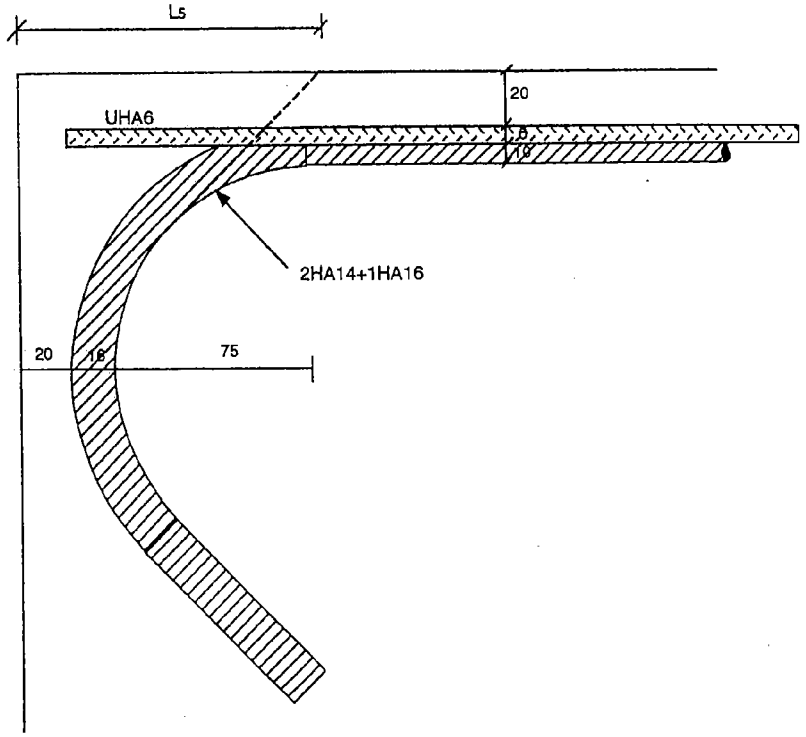


Fig. 34 — Détail de ferraillage à l'extrémité

7.5. Tracé funiculaire d'un chargement donné

Le tracé funiculaire d'un arc bi-articulé pour un chargement donné est celui de la courbe des moments du même chargement sur une travée de poutre sur deux appuis simples, à une constante près.

En effet, l'équilibre de l'élément d'arc AM, sous l'action des forces extérieures s'écrit (Fig.35) :

— horizontalement : $H(x) = H_0$

— verticalement : $V_0 - \int_0^x p(x)dx = V(x)$

— moment par rapport au point A : $\int_0^x V(x)dx = H(x).y(x) = H.y(x)$ car le moment est nul dans l'arc au point M par définition d'un arc funiculaire.

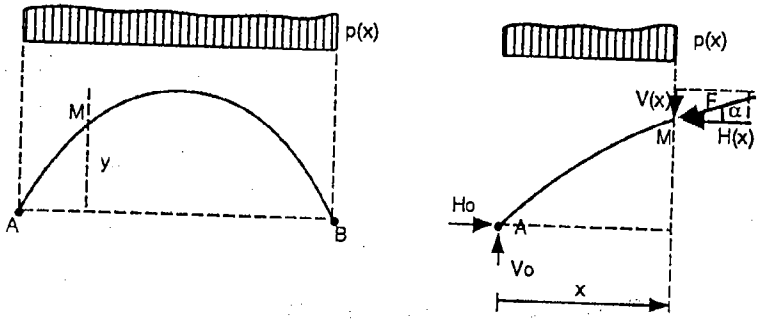


Fig. 35 — Arc funiculaire d'un chargement donné

Or $\int_0^x V(x)dx = M(x)$ = moment d'une poutre sur deux appuis simples soumise au même chargement $p(x)$, d'où la poussée horizontale constante $H = \frac{M}{y}$ et la poussée selon la fibre de l'arc : $F = \frac{H}{\cos \alpha}$.

EXEMPLE : Pour une charge répartie constante p, le moment de la poutre sur deux appuis simples a l'allure d'une parabole : $M(x) = 0{,}5px(L - x)$ avec un maximum à mi-travée $M = \frac{pL^2}{8}$ d'où la composante horizontale de l'effort de poussée $H = \frac{M}{f} = \frac{pL^2}{8f}$ si f désigne la flèche de l'arc à mi-travée.

On aura la forme de la courbe de l'arc funiculaire d'un arc en regardant l'allure de la courbe des moments de la poutre isostatique soumise au même chargement (voir chapitre 2, cas 1 à 23).

7.6. Programme «VOUTE» *

7.6.1. *Mode d'emploi*

Ligne 1
BM
= 1 pour une voûte en maçonnerie
= 2 pour une voûte en béton

Ligne 2
L, a_1, a_2
L = Portée entre nus (m),
a_1 = Longueur de l'appui gauche (m),
a_2 = Longueur de l'appui droit (m)

Ligne 3
b, h
b = Épaisseur de la poutre béton (m),
h = Hauteur totale de la poutre (m)

Ligne 4
f_{c28}, f_e
f_{c28} = Résistance caractéristique du béton de poutre (MPa),
f_e = Limite élastique de l'acier (MPa)

Ligne 5
(si BM=2)
f_{cv}
= Résistance caractéristique du béton de la voûte (MPa)

Ligne 6
Fiss
= 1 pour une fissuration peu préjudiciable
= 2 pour une fissuration préjudiciable
= 3 pour une fissuration très préjudiciable

Ligne 7
g, q
g = Charges permanentes non majorées (kN/m)
q = Charges variables non majorées (kN/m)

Ligne 8
ϖ
= Poids spécifique de la maçonnerie de la voûte (kN/m³)

7.6.2. *Exemple*

```
1          ' pour une voûte en maçonnerie de briques perforées
5.4,0.3,0.3 ' portée entre nus, longueur de l'appui gauche, longueur de l'appui
           droit
0.2,0.5    ' épaisseur de la poutre béton, hauteur totale de la poutre
25,500     ' résistance du béton de poutre et limite élastique de l'acier
1          ' pour une fissuration peu préjudiciable
80,18      ' charges permanentes, charges variables (non majorées)
13,5       ' poids spécifique de la maçonnerie de la voûte
```

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

7.6.3. Données sur écran

```
VOUTE1
Voulez-Vous Entrer les Donnees :
   1 = au Clavier,
   2 = en DATA
? 1
Voute en : 1= Maconnerie , =2 Beton? 1
(Separez les Variables d'une meme Ligne par une Virgule)
Portee entre Nus, Longueurs Appui Gauche, Appuis Droit (m) =? 5.4,0.3,0.3
Epaisseur, Hauteur Totale Poutre (m) = ? 0.2,0.5
Resistance Beton, Limite Elastique Acier (MPa) =? 25,500
Fissuration peu Prej.(=1), Prej.(=2), tres Prej.(=3)? 1
Charges Permanentes, Variables, non ponderees (kN/m) =? 80,18
Poids Specifique Maconnerie (kN/m3) =? 13.5
```

7.6.4. Résultats sur écran

```
VOUTE1
DONNEES
-------
Voute en Maconnerie
Portee entre Nus d'Appuis  =  5.400 m
Longueur de l'Appui Gauche = 0.300 m
Longueur de l'Appui Droit  = 0.300 m
Epaisseur de la Poutre = 0.200 m
Hauteur de la Poutre   = 0.500 m
Resistance du Beton de la Poutre = 25.0 MPa
Charge Permanente sur Poutre =  80.00 KN/m
Charge Variable sur Poutre   =  18.00 KN/m
Charge ELS =  98.00 kN/m
Charge ELU = 135.00 kN/m
Fissuration peu Prejudiciable

Enrobage a l'Axe des Aciers Sup. =33.0 mm
Enrobage a l'Axe des Aciers Inf. =33.0 mm
```

```
VOUTE
RESULTATS
---------
Aciers Superieurs =  4.99 cm2
Aciers Inferieurs =  9.00 cm2
Acier de Glissement Gauche =  7.48 cm2
Acier de Glissement Droit  =  7.48 cm2
Aciers Transversaux a Gauche =  9.82 cm2/m
   sur une Longueur a partir du Nu Interieur Gauche =  0.965 m
Aciers Transversaux a Droite =  9.82 cm2/m
   sur une Longueur a partir du Nu Interieur Droit  =  0.965 m
Aciers Transversaux Centraux =  1.60 cm2/m
Cisaillement Maximum =  2.04 MPa <  3.33 MPa OK
Contrainte  Bielle   = 12.52 MPa < 14.17 MPa OK
Hauteur de la Voute  =  1.734 m
Hauteur de la Poutre =  0.500 m
```


8. LINTEAUX

Un linteau est un élément, en béton, en acier ou en bois, jouant le rôle de support de la partie de mur située au-dessus d'une ouverture (Fig.36).

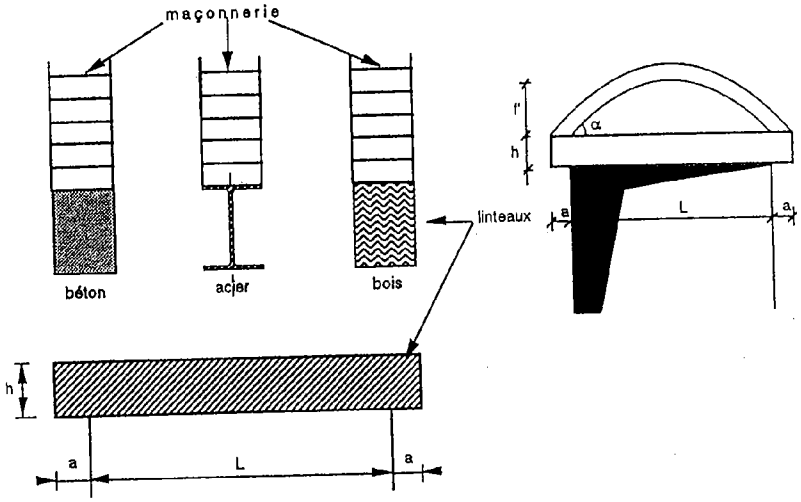


Fig. 36 — Types de linteaux et voûte de décharge ($a \geqslant 0{,}20$ m)

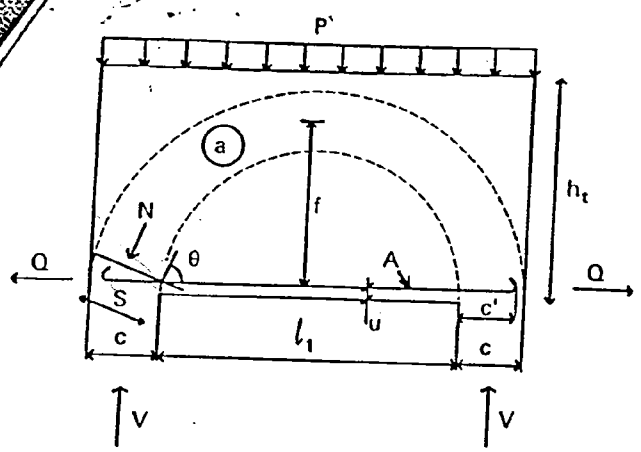
8.1. Calcul d'un linteau en béton armé

On admet qu'il se forme une voûte de décharge dans la maçonnerie transmettant deux efforts à chaque extrémité du linteau :
— une charge verticale V représentant la moitié des charges situées au-dessus de l'ouverture ;
— une poussée horizontale $H = fV$, où f représente le coefficient de frottement entre la maçonnerie et le béton du linteau.

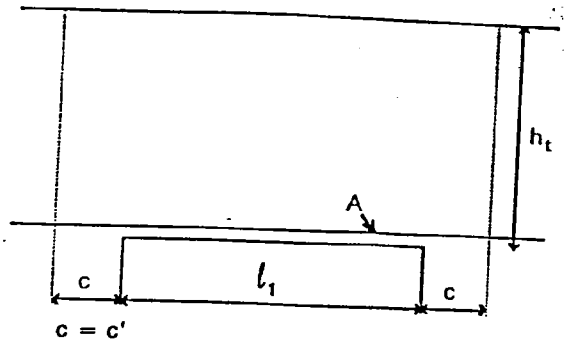
La longueur d'appui a est telle que la contrainte de compression dans la voûte ne dépasse pas la contrainte limite réglementaire σ_{lim} :

$$\sigma = \frac{V/\sin\alpha}{ba\sin\alpha} = \frac{V}{ba\sin^2\alpha} \leqslant \sigma_{lim} \text{ avec } \operatorname{cotg}\alpha = f$$

VOUTES DE DECHARGE



Cas n°1



Cas n°2

cas n°2 : idem cas n°1 mais c n'est pas fixé a priori :

On prendra $h_t - l_1 \leq c \leq 2\,h_t - l_1$ étant entendu que la valeur la plus économique de c est la plus petite valeur comprise dans cette fourchette et permettant de vérifier les conditions liées à la compression du béton de la voûte et de ses appuis, l'optimisation impliquant un calcul itératif.

On pose $l = l_1 + c$, le calcul en voûte n'est possible que si $h_t \geq 0{,}5\,l$. Si cette condition n'est pas satisfaite, on procède à un calcul en poutre.

- On a alors : $f = 0{,}8\,h - u$ avec $h = \text{Min}\,(h_t\,;\,l)$ et :

$$M_0 = \frac{p\,l^2}{8}, \qquad Q = \frac{M_0}{f}, \qquad \boxed{A = \frac{Q}{f_{ed}}} \quad \text{avec } f_{ed} = \frac{f_c}{\gamma_s}$$

- **Compression de la voûte à la naissance (σ) :**

$$\text{On a } \operatorname{tg}\theta = \frac{4f}{l}, \quad V = P\left(\frac{l + c}{2}\right), \quad N = \frac{V}{\sin\theta}, \quad S = a\,\tau\,\sin\theta \text{ d'où } \sigma = \frac{N}{S} = \frac{V}{a\,c\,\sin^2\theta}$$

On tient compte d'une excentricité accidentelle de 1 cm sur le voile et, dans le cas 1, on remplace c par c' pour tenir compte de l'enrobage du tirant.

On a finalement : $\sigma = \dfrac{V}{(a - 2\text{ cm})\,c'\,\sin^2\theta}$ .Si $\sigma \leq \dfrac{0{,}8\,f_{c28}}{\gamma_b}$ OK

Si $\dfrac{0{,}8\,f_{c28}}{\gamma_b} < \sigma \leq 1{,}2\,\dfrac{f_{c28}}{\gamma_b}$, on doit armer la zone concernée dans les deux directions, cf les poutres.

Si $1{,}2\,\dfrac{f_{c28}}{\gamma_b} < \sigma$, le coffrage ne convient pas.

- **Compression maximale dans la voûte :**

Il faut $\dfrac{V}{a\,c} \leq \dfrac{f_{c28}}{2}$ ($\dfrac{f_{c28}}{3}$ si la fissuration est très préjudiciable), c étant susceptible d'être affecté par la présence d'ouvertures.

- Les charges appliquées sous la voûte doivent être relevées au dessus de sa ligne moyenne.

b = épaisseur de la maçonnerie
$a \sin\alpha$ = largeur de la voûte à sa naissance, perpendiculairement à l'effort de compression F
$F = V / \sin\alpha$ = effort de compression dans la voûte à sa naissance

d'où : $$a \geqslant \frac{V}{b \sin^2\alpha \sigma_{lim}}$$

Si p désigne la charge par unité de longueur supportée par la voûte, on a :

$$V = p(L/2 + a) = \frac{pL}{2} + \frac{pV}{b \sin^2 \alpha \sigma_{lim}} \quad \text{d'où :} \quad V = \frac{0{,}5pL}{1 - \frac{p}{b \sin^2\alpha \sigma_{lim}}}$$

La composante horizontale de l'effort de poussée vaut : $H = \dfrac{0{,}5pfL}{1 - \frac{p}{b \sin^2\alpha \sigma_{lim}}}$

Compte tenu de la transmission directement des charges aux extrémités du linteau, il n'y a pas lieu de prendre en compte l'effort tranchant, mais seulement une traction transmise par frottement par la maçonnerie sur la face supérieure du linteau.

Cette traction nécessite des aciers supérieurs calculés en flexion composée de traction (effort excentré).

EXEMPLE : Soit une ouverture de 2 m de longueur et un linteau de 0,2 m de hauteur devant reprendre une charge répartie p_u = 12,5 kN/m. La maçonnerie, en blocs pleins de béton, a une épaisseur de 0,15 m et une contrainte limite de calcul réglementaire σ_{lim} = 2 MPa (BAEL, art. B.6.8.3). Le coefficient de frottement vaut f = 0,5 (BAEL, art. B.6.8.3), d'où :

$$\operatorname{cotg}\alpha = 0{,}5 \text{ et } \sin^2\alpha = \frac{1}{1 + \operatorname{cotg}^2\alpha} = 0{,}8$$

Nous admettons un enrobage à l'axe des aciers de 3 cm :
$d' = 0{,}03$ m et $d = h - d' = 0{,}20 - 0{,}30 = 0{,}17$ m (hauteur utile).

La composante verticale de l'effort de poussée de la voûte est égale à :

$$V = \frac{0{,}5pL}{1 - \frac{p}{b \sin^2\alpha \sigma_{lim}}} = \frac{0{,}5 \times 12{,}5 \times 2 \times 10^{-3}}{1 - \frac{12{,}5 \times 10^{-3}}{0{,}15 \times 0{,}8 \times 2}} = 0{,}00132 \text{ MN} = 13{,}2 \text{ kN}$$

La longueur d'appui est donnée par : $a \geqslant \dfrac{V}{b \sin^2\alpha \sigma_{lim}} = \dfrac{0{,}0132}{0{,}15 \times 0{,}8 \times 2} = 0{,}055$ m

En supposant une répartition triangulaire des contraintes sur la maçonnerie (DTU 20.1, art.4.3), la longueur d'appui serait de 0,11 m ; cette valeur ne pouvant dépasser la hauteur du linteau de 0,20 m (DTU 20.1, art.4.31), mais doit être au moins égale à 0,20 m (DTU 20.1, art. 2.13). Nous retiendrons un débord de 0,20 m.

L'effort de traction horizontal vaut $H = fV = 0{,}5 \times 0{,}0132 = 0{,}0066$ MN.
Le moment par rapport aux aciers tendus supérieurs vaut :
$M_1 = Hd' = 0{,}0066 \times 0{,}03 = 0{,}000198$ MNm

Moment réduit $\mu = \dfrac{M_1}{bd^2\sigma_{bu}} = \dfrac{0{,}000198}{0{,}15 \times 0{,}17^2 \times 14{,}17} = 0{,}0032 < 0{,}37$

Bras de levier : $z = 0{,}5d(1 + \sqrt{1 - 2\mu} = 0{,}1697$ m

Acier $A_s = \left(\dfrac{M_1}{z} + H\right) / \sigma_u = \left(\dfrac{0{,}000198}{0{,}1697} + 0{,}0066\right) \dfrac{1{,}15 \times 10^4}{500} = 0{,}18$ cm².

soit 1 HA 6 (= 0,283 cm²).

De plus, le linteau doit être capable de reprendre outre son poids propre g_1, le poids de la maçonnerie situé sous la voûte g_2 qui a une hauteur maximale :

$f' = \dfrac{L}{4f} = \dfrac{2}{4 \times 0{,}5} = 1$ m (propriété de la parabole).

Matériau	Poids volumique en kN/m³
Briques creuses	9
Briques perforées et blocs creux en béton	13,5
Briques pleines	19
Blocs pleins en béton	21

$g_1 = 24{,}5bh = 24{,}5 \times 0{,}15 \times 0{,}2 = 0{,}735$ kN/m
$g_2 = \varpi bf' = 21 \times 0{,}15 \times 1 = 3{,}15$ kN/m

Le poids P_2 de la maçonnerie située sous la voûte de forme parabolique, vaut :

$P_2 = \dfrac{2}{3} g_2 L = 4{,}20$ kN d'où l'effort vertical en ELU :

$V_u = 1{,}35 \times 0{,}5(g_1 L + P_2) = 3{,}83$ kN
et le moment $M_u = 1{,}35\{g_1 L^2 / 8 + 0{,}5 P_2 L (0{,}5 - 3/16)\} = 2{,}268$ kNm
(le coefficient 3/16 détermine le centre de gravité d'une demi-parabole).

Moment par rapport aux aciers tendus inférieurs :
$M_1 = M_u - Hd = 2{,}268 - 6{,}66 \times 0{,}17 = 1{,}136$ kNm $= 0{,}001136$ MNm

Moment réduit $\mu = \dfrac{M_1}{bd^2\sigma_{bu}} = \dfrac{0{,}001136}{0{,}15 \times 0{,}17^2 \times 14{,}17} = 0{,}01849 < 0{,}37$

Bras de levier : $z = 0{,}5d(1 + \sqrt{1 - 2\mu} = 0{,}1684$ m

Acier $A_s = \left(\dfrac{M_1}{z} + H\right) / \sigma_u = \left(\dfrac{0{,}001136}{0{,}1684} + 0{,}0066\right) \dfrac{1{,}15 \times 10^4}{500} = 0{,}31$ cm²

soit 1 HA8 (= 0,503 cm²).

Nous disposerons de quelques étriers HA6 de construction (Fig.37).

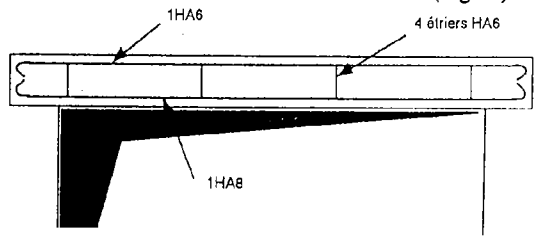


Fig. 37 — Linteau en béton armé. Ferraillage

• Armatures transversales

Pour des linteaux de faible portée (inférieure à 2,00 m) et ne supportant pas de charges concentrées, la quantité minimale d'armatures verticales d'effort tranchant peut être omise (EC 2, art. 4.3.2.1.(3)). Ainsi, pour un linteau où le cisaillement de calcul est inférieur au cisaillement repris par le béton, on pourra se dispenser de mettre des cadres.

8.2. Linteau en acier ou en bois

On ne pourra considérer la création d'une voûte de décharge, à moins de disposer de connecteurs entre la maçonnerie et le linteau (ou de butées).

Ce dernier sera calculé comme une poutre sur deux appuis simples sous une charge répartie uniforme ; moment maximal $M_u = \frac{pL^2}{8}$.

9. POUTRES-CLOISONS

9.1. Généralités

Les poutres courantes sont des éléments dont une dimension (la longueur) est grande par rapport aux deux autres (épaisseur et hauteur).

À l'inverse, les poutres-cloisons, chargées dans leur plan, ont deux dimensions grandes (la longueur et la hauteur) par rapport à la troisième (l'épaisseur). De ce fait, leur comportement à la flexion et au cisaillement est différent de celui des poutres.

On admet qu'une poutre de hauteur supérieure à la moitié de sa portée, ne se comporte plus comme une poutre classique, en particulier qu'une section plane ne reste pas plane après déformation.

Les poutres-cloisons peuvent être continues ou ne comporter qu'une seule travée.

Elles sont généralement utilisées pour reprendre de fortes charges, concentrées (poteaux) ou réparties (planchers ou voiles situés au-dessus).

Pour des charges réparties plus faibles, on utilisera de préférence la méthode de la voûte de décharge étudiée en 7 ci-dessus, qui est une solution plus économique, surtout lorsque les appuis ont une largeur importante.

La répartition des contraintes ne satisfait plus à la loi de Navier et l'on constate à la suite d'essais (études photo-élasticimétriques sur des maquettes en matériau homogène), que pour les poutres-cloisons de grande hauteur, la partie supérieure ne joue aucun rôle dans la résistance à la flexion.
On constate même, pour des charges concentrées, l'existence de plusieurs fibres neutres dans la hauteur de la poutre.

9.2. Comportement des poutres-cloisons

9.2.1. Sous charge concentrée

On peut voir sur la figure 38 la répartition des contraintes normales de deux poutres-cloisons de hauteur égale à la portée et à deux fois la portée.

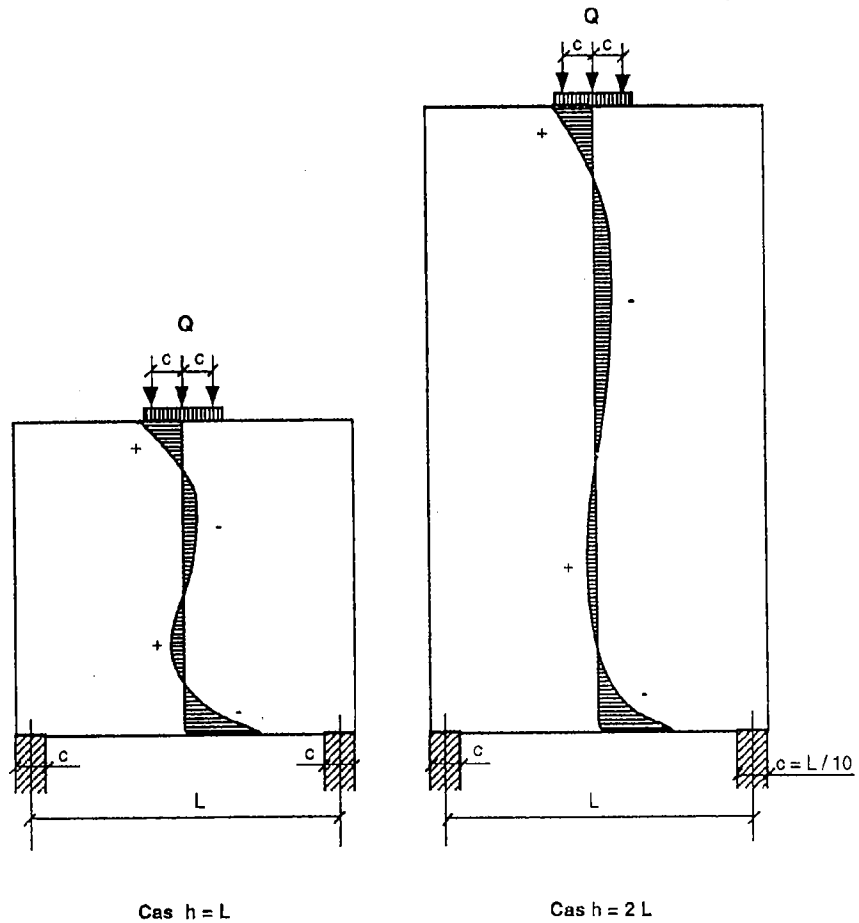
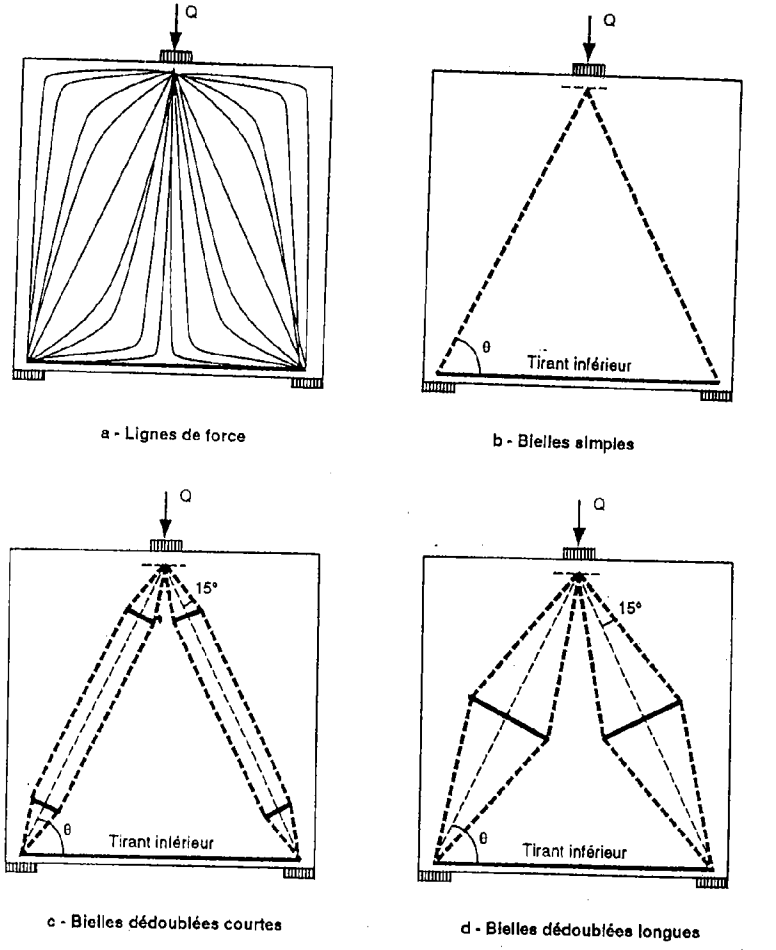


Fig. 38 — Poutre-cloison. Charge concentrée. Contraintes de compression(+), de traction(-)

On constate la présence de trois fibres neutres et de zones de traction en dehors de la partie inférieure et non une seule comme le laisserait croire l'application de la théorie des poutres.

• **Méthode bielles et tirants**

Une première approche du fonctionnent d'une poutre cloison peut consister à considérer une transmission directe de la charge Q aux deux appuis par deux bielles et un tirant inférieur d'équilibre (Fig.39-b).



a - Lignes de force

b - Bielles simples

c - Bielles dédoublées courtes

d - Bielles dédoublées longues

Fig. 39 — Poutre-cloison. Lignes de force. Deux bielles et un tirant

En fait, la bielle s'épanouit (comme les lignes de force, Fig.39-a) et peut être assimilée, à son départ sous la charge Q, à deux petites bielles divergentes (Fig.39-b et c). On admettra un angle de 15°, ce qui veut dire que chaque bielle couvre un angle de 30°, soit 60° pour deux bielles sur les 90° de diffusion de la charge. On néglige ainsi les lignes de force extrêmes.

On constate la présence de tirants en partie centrale (cas d) ou supérieure et inférieure (cas c) pour assurer l'équilibre des deux biellettes divergentes. La longueur des bielles divergentes n'étant pas déterminable, la position de ces tirants est non précise.

Par exemple, si la poutre a une hauteur égale à la moitié de sa portée, et que l'on considère deux bielles moyennes à 45°, l'équilibre du triangle inférieur (Fig.40) conduit à un effort de traction T_2 dans le petit tirant :

$T_2 = \frac{Q\sqrt{2}}{4} \operatorname{tg} 15° = 0{,}0947\,Q$ soit environ 19 % de l'effort de traction du tirant principal $\left(T_1 = \frac{Q}{2}\right)$.

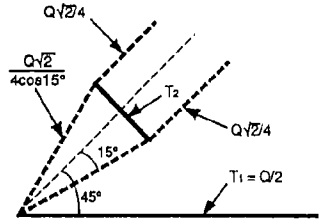


Fig. 40 — Efforts dans les bielles et tirants du triangle inférieur gauche

Pour une poutre-cloison de grande hauteur (h = 2 L), le schéma bielle-tirant peut prendre l'allure de la fig. 41.

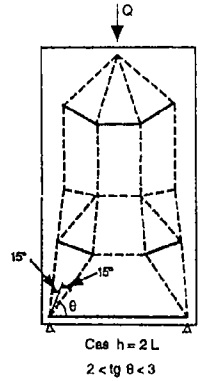


Fig. 41 — Poutre-cloison avec h = 2 L. Charge concentrée
Schéma bielles et tirants

Dans l'exposé ci-dessus, nous avons assimilé le fonctionnement d'une poutre-cloison sous charge concentrée à un ensemble de deux bielles inclinées entre la charge et les appuis, et un tirant d'équilibre en partie basse comme une ferme à tirant (Fig.42-a). On pourrait tout aussi bien considérer une transmission de la charge par une bielle verticale jusqu'aux aciers inférieurs qui seraient relevés pour remonter les deux demi-charges à la verticale des appuis, puis transmis à ces derniers par deux autres bielles verticales, à l'instar d'une ferme avec arbalétrier (Fig.42-b).

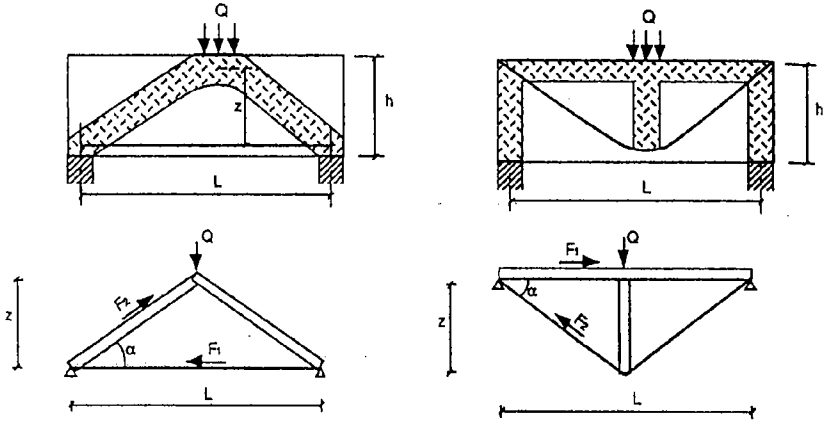


Fig. 42 — Poutre-cloison assimilée à une ferme à tirant ou à une ferme à arbalétrier

Les poutres-cloisons suivant la deuxième méthode font apparaître des fissures verticales en partie inférieure au droit du relevage des aciers (Fig.43). Les règlements antérieurs (BA 45, CCBA 68) préconisaient ce type de ferraillage. Les nouveaux règlements (BAEL 91, Eurocode 2) préfèrent, en plus du tirant inférieur rectiligne, un quadrillage général qui reprendra les tractions décelées dans les Fig.39-c, Fig.39-d et Fig.41.

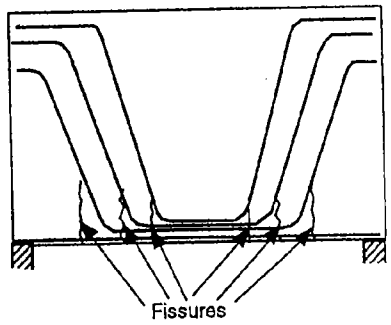


Fig. 43 — Poutre-cloison armée avec des aciers inférieurs relevés (solution déconseillée)

9.2.2. Sous charge répartie

La même étude sur des poutres-cloisons soumises à des charges réparties fait appaître une seule fibre neutre dont la distance x à la fibre inférieure est pratiquement constante, indépendante de la hauteur h de la poutre et de l'ordre de 0,2 à 0,3 fois la portée L et un bras de levier z variant peu entre 0,6 et 0,7 Min [h ; L] (Fig.44).

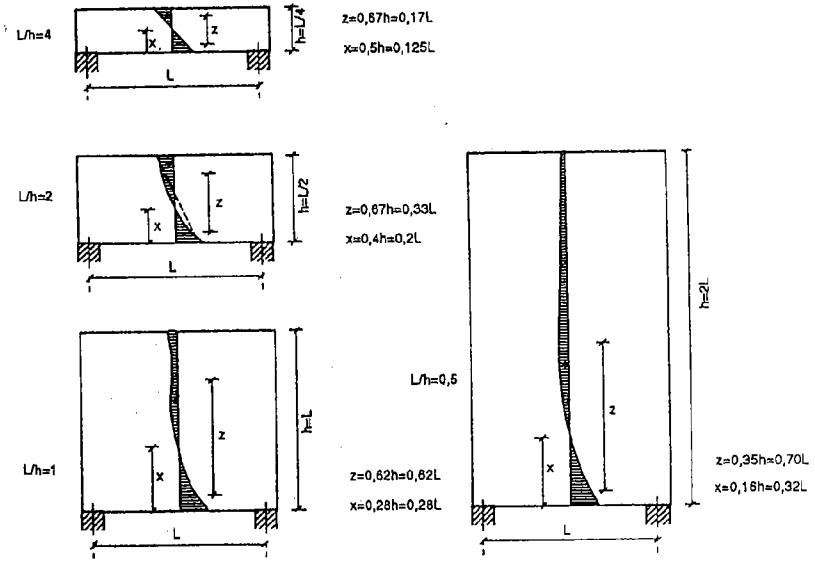


Fig. 44 — Poutre-cloison sous charge répartie

On peut également imaginer un schéma de bielles et tirants (Fig.45), avec une inclinaison θ telle que $2 < \operatorname{tg}\theta < 3$, soit $63° < \theta < 71°$.

On a ainsi $z = (0{,}25\,L)\operatorname{tg}\theta = 0{,}25 \times 2{,}5\,L = 0{,}625\,L$, valeur proche de ce qui est indiqué sur la figure 44.

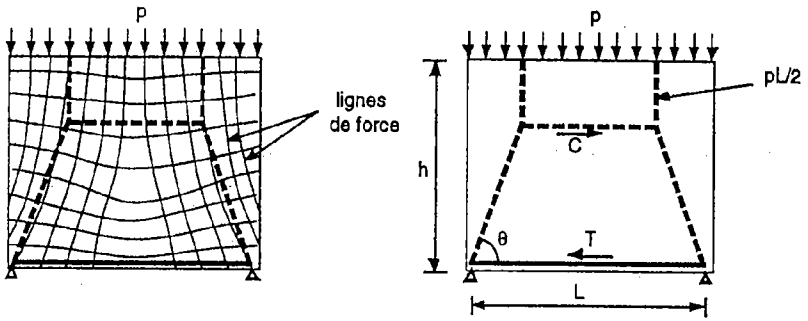


Fig. 45 — Poutre-cloison. Charge répartie. Schéma bielles et tirants

9.3. Dispositions réglementaires (Annexe E.5 du BAEL 91)

Les parois sont supposées chargées dans leur plan et raidies par des montants d'appuis ou d'autres parois fléchies capables d'assurer la fixité transversale des sections d'appui.

9.3.1. Épaisseur minimale

Il convient de disposer d'une épaisseur minimum pour :

— que la contrainte de cisaillement ne dépasse pas la contrainte limite prise égale à $0{,}133 f_{c28}$ $\left(\text{valeur qui représente la contrainte limite de cisaillement des poutres en fissuration peu préjudiciable : } 0{,}20\frac{f_{c28}}{1{,}5}\right)$, ce qui conduit à une épaisseur minimale : $b_0 \geqslant 3{,}75\,\frac{p_u}{f_{c28}}\,\mathrm{Max}\left(\frac{L}{h}\,;\,1\right)$;

— que la condition de non-déversement de la paroi dont la fixité des sections d'appui (poteaux ou voiles en retour) est seule assurée, soit vérifiée : $b_0 \geqslant 0{,}14\,L\sqrt[3]{\frac{p_u}{h f_{c28}}}$.

Pour des parois raidies en parties supérieure et inférieure par des membrures longitudinales (planchers par exemple), on se contentera de vérifier la seule condition de cisaillement.

L'épaisseur doit être également suffisante pour loger les aciers et leurs ancrages convenablement.

9.3.2. Sollicitations

La portée de calcul est prise égale à :

$L = \mathrm{Min}\,[1{,}15\,L_0\,;\,L_1]$ avec L_0 = portée entre nus et L_1 = portée entre axes.

Le calcul est à effectuer en ELU.

Pour une charge répartie uniforme $p_u = 1{,}35\,g + 1{,}5\,q$ et pour une travée isostatique, on utilisera le *moment de référence* $M_{ou} = \frac{p_u L^2}{8}$.

Pour une poutre continue, on pourra déterminer les moments de référence à partir des règles forfaitaires (voir chap. 1, art. 8) en fonction des moments isostatiques M_{ou} de chaque travée.

L'effort tranchant de référence est donné par : $V_{ou} = \frac{p_u L}{2}$

Le cisaillement de référence est égal à : $\tau_{ou} = \frac{V_{ou}}{b_0\,\mathrm{Min}\,(h\,;\,L)}$

Pour le cas de charges réparties p_i appliquées en partie inférieure de poutre, le cisaillement dû à ces charges est à compter pour deux fois sa valeur dans le calcul des aciers horizontaux inférieurs et supérieurs.

Si ces charges sont appliquées à la cote $y < h$, elles seront comptées pour une fraction $2 - \frac{y}{h}$.

Pour des *charges concentrées* apportées par des nervures verticales régnant sur toute la hauteur (voiles croisés par exemple), on pourra prendre comme moment de référence, le moment dû à ces charges concentrées calculé par la Résistance des Matériaux.

9.3.3. Armatures principales inférieures

Leurs sections sont calculées par la formule classique : $A_s = \frac{M_{ou}\gamma_s}{z f_e}$

avec $z = \mathrm{Min}\,[0{,}6\,L\,;\,0{,}2\,(L + 2h)]$ pour une travée isostatique,
$z = \mathrm{Min}\,[0{,}5\,L\,;\,0{,}2\,(L + 1{,}5h)]$ pour une poutre continue.

La valeur $z = 0{,}6\,L$ découle des résultats expérimentaux évoqués en 9.2.2 ci-dessus. La deuxième valeur entre crochets limite la valeur de z en fonction de la hauteur. On trouve bien la même valeur pour $h = L$.

Ces armatures sont filantes et totalement ancrées dans les appuis dans tous les cas. Pour les travées isostatiques, elles sont normalement ancrées par des boucles ou crochets horizontaux maintenus par des étriers perpendiculaires horizontaux, ou par les cadres des raidisseurs s'il y en a.

Ces aciers sont à disposer en partie inférieure sur une hauteur égale à $0{,}15\,\mathrm{Min}\,[L\,;\,h]$.

9.3.4. Armatures horizontales réparties inférieures

Pourcentage ρ_h à disposer sur une hauteur $0{,}4\,\mathrm{Min}\,[L\,;\,h]$, donc entre les cotes $0{,}15\,\mathrm{Min}\,[L\,;\,h]$ et $0{,}55\,\mathrm{Min}\,[L\,;\,h]$, soit une section d'acier totale :

$$A_h = 0{,}4\,\mathrm{Min}\,[L\,;\,h]\;b_0\rho_h$$

avec $\rho_h = 0{,}5\left(0{,}6 + 15\,\frac{\tau_{ou}}{f_{c_{28}}}\right)\frac{\tau_{ou}\gamma_s}{f_e}$, non inférieur à $0{,}5\,\frac{\tau_{ou}\gamma_s}{f_e}$, ni à $\frac{0{,}8}{f_e}$

La quantité supérieure à $0{,}75\,\frac{\tau_{ou}\gamma_s}{f_e}$ n'est pas obligatoire dans la partie centrale de longueur égale à 0,4 L_0 pour le cas où il n'y a pas de charges concentrées (Fig.46).

9.3.5. Armatures horizontales réparties supérieures

Pourcentage ρ'_h à disposer sur une hauteur 0,45 Min [L ; h], donc entre les cotes 0,55 Min [L ; h] et 1,00 Min [L ; h], soit une section d'acier totale :

$$A_h = 0{,}45\ \text{Min}\,[L\ ;\ h]\, b_0 \rho'_h$$

avec $\rho'_h = 0{,}6\,\rho_h$, non inférieur à $0{,}3\,\frac{\tau_{ou}\gamma_s}{f_e}$ ni à $\frac{0{,}8}{f_e}$.

9.3.6. Armatures verticales réparties

Pourcentage ρ_v d'armatures, sous forme de cadres plus éventuellement des étriers entourant les aciers supérieurs et inférieurs :

$$\rho_v = \text{Max}\left[\frac{0{,}8}{f_e}\ ;\ 0{,}75\,\frac{\tau_{ou}\gamma_s}{f_e}\right]$$

Pour des poutres-cloisons de hauteur supérieure à L, on ne prolongera qu'un cadre sur deux entre les cotes L et 1,5 L. S'il existe par ailleurs des aciers verticaux dans cette partie de poutre, de section au moins égale à la moitié de la section des cadres de la partie inférieure, on pourra les prendre en compte sous réserve de s'assurer de la continuité de la transmission des efforts (recouvrement des aciers).

Si la poutre reçoit des charges p_i en partie inférieure, celles-ci seront relevées par des cadres supplémentaires de section $A_{vi} = \frac{p_i \gamma_s}{f_e}$. Si la hauteur h est supérieure à L, ces aciers sont à prolonger jusqu'à la cote 1,5 L, à raison d'un cadre sur deux.

9.3.7. Armatures principales supérieures des poutres continues (chapeaux)

Ces armatures sont calculées avec le bras de levier $z = \text{Min}\,[0{,}5\ L\ ;\ 0{,}2\,(L + 1{,}5h)]$.

Elles sont à disposer entre les cotes 0,90 Min [L ; h] et Min [L ; h].

Pour des poutres de hauteur h supérieure L, on disposera une section d'armatures égale au quart de la valeur calculée ci-dessus, à répartir entre les cotes L et 1,5 L (sauf si l'on a par ailleurs des armatures horizontales d'au moins la même section).

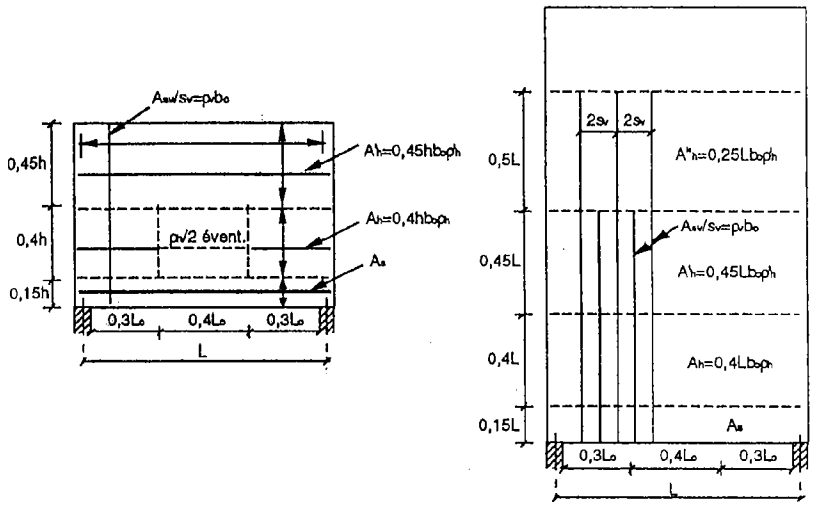


Fig. 46 — Poutre-cloison. Disposition du ferraillage

9.4. Exemple de poutre-cloison d'une seule travée

9.4.1. Données (Fig.47)

Un voile de refend (épaisseur = 0,20 m) d'un immeuble de 12 étages sur rez-de-chaussée, de 3,20 m de hauteur, est interrompu au rez-de-chaussée et repris par deux poteaux (0,50 m × 0,60 m). Les charges réparties sont reprises par une poutre-cloison noyée dans le voile.
La hauteur de cette dernière doit être au moins égale à la demi-portée.

Béton : résistance f_{c28} = 25 MPa
Acier : limite élastique f_e = 500 MPa

Charges permanentes : 32 kN/m par plancher plus poids propre du voile, soit :

$$g = 13 \times 32 + 24{,}5 \times 0{,}2 \times 3{,}2 \times 12 = 604{,}2\ \text{kN/m}$$

Charges variables : 13,5 kN/m par plancher, soit :

$$q = 13 \times 13{,}5 = 175{,}5\ \text{kN/m}$$

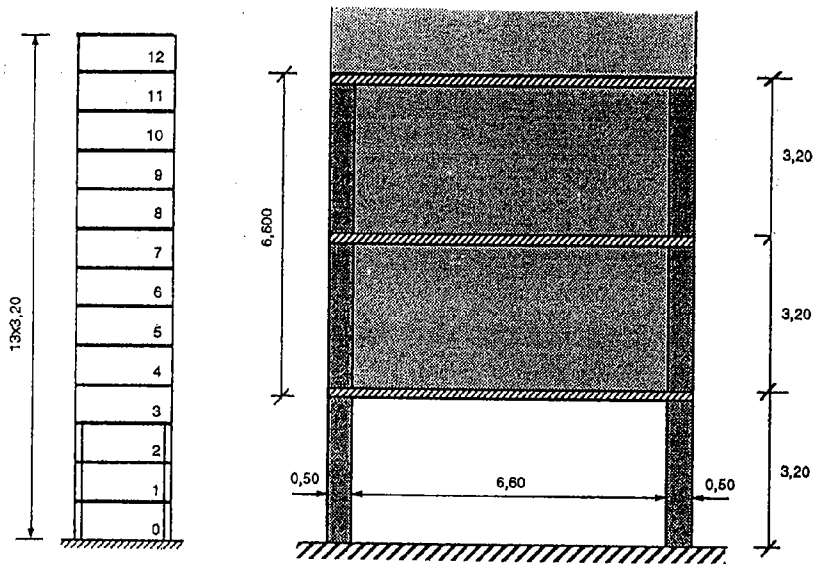


Fig. 47 — Exemple de poutre-cloison d'une seule travée.

On notera que pour le calcul du cisaillement nécessaire au calcul des aciers horizontaux, les charges appliquées à la cote $y < h$ sont à prendre en compte avec un coefficient $(2 - y / h)$, soit deux fois pour le plancher haut du rez-de-chaussée (PH RDC) et 1,5 fois pour le PH 1.

9.4.2. Portée et charges de calcul

Cisaillement limite : $\frac{4}{30} f_{c28} = \frac{4 \times 25}{30} = 3{,}33$ MPa

La condition de non-déversement s'écrit :

$$\left[e \geqslant 0{,}14 L^3 \sqrt{\frac{p_u}{h f_{C28}}} = 0{,}14 \times 7{,}1^3 \sqrt{\frac{1{,}0789}{7{,}1 \times 25}} = 0{,}181 < 0{,}2 \text{ OK.} \right]$$

	Symbole	Unité	Formule	Valeur	
Portée entre nus	L_0	m	donnée	6,60	
Portée entre axes	L_1	m	donnée	7,10	
Portée de calcul	L	m	Min $[1{,}15 L_0 ; L_1]$	7,10	
Hauteur	h	m	$\geqslant$ L	7,10	
Charge permanente : — totale	g	kN/m	13×32 + 24,5×0,2×3,2×12	604,2	
— plus PH RdC + 0,5 × PH1°	g'	kN/m	604,2 + 1,5 × 32	652,2	
Charge variable : — totale	q	kN/m	13 × 13,5	175,5	
— plus RH RdC + 0,5 × PH1°	q'	kN/m	175,5 + 1,5 × 13,5	195,8	
Charge de calcul : — totale	p_u	kN/m	$1{,}35 g + 1{,}5 q$	1078,9	
— plus RH RdC + 0,5 × PH1°	p'_u	kN/m	$1{,}35 g' + 1{,}5 q'$	1174,2	
Moment de référence	M_{ou}	MNm	$p_u L^2/8$	6,798	
Effort tranchant de référence	V_{ou}	MN	$p_u L/2$	3,830	
d° majoré pour charges en bas	V'_{ou}	MN	$p'_u L/2$	4,168	
Cisaillement de référence	τ_{ou}	MPa	$V_{ou} / [b_0 \text{Min}(h ; L)]$	2,70	< 3,33 OK
d° majoré pour charges en bas	τ'_{ou}	MPa	$V'_{ou} / [b_0 \text{Min}(h ; L)]$	2,94	
Bras de levier	z	m	Min $[0{,}6 L ; 0{,}2(L + 2h)]$	4,26	
Acier principal inf.	A_s	cm²	$M_{ou} \gamma_s / [z f_e]$	36,70	
Acier horizontal inf.	ρ_h		$\rho_h = \text{Max}\left[0{,}5\left(0{,}6 + 15 \frac{\tau'_{ou}}{f_{c28}}\right) \frac{\tau'_{ou}\gamma_s}{f_e} ; 0{,}5 \frac{\tau'_{ou}\gamma_s}{f_e} ; \frac{0{,}8}{f_e}\right]$	0,007993	
Acier horizontal supérieur	ρ'_h		$\rho'_h = \text{Max}\left[0{,}6\rho_h ; 0{,}3 \frac{\tau'_{ou}\gamma_s}{f_e} ; \frac{0{,}8}{f_e}\right]$	0,004796	

	Symbole	Unité	Formule	Valeur
Acier horizontal au-delà de h	ρ''_h		$\rho''_h = 0{,}5\rho'_h$	0,002398
Acier de relevage	ρ'_v		$\frac{(\rho'_u - \rho_u)\gamma_s}{b_0 f_e}$	0,001096
Acier vertical	ρ_v		$\rho_v = \text{Max}\left[\frac{0{,}8}{f_e} ; 0{,}75\frac{\tau_{ou}\gamma_s}{f_e}\right] + \rho'_v$	0,005754

9.4.3. Aciers (Fig. 49)

Aciers	Pourcentage volumique	Formule	Section cm²	Barres	De la cote à la cote
principaux inférieurs A_s	-	-	36,70	6 lits de 2 HA20	0 à 1,07 m
horizontaux inférieurs A_h	0,007973	$0{,}4\,K\rho_h$ (1)	45,29	2 faces x 21 HA12 écart. = 135 mm	1,07 à 3,91 m
horizontaux supérieurs A'_h	0,007496	$0{,}45\,K\rho'_h$	30,65	2 faces x 20 HA10 écart. = 160 mm	de 3,91 à 7,10 m
horizontaux au-delà de h : A''_h	0,002398	$0{,}5\,b_0 K\rho''_h$	17,02	2 faces x 17 HA8 écart. = 209 mm	de 7,10 à 10,65 m
verticaux (2) A_s/s_v	0,005754	$b_0 L_0 \rho_v$	75,95	49 cadres HA10 s_v = 135 mm	sur 6,60 m de longueur

(1) $K = b_0$ Min $[L ; h]$ = 14 200 cm²

(2) La moitié des 49, soit 24 cadres sont à prolonger sur une hauteur totale de $1{,}5\,h$ = 10,65 m

Aciers	Symbole	Formule	Unité	Princ.	Horiz. inf.	Horiz. médian	Horiz. sup.	Vert. court	Vert. long
diamètre	∅		mm	20	12	10	8	10	10
espacement	s		mm	178	135	160	209	270	270
mandrin	D	Chap. 1, tab.21	mm	200	100	100	70	100	100
nature				épingle (4)	épingle (4)	épingle (4)	épingle (4)	U (3)	U (3)
nombre				6 x 2	21 x 2	20 x 2	17 x 2	25 x 2	24 x 2
Longueur droite après crochet	λ	en nombre de ∅ (5)		16	5	5	5	5	5

Aciers	Symbole	Formule	Unité	Princ.	Horiz. inf.	Horiz. médian	Horiz. sup.	Vert. court	Vert. long
Enrob. ext.	e_1		mm	40	40	40	40	15	15
Enrob. de bout	e_2	$e_1 + \varnothing_v$ ($\varnothing_v$ = dia.ac.ver.)	mm	25	25	25	25	15	15
Long. scell.	$L_s/\varnothing$			45	45	45	45	45	45
Cadre : — long dévelopg. — long. hors tout — larg. hors tout	L_f d_1 d_2	(3) (1) (2)	mm mm mm	- - -	- - -	- - -	- - -	- - -	- - -
Épingle : — long dévelopg. — long. hors tout — larg. hors tout	L_f d_1 d_2 d_3	(4) (1) (2) $(\lambda + 1)\varnothing$ + D/2	mm mm mm mm	8660 7520 240 520	7870 7520 150 122	7850 7520 150 110	7760 7520 150 83	- - - -	- - - -
U : — long dévelopg. — long. hors tout — larg. hors tout	L_f d_1 d_2	(7) (8) (7)	mm mm mm	- - -	- - -	- - -	- - -	7630 3760 170	11180 5535 170

(1) $d_1 = L_2 - 2e_1$ ou $b - 2e_1$

(2) $d_2 = D + 2\varnothing$ ou $b - 2e_1$

(3) cadres si longueur développée < 14 m, sinon 2 U opposés.

(4) cadres si longueur développée < 14 m, sinon 2 épingles.

(5) $L_f = 2d_1 + 2d_2 + (\lambda - 4 + 1{,}5\pi)\varnothing + (1{,}5\pi - 2)D$

(6) $L_f = d_1 + (2\lambda - 2 + \pi)\varnothing + (\pi - 1)D$

(7) $L_f = 2d_1 + d_2 + (0{,}5\pi - 4)\varnothing + (0{,}5\pi - 2)D$

(8) $d_1 = (h - e_1)/2 + L_c/2$ ou $d_1 = (1{,}5h - e_1)/2 + L_c/2$

(9) Prendre 20 ∅, mais limité à la largeur d'appui - 4 cm côté extérieur et 2 cm côté intérieur, soit : a − 0,04 − 0,02 − ∅ − D / 2 = 0,50 − 0,04 − 0,02 − 0,02 − 0,10 = 0,32 m, soit 16 ∅.

- **Armatures principales inférieures**

Compte tenu des dimensions des poteaux, nous pourrons ancrer ces armatures par des crochets à 180° horizontaux maintenus par les cadres des poteaux (Fig.48).

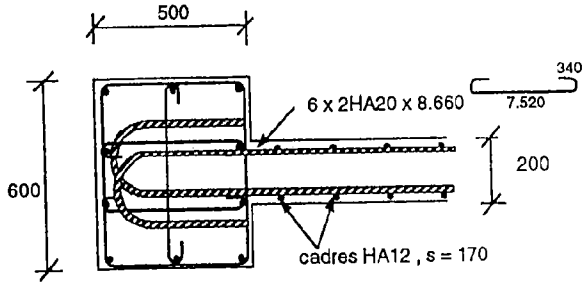


Fig. 48 — Dispositions des aciers principaux à leurs extrémités

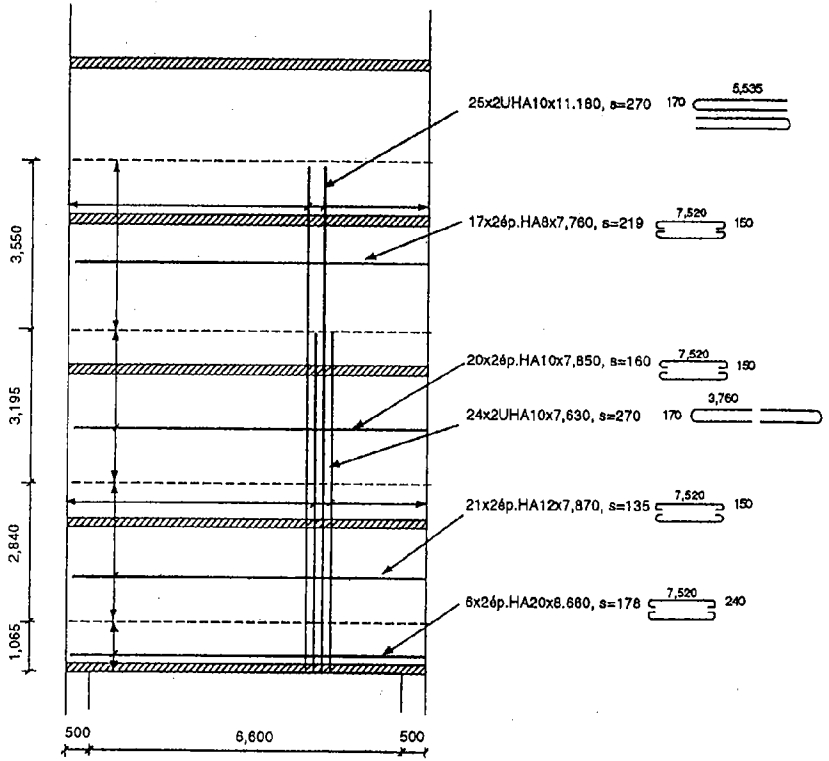


Fig. 49 — Poutre-cloison. Ferraillage

Remarque 1 : Pour les armatures horizontales réparties inférieures, on pourrait bénéficier de la clause E.5.4.221, qui autorise de disposer des barres plus courtes.

La quantité supérieure à $\rho = 0{,}75 \frac{\tau'_u \gamma_s}{f_e} = 0{,}75 \frac{2{,}94 \times 1{,}15}{500} = 0{,}005071$, soit : $0{,}4\,\rho\, b_0$ Min $[L\ ;\ h] = 0{,}4 \times 0{,}005071 \times 0{,}2 \times 6{,}6 \times 10^4 = 28{,}81$ cm² est à disposer dans la partie centrale de longueur $0{,}4\ L_0 = 0{,}4 \times 6{,}60 = 2{,}64$ m, au lieu de 45,29 cm² soit deux barres sur trois filantes et une barre sur trois coupée.

Remarque 2 : Pour pouvoir calculer la poutre conformément aux dispositions du BAEL, les poteaux-raidisseurs d'extrémité sont obligatoires (BAEL-Art.E.5.1), au moins dans la hauteur retenue pour le calcul, c'est-à-dire $h = 7{,}1$ m. Cependant, on pourra se contenter de 6,60 m pour éviter d'avoir un moignon de poteau dans le niveau 3. Au-dessus, le poteau n'est pas nécessaire.

Remarque 3 : La zone entre les cotes h et $1{,}5\,h$ entre la poutre-cloison et le voile supérieur est ferraillée pour assurer une transition des efforts et contraintes.

9.5. Programme «POUCLO» *

9.5.1. Mode d'emploi

Programme de calcul de poutre-cloison isostatique avec charges réparties et concentrées, appliquées en tête de poutre, en pied, ou sur la hauteur de la poutre. Ferraillage et métré des aciers.

Les données sur une même ligne sont à séparer par une virgule

Ligne 1 — L_0, e_1, e_2
- L_0 = portée entre nus (m)
- e_1 = largeur de l'appui gauche (m)
- e_2 = largeur de l'appui droit (m)

Ligne 2 — h, b, Enr
- h = hauteur totale de la poutre-cloison (m)
- b = épaisseur (m)
- Enr = enrobage minimal au nu des aciers (mm)

Ligne 3 — g, q
- g = charges permanentes totales (incluant g_i et q_i) (kN/m)
- q = charges variables totales (kN/m)

Ligne 4 — g_l, q_l
- g_l = charges permanentes à relever (comptées pour 1 si elles sont appliquées en pied de voile, 0,5 à mi-hauteur, 0 en tête, etc.)
- q_l = charges variables à relever (comptées pour 1 si elles sont appliquées en pied de voile, 0,5 à mi-hauteur, 0 en tête, etc.)

On entend par en tête de poutre-cloison, la cote correspondant à Min$\{h\ ;\ L\}$ avec L = Min$\{1{,}15\,L_0\ ;\ L + (e_1 + e_2)/2\}$

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

Ligne 5 N_c
= nombre de charges concentrées

Ligne 6 P_i, Q_i, a_i, k_i
(N_c lignes) P_i = charge concentrée permanente (kN)
Q_i = charge concentrée variable (kN)
a_i = abscisse à partir de l'axe de l'appui gauche
k_i = coefficient de position de la charge :
= 1 pour une charge appliquée en pied de poutre-cloison
= 0 pour une charge appliquée en tête (voir Ligne 4)

Ligne 7 f_c, f_e
f_c = résistance caractéristique du béton f_{c28} (MPa)
f_e = limite élastique des aciers (MPa)

Ligne 8 Raid
= 1 si la poutre-cloison est raidie horizontalement en pied et en tête,
= 0 dans le cas contraire

Ligne 9 Fiss
= 1 si la fissuration est peu préjudiciable
= 2 fissuration préjudiciable
= 3 fissuration très préjudiciable

9.5.2. *Données*

```
6.6, 0.5, 0.5       ' L0, e1, e2
41.6, 0.2, 15       ' h, b, enrobage
604.2, 175.5        ' g, q
48, 20.25           ' gi, qi
0                   ' pas de charge concentrée
25,500              ' fc28, fe
1                   ' avec raidisseurs horizontaux
1                   ' fissuration peu préjudiciable
```

9.5.3. *Données à l'écran*

```
POUCLOIS
Voulez-Vous Ecrire les Donnees : 1 = au Clavier , 2 = en DATA? 1
Voulez-Vous Ecrire les Resultats :
   1 = sur Ecran seulement,
   2 = sur Ecran et Imprimante,
   3 = sur Imprimante seulement :? 3
Les Donnees sur une meme Ligne sont a Separer par une Virgule
Portée entre Nus, Appui Gauche, Appui Droit (m) =? 6.6,0.5,0.5
Hauteur (m) , Epaisseur (m), Enrobage au Nu (mm) =? 41.6,0.2,15
Charges Totales Perm. g , Variables q (kN/m) =? 604.2,175.5
dont Charges a Relever Perm. gi , Var. ql (kN/m) =? 48,20.25
Nbre de Charges Concentrees =? 0
fc28 , fe (MPa) =? 25,500
Raidisseurs Horiz. : 1=Oui , 0=Non? 1
Fissuration :
   1 = peu Prejudiciable,
   2 = Prejudiciable,
   3 = tres Prejudiciable
=? 1
?
```


9.5.4. *Résultats*

```
DONNEES
-------
Longueurs en metres
  Portee     Portee     Portee .  Hauteur   Hauteur    Epaisseur Epaisseur Enrobage
entre Nus  entre Axes  hors tout totale    de Calcul              minimum
  6.600      7.100      7.600     41.600     7.100      0.200     0.152     15 mm
      Portee de Calcul =  7.100 m

Charges en kN/m
Perm.    Var.    dont a relever Perm.   Var.
604.20   175.50                 48.00   20.25

Beton : 25.0 MPa , Acier :  500.0MPa   , Avec Raidisseurs Horizontaux

Fissuration Peu Prejudiciable

RESULTATS (longueurs en m)
---------
Moment de  Efforts Tranchants  Cisaillements  Bras de
Reference     de Reference      de Reference    Levier
   MNm          MN     MN         MPa   MPa       m
  6.799       3.830   4.168       2.70  2.94     4.260
  4.913 (en ELS)

  Aciers   Aire   Long.   Long.  Largeur Forme Nb.Diam.  Esp.  sur  Entre Cote
           cm2  develop. h.tout  h.tout                       Haut.  et Cote
Princ.Inf. 36.71  8.660   7.520   0.220   2 Epi. 6HA20  0.178  1.065  0.000
                                                                     1.065
Horiz.Inf. 45.27  7.870   7.520   0.150   2 Epi.21HA12  0.135  2.840  1.065
                                                                     3.905
Horiz.Med. 30.56  7.850   7.520   0.150   2 Epi.20HA10  0.160  3.195  3.905
                                                                     7.100
Horiz.Sup. 16.98  7.760   7.520   0.150   2 Epi.17HA 8  0.209  3.550  7.100
                                                                    10.650
Vert.      75.87  7.630   3.760   0.170     2 U  25HA10  0.269 sur Lo= 6.600 m
Vert.long  37.93 11.180   5.535   0.170     2 U  24HA10  0.269 sur Lo= 6.600 m

METRE
-----
Phi      6     8     10    12    14    16    20    25    32    40   Total
Long.   0.0  263.8 1232.1  330.5   0.0   0.0  103.9   0.0   0.0   0.0  2939.9
Poids   0.0  104.1  759.7  293.5   0.0   0.0  256.3   0.0   0.0   0.0  2035.9

Volume Beton   = 10.792 m3
Densite Acier  = 188.65 kg/m3
Diametre Moyen =  10.60 mm
```

9.6. Exemple de poutre-cloison continue

9.6.1. Données (Fig. 50)

Béton : $f_{c28} = 25$ MPa
Acier : $f_e = 500$ MPa
Portées libres : $L_1 = 7{,}10$ m et $L_2 = 6{,}20$ m
Appuis : 3 fois 0,40 m
Hauteur : $h = 4{,}00$ m
Charge permanente : $g_1 = 320$ kN/m en tête, $g_2 = 160$ kN/m en pied de voile
Charge d'exploitation : $q_1 = 60$ kN/m en tête, $q_2 = 30$ kN/m en pied

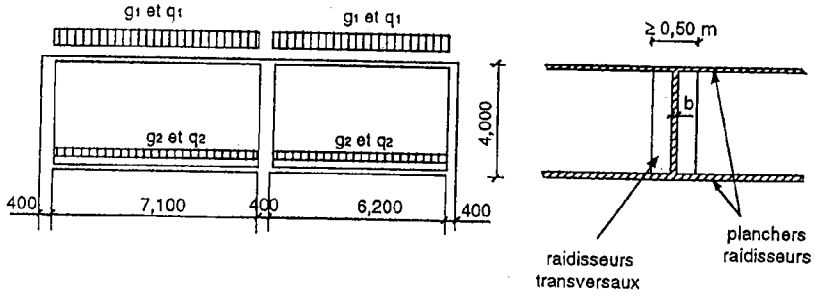


Fig. 50 — Poutre-cloison de deux travées

9.6.2. Portées de calcul, moments et efforts tranchants, aciers (Fig. 51)

Pour le calcul du moment sur appui, nous pouvons utiliser la méthode forfaitaire (chap.1, art.8).

Rapport $\alpha = \dfrac{q}{g+q} = \dfrac{60}{380} = 0{,}158$

$1 + 0{,}3\alpha = 1{,}047 < 1{,}05$ donc $\alpha = 1{,}05$

Moment sur appui : $M \geqslant 0{,}6\,M_0$

Retenons $M = 0{,}6\,M_0$ de la plus grande travée.

Moments en travée : $M_i \geqslant \dfrac{1{,}2 + 0{,}3\alpha}{2} M_0 = 0{,}6237\,M_0$

et $M_1 \geqslant (1 + 0{,}3\alpha) M_{01} - M/2 = 1{,}05\,M_0 - 0{,}3\,M_0 = 0{,}75\,M_0$ en première travée

$M_2 \geqslant (1 + 0{,}3\alpha) M_{02} - M/2$ en deuxième travée

	Travée 1	Travée 2
Portée libre : L_0	7,10	6,20
Portée de calcul : L	Min [1,15 × 7,10 ; 7,10 + 0,40] L_1 = 7,50 m	Min [1,15 × 6,20 ; 6,20 + 0,40] L_2 = 6,60 m
Charge ELU : p_u	$1{,}35(g_1 + g_2) + 1{,}5(q_1 + q_2)$ = 0,783 MNm	0,783 MNm
Charges inférieures ELU : p'_u	$1{,}35\,g_2 + 1{,}5\,q_2$ = 0,261 MN/m	0,261 MN/m
Charges totales + charges inférieures ELU : p^*_u	1,044 MN/m	1,044 MN/m
Moment isostatique	$M_{ou1} = \dfrac{p_u L_1^2}{8} = \dfrac{0{,}783 \times 7{,}5^2}{8}$ = 5,50 MNm	$M_{ou2} = \dfrac{p_u L_2^2}{8} = \dfrac{0{,}783 \times 6{,}6^2}{8}$ = 4,26 MNm
Effort tranchant non majoré	$V_{ou1} = \dfrac{p_u L_1}{2} = \dfrac{0{,}783 \times 7{,}5}{2}$ = 2,936 MN	$V_{ou2} = \dfrac{p_u L_2}{2} = \dfrac{0{,}783 \times 6{,}6}{2}$ = 2,584 MN
Effort tranchant majoré	$V'_{ou1} = V_{ou1} + \dfrac{p_u L_1}{2}$ = 2,936 + $\dfrac{0{,}261 \times 7{,}5}{2}$ = 3,915 MN	$V'_{ou2} = V_{ou2} + \dfrac{p_u L_2}{2}$ = 2,584 + $\dfrac{0{,}261 \times 6{,}6}{2}$ = 3,445 MN
Bras de levier	z_1 = Min [0,5 L ; 0,2 (L + 1,5 h)] z_1 = 2,70 m	z_2 = Min [0,5 L ; 0,2 (L + 1,5 h)] z_2 = 2,52 m
Epaisseur minimale (déversement)	$0{,}14 \times 7{,}5 \sqrt[3]{\dfrac{0{,}783}{4 \times 25}}$ = 0,209	$0{,}14 \times 6{,}6 \sqrt[3]{\dfrac{0{,}783}{4 \times 25}}$ = 0,183
Épaisseur minimale (cisaillement)	$b \geqslant 3{,}75 \dfrac{p_u}{f_{c28}} \text{Max}\left(\dfrac{L_1}{h}; 1\right)$ = 3,75 × Max $\left[\dfrac{7{,}5}{4}; 1\right] \times \dfrac{0{,}783}{25}$ = 0,220 m Retenons b = 0,25 m	$b \geqslant 3{,}75 \dfrac{p_u}{f_{c28}} \text{Max}\left(\dfrac{L_2}{h}; 1\right)$ = 3,75 × Max $\left[\dfrac{6{,}6}{4}; 1\right] \times \dfrac{0{,}783}{25}$ = 0,194 m
τ_{ou}	$\tau_{ou1} = \dfrac{V_{ou1}}{bh} = \dfrac{2{,}936}{0{,}25 \times 4}$ = 2,936	$\tau_{ou2} = \dfrac{V_{ou2}}{bh} = \dfrac{2{,}584}{0{,}25 \times 4}$ = 2,584
τ'_{ou}	$\tau'_{ou1} = \dfrac{V'_{ou1}}{bh} = \dfrac{3{,}915}{0{,}25 \times 4}$ = 3,915	$\tau'_{ou2} = \dfrac{V'_{ou2}}{bh} = \dfrac{3{,}445}{0{,}25 \times 4}$ = 3,445

- Moment sur appui : $M = 0{,}6\,\text{Max}\,[M_{ou1} ; M_{ou2}] = 0{,}6 \times 5{,}50 = 3{,}30$ MNm
- Moments en travée 1 : $M_{t1} = 0{,}75\,M_{ou1} = 0{,}75 \times 5{,}50$
  $= 4{,}125$ MNm $> \dfrac{1{,}2 + 0{,}3\alpha}{2} M_{ou1} = 0{,}6237 \times 5{,}5$
  $= 3{,}43$ MNm OK
- Moments en travée 2 : $M_{t2} = 1{,}05\,M_{ou2} - M/2 = 1{,}05 \times 4{,}26 - 3{,}30/2$
  $= 3{,}323$ MNm $> \dfrac{1{,}2 + 0{,}3\alpha}{2} M_{ou1}$
  $= 0{,}6237 \times 4{,}26 = 2{,}657$ MNm OK

• Aciers répartis horizontaux inférieurs (travée 1) :

$$\rho_h = 0{,}5\left\{0{,}6 + 15\,\frac{\tau'_{ou}}{f_{c28}}\right\}\frac{\tau'_{ou}\gamma_s}{f_e} = 0{,}5\left\{0{,}6 + 15\,\frac{3{,}915}{25}\right\}\frac{3{,}915 \times 1{,}15}{500}$$

$= 0{,}01328$ non inférieur à $0{,}5\,\frac{\tau'_{ou}\gamma_s}{f_e} = 0{,}5\,\frac{3{,}915 \times 1{,}15}{500} = 0{,}0045$, ni à $\frac{0{,}8}{f_e} = 0{,}0016$ **OK**

• Aciers répartis horizontaux supérieurs : $\rho'_h = 0{,}6\,\rho_h$, non inférieur à $0{,}3\,\frac{\tau'_{ou}\gamma_s}{f_e}$ ni à $\frac{0{,}8}{f_e}$, soit $\rho'_h = 0{,}6 \times 0{,}01328 = 0{,}00797$; non inférieur à $0{,}6 \times 0{,}0045 = 0{,}0027$ et $0{,}0016$ **OK**

• Aciers répartis verticaux (travée 1) :

$$\rho_v = \text{Max}\left[\frac{0{,}8}{f_e} ; 0{,}75\,\frac{\tau_{ou}\gamma_s}{f_e}\right] = \text{Max}\left[\frac{0{,}8}{500} ; 0{,}75\,\frac{2{,}936 \times 1{,}15}{500}\right] = 0{,}005065$$

• Aciers de relevage : $\frac{A_v}{s_v} = \frac{1{,}35\,g_2 + 1{,}5\,q_2}{f_e/\gamma_s} = \frac{p'_u - p_u}{f_e/\gamma_s} = 0{,}00060$ m²/m

	Travée 1	Appui	Travée 2
Moment (MNm)	4,125	3,30	3,323
z(m)	2,70	2,52	2,52
Acier $A_s = \frac{M\gamma_s}{zf_e}$ (cm²)	35,14 2 HA 25 + 8 HA 20 (à 0,5 % près)	30,12 10 HA 20	30,33 10 HA 20
sur une hauteur	0,15 h = 0,60 m 5 × 2 ép. avec s = 120	0,1 h = 0,40 m 5 × 2 ép. avec s = 80	0,15 h = 0,60 m 5 × 2 ép. avec s = 120
ρ_h	0,01328	—	0,01057
ρ'_h	0,00797	—	0,00634
ρ_v	0,005065	—	0,004457
$A_h = 0{,}40\,\rho_h b h$ (cm²) sur 1,60 m de hauteur	53,12 2 × 18 HA 14 s = 89	—	42,28 2 × 14 HA 14 114
$A'_h = 0{,}35\,\rho'_h b h$ (cm²) sur 1,40 m de hauteur	27,89 2 × 10 HA 14 s = 140	—	22,20 2 × 8 HA 14 s = 175
$A_v = (\rho_v b + 0{,}0006)\,L_0$ (cm²) sur la longueur L_0 compris aciers de relevage	132,50 44 cadres HA 14 s = 161	—	106,28 36 cadres HA 14 s = 172

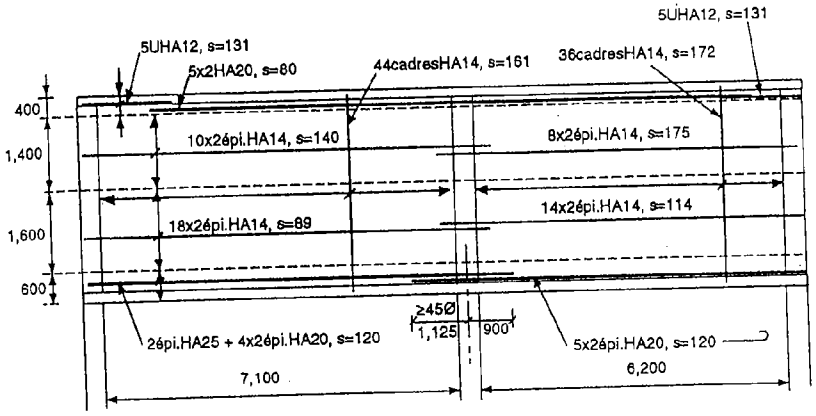


Fig. 51 — Poutre-cloison de deux travées - Ferraillage

Remarques :

1 - Pour des raisons d'encombrement, il arrive que l'épaisseur de la poutre soit insuffisante pour pouvoir loger des cadres. On est alors obligé de les transformer en deux épingles avec des crochets à 180°.

C'est le cas si :

{b − 2 × enrobage} < {diamètre du mandrin de cintrage D + 2 $\varnothing_v$} pour les cadres verticaux ;

{b − 2 × enrobage} < {2 $\varnothing_v$ + D + 2 $\varnothing_h$} pour les aciers horizontaux de diamètre $\varnothing_h$.

2 - La longueur maximale d'acier disponible limitée à 12-14 m pour des raisons de gabarit de transport routier peut amener à transformer des cadres en deux U emboîtés.

9.7. Fonctionnement d'une poutre-cloison isostatique sous charge concentrée centrée suivant la méthode des bielles multiples - Armature inférieure

9.7.1. Méthode de la bielle unique

(Fig.42-a)

Pour une charge concentrée Q à mi-portée, l'effort de traction dans le tirant inférieur vaut (9.2.1 ci-dessus) : $F_1 = 0{,}5\,Q\,\text{cotg}\,\alpha = \frac{QL}{4z}$.

La section d'acier nécessaire à mi-travée est à prolonger jusqu'aux appuis.

9.7.2. *Méthode des poutres*

Le moment à mi-portée vaut $M = \frac{QL}{4}$. Pour un bras de levier z, l'effort de traction des aciers à mi-portée vaut : $F_1 = \frac{M}{z} = \frac{QL}{4z}$. On retrouve bien la même valeur.

Mais lorsqu'on se rapproche de l'appui, le moment diminue linéairement pour devenir nul à l'appui. Il en va de même de la section d'acier nécessaire en ne prenant pas en compte le décalage. Des essais [9] ont montré que l'effort de traction de l'acier inférieur a l'allure donnée dans la figure 52. Cela signifie qu'il y a des bielles partant de la charge et qui s'arrêtent avant l'appui. Il faut donc remonter l'effort, d'où la nécessité de disposer d'aciers verticaux.

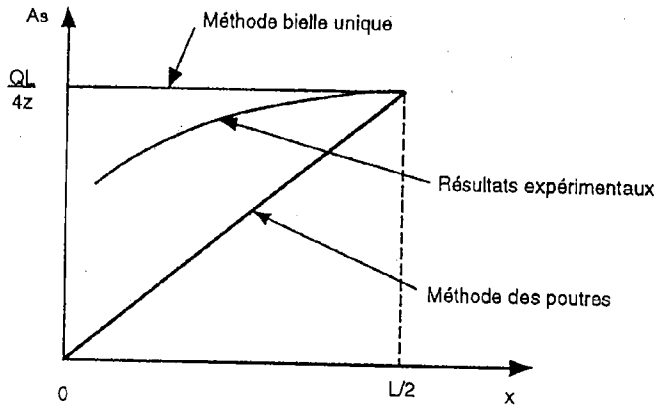


Fig. 52 — Effort de traction des aciers inférieurs de poutre-cloison

9.7.3. *Méthode des bielles multiples*

On peut retrouver par le calcul des valeurs proches des résultats expérimentaux.

On considère une première série de bielles partant du point d'application de la charge Q et arrivant au pied de chaque étrier, puis une deuxième série de bielles partant du sommet des étriers en allant jusqu'à l'appui (Fig. 53).

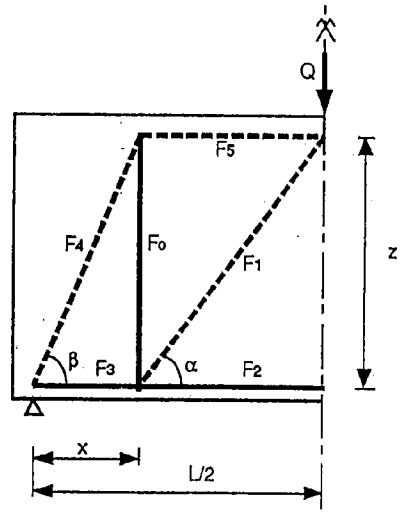


Fig. 53 — Deux bielles entre la charge et l'appui

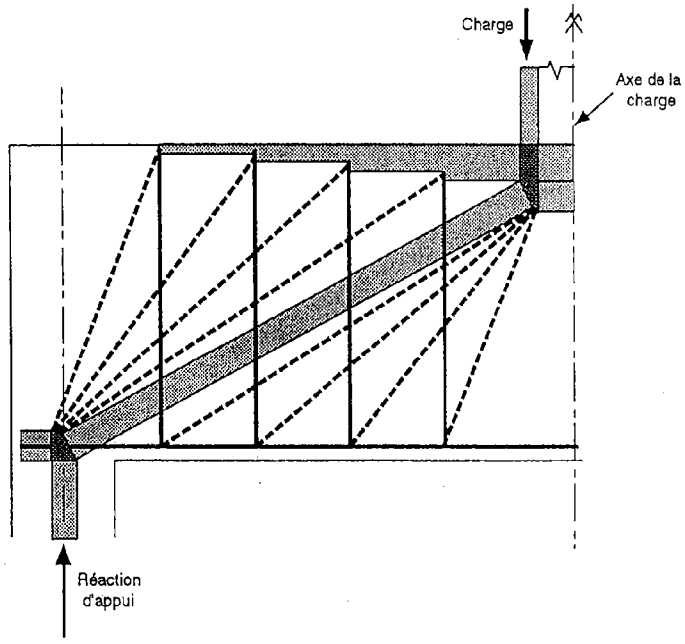


Fig. 54 — Deux éventails de bielles entre la charge et l'appui

Pour chaque abscisse x, on forme ainsi deux éventails de bielles, un dont le sommet est situé au droit de la charge, l'autre au droit de l'appui (Fig.54).

On part de l'hypothèse que chaque étrier reprend le même effort (on suppose que la section d'acier A_t est la même pour tous les étriers) : $F_0 = A_t\sigma_s$.

En additionnant les efforts de n étriers situés sur la longueur L/2, on a : $F_0 = \frac{Q}{2n}$ pour une charge Q.

D'après la figure 53, l'équilibre des nœuds donne : $\operatorname{tg}\alpha = \frac{z}{0{,}5z - x}$ et $\operatorname{tg}\beta = \frac{z}{x}$

d'où $\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta = \frac{L}{2z}$; $F_1 = \frac{F_0}{\sin\alpha}$; $F_4 = \frac{F_0}{\sin\beta}$;

$F_3 = F_4\cos\beta = F_0 \operatorname{cotg}\beta = \frac{F_0 x}{z}$

$F_2 - F_3 = F_1\cos\alpha = F_0 \operatorname{cotg}\alpha$; $F_2 = F_0(\operatorname{cotg}\alpha + \operatorname{cotg}\beta) = \frac{F_0 L}{2z} = \frac{QL}{4nz}$ valeur indépendante de l'abscisse de l'acier étudié.

L'effort de traction à mi-travée vaut : $\Phi_2 = \sum_{i=1}^{n} F_2 = \frac{QL}{4nz} = \frac{QL}{4z}$, valeur déjà trouvée ci-dessus.

L'effort de traction à l'appui est donné par : $\Phi_3 = \sum_{i=1}^{n} F_3 = \sum_{i=1}^{n} \frac{F_0 x}{z}$

avec $x = \frac{i}{n+1}\frac{L}{2}$

$$\Phi_3 = \frac{F_0 L}{2(n+1)z} \sum_{i=1}^{n} i = \frac{F_0 L n(n+1)}{4(n+1)z} = \frac{QL}{4n}\frac{n(n+1)}{2(n+1)z} = \frac{QL}{8z} = \frac{\Phi_2}{2}$$

Remarque : La valeur obtenue est la moyenne des deux valeurs obtenues par la méthode des poutres et la méthode de la bielle unique.

APPLICATION NUMÉRIQUE. L = 6 m ; z = 3 m ; Q = 1,44 MN en ELU

Espacement des étriers : s = 0,30 m, d'où, en ne disposant pas d'étriers à mi-travée, ni sur appui, $n + 1 = \frac{3}{0{,}3} = 10$, soit $n = 9$ et Φ_2 à l'appui est donné par :

$\Phi_2 = \frac{1{,}44 \times 6}{4 \times 3} = 0{,}72$ MN

Chaque étrier reprend un effort $\frac{Q}{2n} = \frac{1{,}44}{18} = 0{,}08$ MN ;

$A_t = \frac{0{,}08 \times 1{,}15}{500} 10^4 = 1{,}94$ cm² soit 1 étrier HA12.

L'effort de traction de l'acier inférieur dû à F_2, à l'abscisse $x = is = 0{,}3i$ vaut :

$$F_{2i} = \sum_{j=1}^{i} F_2 = \frac{iQL}{4nz} = \frac{1{,}44 \times 6 \times i}{4 \times 9 \times 3} = 0{,}08i \text{ MN}$$

L'effort de traction dû à F_3, à droite de l'abscisse i, qui s'ajoute à l'effort Φ_{2i}, vaut :

$$\Phi_{3i} = \frac{QL}{8z}\left[1 - \frac{i(i+1)}{n(n+1)}\right] = \frac{1{,}44 \times 6}{8 \times 3}\left[1 - \frac{i(i+1)}{90}\right] = 0{,}36\left[1 - \frac{i(i+1)}{90}\right]$$

D'où la valeur de l'effort de traction global dans l'acier inférieur : $\Phi_2 + \Phi_3$

x =	0	0,3	0,6	0,9	1,2	1,5	1,8	2,1	2,4	2,7
i =	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Φ_2	0	0,080	0,160	0,240	0,320	0,400	0,480	0,560	0,640	0,720
Φ_3	0,36	0,352	0,336	0,312	0,280	0,240	0,192	0,136	0,072	0
Traction	0,36	0,432	0,496	0,552	0,600	0,640	0,672	0,696	0,712	0,720
% de l'effort à mi-portée	50 %	60 %	69 %	77 %	83 %	89 %	93 %	97 %	99 %	100 %

Soit une section d'acier inférieur :

$A_s = \frac{0{,}72 \times 1{,}15 \times 10^4}{500} = 16{,}56$ cm² (3 lits de 2 HA20 = 18,84 cm²)

La section d'acier nécessaire à l'appui n'est que de la moitié de la section calculée à mi-portée, mais il faut disposer des étriers tous les 30 cm.

10. MAÇONNERIE ARMÉE

La maçonnerie armée est peu employée en France, mais d'utilisation fréquente dans les constructions de mur doubles (mur intérieur porteur plus mince qu'en France et mur extérieur protégeant des intempéries) en Europe du Nord (Royaume-Uni, Belgique, Pays-Bas, Allemagne, Suisse) et Amérique du Nord (USA et Canada).

En France, les murs porteurs en maçonnerie ne sont utilisés que pour des constructions basses de un ou deux niveaux maximum avec mur unique, bien que les premières constructions en maçonnerie armée y aient été réalisées (Val de Grâce et Panthéon au milieu du XVIII^e siècle).

À défaut de règlement national et en attendant la parution de l'Eurocode 5 - Maçonnerie, on poura se référer aux Règles professionnelles simplifiées de la FNB et de l'UNM [7] dont on rappelle ci-après les principales dispositions.

10.1. Maîtrise de la fissuration

Une des raisons de la mise en place d'armatures dans les maçonneries est d'en limiter la fissuration.

Types de fissures	Causes	Avantages de la maçonnerie armée
Multi-directionnelles	Ne concerne que l'enduit. Ces fissures sont dues au retrait et aux variations thermiques.	Pas de d'influence.
Horizontales	1 - À la liaison de deux matériaux différents, chaînage-maçonnerie par exemple. 2 - Sous plancher, en plus du phénomène précédent, fissures dues à la rotation de flexion du plancher, principalement pour les appuis de rive, et provoquant une fissure du côté extérieur.	1 - On peut remplacer les linteaux en béton armé par des linteaux en maçonnerie armée. 2 - Pas de remède, sauf de cacher le bout de plancher par une briquette.
Verticales	1 - À la liaison de deux matériaux différents, poteau-maçonnerie par exemple. 2 - Retrait horizontal	1 - Pas d'influence de la maçonnerie armée. 2 - Utilisation intéressante de la maçonnerie armée par une répartition des armatures sur toute la hauteur de l'étage au lieu de les concentrer dans des chaînages au droit des planchers.
Obliques	Tassement différentiel du sol ou déformation importante des éléments souples porteurs de la maçonnerie (murs portés par une dalle).	La maçonnerie armée limite voire supprime les fissures de ce type, mais nécessite un pourcentage d'armatures important.

10.2. Armatures

Les armatures utilisées le plus couramment sont formées de deux aciers filants reliés par une sinusoïde et disposée dans le mortier entre deux lits d'éléments de maçonnerie [7] (Fig.55).

Les armatures doivent satisfaire certaines conditions de diamètre et d'enrobage pour être insérées dans les lits de mortier (Fig.56 et tableau ci-après).

	Mortier traditionnel	Mortier-colle
Épaisseur moyenne des joints	11 mm	4 mm
Épaisseur maximale des aciers	5 mm	2 mm
Enrobage minimal vertical	3 mm	1 mm
Section d'un acier	20 mm²	12,5 mm²

L'enrobage horizontal est d'au moins 20 mm pour un mur non enduit et 10 mm pour un mur enduit.

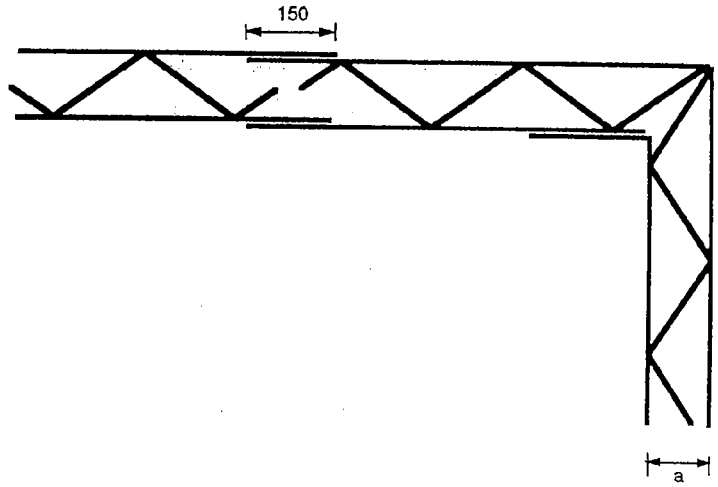


Fig. 55 — Type d'armatures (Bekaert)

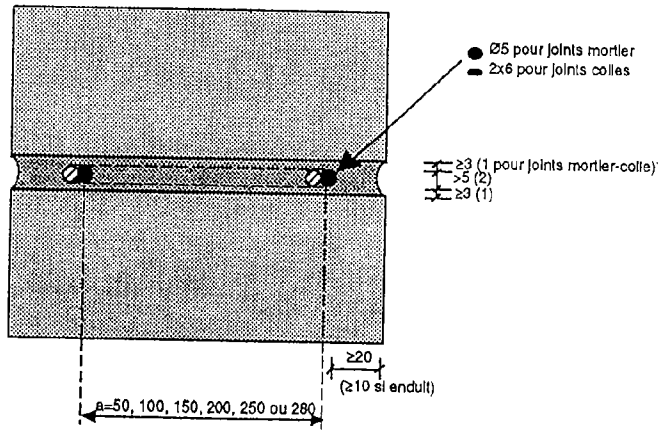


Fig. 56 — Enrobage et dimensions des aciers. Aciers en recouvrement

Les armatures peuvent être traitées contre la corrosion par galvanisation, peinture époxy, ou être en acier inox.
Le recouvrement des aciers est de 150 mm (250 mm pour les barres recouvertes d'époxy).

10.3. Chaînages

Les chaînages en béton armé peuvent être remplacés par trois lits d'armatures : deux au niveau du plancher, le troisième au-dessous de l'allège (Fig.57).
L'aire totale est de $3 \times 2 \times 20 = 120$ mm².

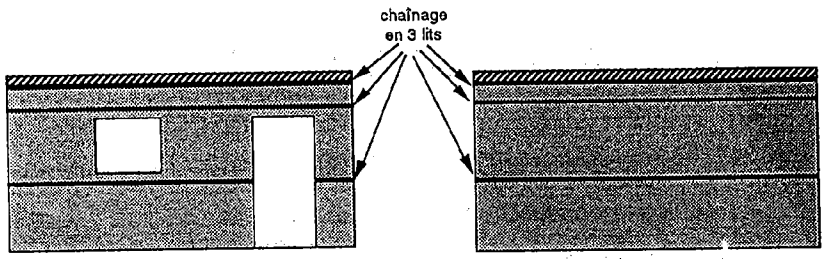


Fig. 57 — Chaînages

10.4. Linteaux

Le linteau en béton armé est remplacé par un ensemble de un ou plusieurs rangs d'éléments de maçonnerie et de un, deux ou trois lits d'armatures suivant les charges à reprendre. On peut éviter ainsi l'apparition de fissures au droit de deux matériaux différents.
La longueur des armatures au-delà du nu de l'ouverture est de 400 mm minimum (Fig.58).

En fonction de la charge non pondérée (ELS) par unité de longueur $p = g + q$ reprise par le linteau, on distingue quatre types de linteau.

Type de linteau	Charges (non pondérées $g + q$)
I	3 kN/m
II	8 kN/m
III	12 kN/m
IV	18 kN/m

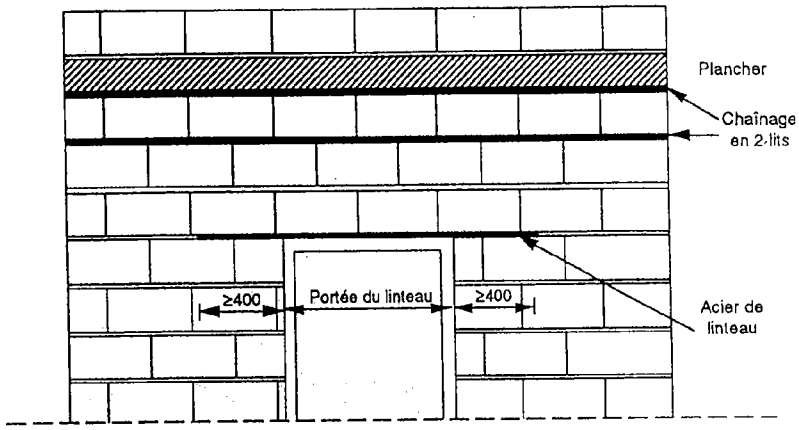


Fig. 58 — Linteaux en maçonnerie

10.4.1. Linteaux en blocs de béton

Les tableaux ci-après permettent de déterminer forfaitairement le nombre de rangs d'éléments constituant le linteau en fonction de sa portée exprimée en mètres avec $h = 190$ mm (Fig.59).

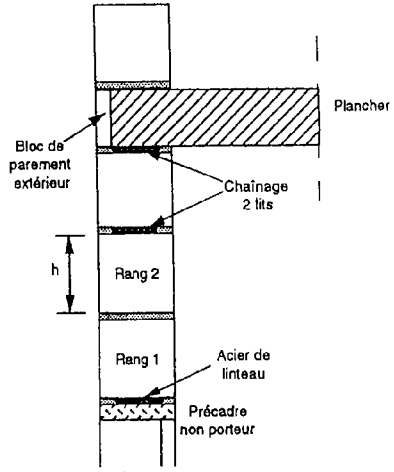


Fig. 59 — Linteaux en blocs béton. Coupe verticale. Disposition à deux rangs

• Nombre de rangs constituant le linteau - Blocs béton 20 × 20 × 50 ou 20 × 20 × 40

Résistance caractéristique f_{bk} (MPa)	Charge non pondérée kN/m	Portée = Type linteau	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
8 (B80)	⩽ 3	I	1	2	2	2	2	2	2	3	3	3
	⩽ 8	II	2	2	2	3	3	3	-	-	-	-
	⩽ 12	III	2	3	3	3	3	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	3	3	-	-	-	-	-	-	-
6 (B60)	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	2	3	3	3	-
	⩽ 8	II	2	2	3	3	3	-	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	3	3	3	-	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	3	-	-	-	-	-	-	-	-

• Nombre de rangs constituant le linteau - Blocs béton 15 × 20 × 50 ou 15 × 20 × 40

Résistance caractéristique f_{bk} (MPa)	Charge non pondérée kN/m	Portée = Type linteau	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
8 (B80)	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3
	⩽ 8	II	2	2	3	3	3	3	-	-	-	-
	⩽ 12	III	2	3	3	3	-	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-
6 (B60)	⩽ 3	I	2	2	2	2	3	3	3	3	3	-
	⩽ 8	II	3	3	3	3	-	-	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	3	-	-	-	-	-	-	-	-

• Nombre de rangs constituant le linteau - Blocs béton 10 × 20 × 40

Résistance caractéristique f_{bk} (MPa)	Charge non pondérée kN/m	Portée = Type linteau	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8
8 (B80)	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	3	3	3
	⩽ 8	II	2	3	3	3	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	-	-	-	-	-	-	-
6 (B60)	⩽ 3	I	2	2	2	2	3	3	3	-
	⩽ 8	II	3	3	3	-	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	-	-	-	-	-	-	-

Le tiret indique que l'on ne peut réaliser un linteau en maçonnerie armée pour cette portée.

10.4.2. Linteaux en briques creuses à perforations horizontales

h = 200 mm (Fig.59).

• Nombre de rangs constituant le linteau - Briques 20 × 20 × 50

Résistance caractéristique f_{bk} (MPa)	Charge non pondérée kN/m	Portée = Type linteau	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
6,4 (C80)	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	2	3	3	3
	⩽ 8	II	2	2	3	3	3	3	-	-	-
	⩽ 12	III	2	3	3	3	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	3	-	-	-	-	-	-	-
4,8 (C60)	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	3	3	3	-
	⩽ 8	II	2	3	3	3	3	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	3	3	-	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	-	-	-	-	-	-	-	-
3,2 (C40)	⩽ 3	I	2	2	2	2	3	3	3	-	-
	⩽ 8	II	3	3	3	-	-	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	-	-	-	-	-	-	-	-
2,3 Briques ordinaires	⩽ 3	I	2	2	3	3	3	3	-	-	-
	⩽ 8	II	3	3	-	-	-	-	-	-	-

• Nombre de rangs constituant le linteau - Briques 15 × 20 × 50

Résistance caractéristique f_{bk} (MPa)	Charge non pondérée kN/m	Portée = Type linteau	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
6,4 (C80)	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	2	3	3	3
	⩽ 8	II	2	2	3	3	3	-	-	-	-
	⩽ 12	III	2	3	3	3	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	3	-	-	-	-	-	-	-
4,8 (C60)	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	3	3	3	-
	⩽ 8	II	2	3	3	3	3	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	3	-	-	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	-	-	-	-	-	-	-	-
3,2 (C40)	⩽ 3	I	2	2	2	3	3	3	-	-	-
	⩽ 8	II	3	3	3	-	-	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	-	-	-	-	-	-	-	-
2,3 Briques ordinaires	⩽ 3	I	2	2	3	3	3	-	-	-	-
	⩽ 8	II	3	-	-	-	-	-	-	-	-

10.4.3. Linteaux en briques creuses à perforations verticales

h = 190 mm (Fig.59).

• **Nombre de rangs constituant le linteau - Briques 20 × 20 × 50**

Résistance caractéristique f_{bk} (MPa)	Charge non pondérée kN/m	Portée = Type linteau	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
12 (BP150)	⩽ 3	I	1	2	2	2	2	2	3	3	3	3
	⩽ 8	II	2	2	2	3	3	3	-	-	-	-
	⩽ 12	III	2	3	3	3	3	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	3	3	-	-	-	-	-	-	-
8 Brique ordinaire	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	3	3	3	-	-
	⩽ 8	II	2	3	3	3	3	-	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	3	3	-	-	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	-	-	-	-	-	-	-	-	-

• **Nombre de rangs constituant le linteau - Briques 15 × 20 × 50**

Résistance caractéristique f_{bk} (MPa)	Charge non pondérée kN/m	Portée = Type linteau	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0
12 (BP150)	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	2	3	3	3
	⩽ 8	II	2	2	3	3	3	3	-	-	-
	⩽ 12	III	3	3	3	3	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	3	-	-	-	-	-	-	-
8 Brique ordinaire	⩽ 3	I	2	2	2	2	2	3	3	3	-
	⩽ 8	II	2	3	3	3	3	-	-	-	-
	⩽ 12	III	3	3	3	-	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	3	-	-	-	-	-	-	-	-

10.4.4. Linteaux en briques pleines ou perforées

• **Nombre de rangs constituant le linteau - Briques 5,5 × 20 × 20**

Résistance caractéristique f_{bk} (MPa)	Charge non pondérée kN/m	Portée = Type linteau	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
16 (BP200)	⩽ 3	I	2	4	4	4	4	4	6	6	6	8	8
	⩽ 8	II	4	4	6	6	6	6	8	8*	-	-	-
	⩽ 12	III	4	6	6	6	6	8	8*	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	6	6	6	8	8	-	-	-	-	-	-
10 Brique ordinaire	⩽ 3	I	4	4	4	4	4	6	6	8	8	8	-
	⩽ 8	II	4	6	6	6	8	8	-	-	-	-	-
	⩽ 12	III	6	6	8	8	8	-	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	6	8	8	-	-	-	-	-	-	-	-

* = deux rangs d'armatures : entre le précadre et le premier rang de brique, entre les rangs de briques 1 et 2 (Fig.60).

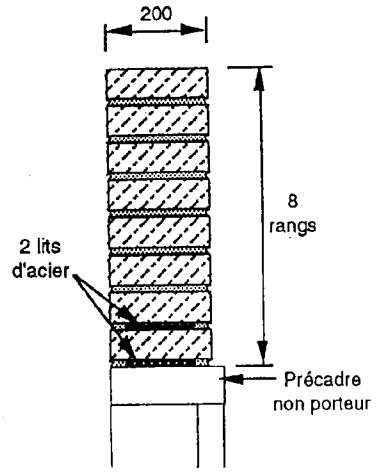


Fig. 60 — Linteau avec deux lits d'armatures pour huit rangs de briques

• **Nombre de rangs constituant le linteau - Briques 6 × 11 × 22**

Résistance caractéristique f_{bk} (MPa)	Charge non pondérée kN/m	Portée = Type linteau	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2
16 (BP200)	⩽ 3	I	4	4	4	4	6	6	6	6	8	8
	⩽ 8	II	6	6	6	6	8	8	-	-	-	-
	⩽ 12	III	6	6	8	8	8	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	8	8	-	-	-	-	-	-	-	-
10 Brique ordinaire	⩽ 3	I	4	4	4	6	6	6	8	8	-	-
	⩽ 8	II	6	6	8	8	8	-	-	-	-	-
	⩽ 12	III	8	8	8	-	-	-	-	-	-	-
	⩽ 18	IV	8	-	-	-	-	-	-	-	-	-

• **Cas particulier d'un premier rang sur chant** (Fig.61)

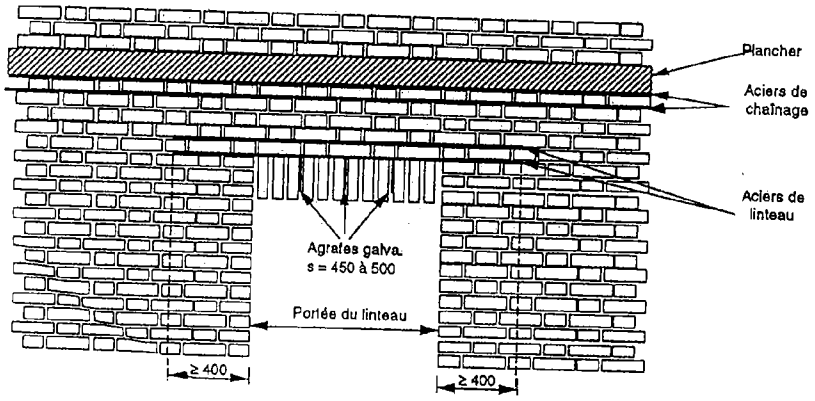


Fig. 61 — Briques avec premier rang sur chant

Les agrafes en acier galvanisé sont obligatoires si le rapport L / d est supérieur à 4. L est la portée entre nus du linteau et d la distance de la face supérieure des briques de chant à la sous-face du plancher. Elles sont espacées tous les 45 à 50 cm (Fig.62).

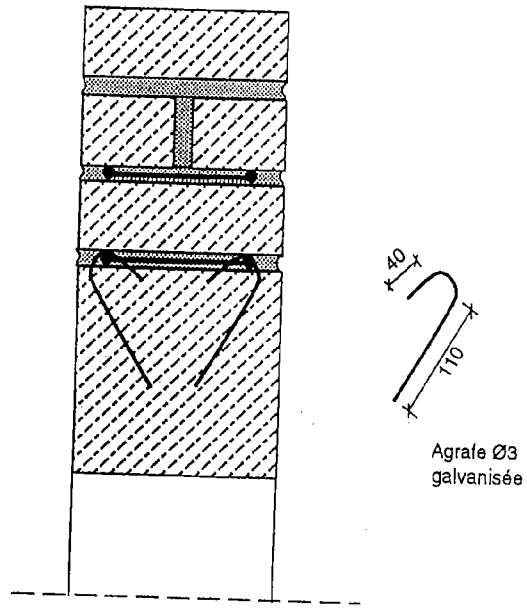


Fig. 62 — Détail de l'agrafage d'un linteau de briques sur chant

10.5. Poutres

Comme on l'a vu pour les linteaux, la maçonnerie armée peut franchir des portées raisonnables. La maçonnerie est disposée, soit sur un précadre non porteur en bois ou en acier, soit sur un rang de briques suspendu par des agrafes.

Le calcul s'effectue en ELU. Les aciers utilisés ont généralement une limite élastique de 500 MPa et une section, par fil, de 20 ou 12,5 mm² (voir en 10.2 ci-dessus).

EXEMPLE : Soit une baie de 2,50 m d'ouverture disposant au-dessus de 8 rangs de blocs de béton de 20 × 20 × 40 de classe B 80. Le poids à reprendre est de g = 12 kN/m de charges permanentes et 6 kN/m de charge d'exploitation.
La portée de calcul sera prise égale à 1,15 fois la portée entre nus : L = 1,15 × 2,50 = 2,875 m.
La hauteur de la poutre sera limitée à 0,5 L = 1,44 m < 8 × 0,2 = 1,60 m. On pourra prendre un bras de levier z égal à 0,8h, soit z = 0,8 × 1,44 =1,15 m.

Le moment ELU vaut :
$M_u = (1{,}35g + 1{,}5q)L^2/8 = (1{,}35 \times 12 + 1{,}5 \times 6)2{,}875^2/8 = 26{,}04$ kNm.

La section d'acier nécessaire vaut alors : $A_s = \frac{M_u}{z\sigma_s} = \frac{0{,}02604 \times 1{,}15}{1{,}15 \times 500} 10^6 = 52$ mm², valeur supérieure à un cours d'armatures (2×20 mm² = 40 mm²). On disposera alors de deux lits d'armatures placés dans les deux premiers joints (comme sur la figure 62).
On vérifie également la résistance de la maçonnerie :

$$\frac{M_u}{0{,}4bh^2} \leqslant \frac{R}{4{,}5} \text{ soit } \frac{0{,}002604}{0{,}4 \times 0{,}2 \times 1{,}44^2} = 0{,}157 \leqslant \frac{8}{4{,}5} = 1{,}78 \quad \text{OK}$$

10.6. Mur au vent

On peut reprendre l'exemple traité en 6.8.2 ci-dessus d'un mur soumis à une charge verticale dans son plan et à l'action du vent perpendiculairement à sa surface en flexion horizontale.

Le mur est constitué de blocs $20 \times 20 \times 50$ compris entre deux poteaux rigides espacés de $\lambda = 3$ mètres entre nus. La charge en tête est de 14 kN/m (Fig.23).

Le vent exerce une pression normale $q_v = 0{,}36$ kN/m² (voir chap. 3. art. 4, paroi au vent, site protégé de région I, majoration dynamique forfaitaire de 1,10).

Sous vent extrême, le moment agissant vaut :

$$M_u = \frac{1{,}75q_v\lambda^2}{8} = 1{,}75 \times 0{,}36 \frac{3^2}{8} = 0{,}709 \text{ kNm/m}$$

Pour un mur de 20 cm d'épaisseur, on utilise des armatures (deux fils ∅ 5 de 20 mm² de section chacun) de 15 cm de distance entre aciers (longueur a de la figure 53).

Le moment résistant vaut :
$M_{ru} = zA_sf_e / \gamma_s$ avec un bras de levier que l'on peut prendre égal à :

$$z = 0{,}9d = 0{,}9 \frac{a+b}{2} = 0{,}9 \frac{0{,}15 + 0{,}20}{2} = 0{,}1575 \text{ m}$$

soit $M_{ru} = 0{,}1575 \times 20 \times 10^{-6} \times 500 / 1{,}15 = 0{,}00137$ MNm pour un rang d'armature (soit 20 cm de hauteur).
Comme on a besoin de résister à un moment de 0,709 kNm/m, le nombre de lits d'armatures par mètre est de : $\frac{0{,}709}{1{,}37} = 0{,}52$. Nous retiendrons un lit sur 5 rangs de blocs, soit un lit d'armature par mètre.

11. OUVERTURES DANS LES VOILES ET MURS

11.1. Ouverture isolée

La méthode des bielles et tirants permet de rendre compte des directions et sens des efforts. On limitera l'angle d'inclinaison sur l'horizontale des bielles à 45° minimum pour les voiles en béton et 63° pour les murs en maçonnerie (BAEL, art. B.6.8.3) (Fig.63). Un tracé de bielles, équilibrées par des tirants au-dessus et en-dessous de l'ouverture, permet de déterminer les efforts en fonction des forces imposées et des angles.

On peut aussi utiliser la méthode de la voûte de décharge (voir en 8.1 ci-dessus).

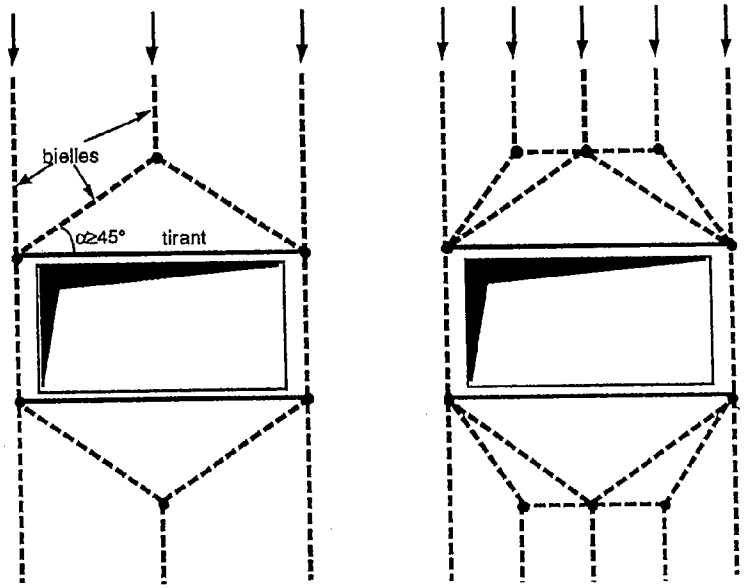


Fig. 63 — Ouverture dans un voile béton. Méthode des bielles et tirants

Une autre façon de visualiser le trajet des lignes de force est de comparer le voile à un canal dans lequel circule un fluide. Un obstacle figure l'ouverture que les lignes de courant sont obligées de contourner (Fig.64).

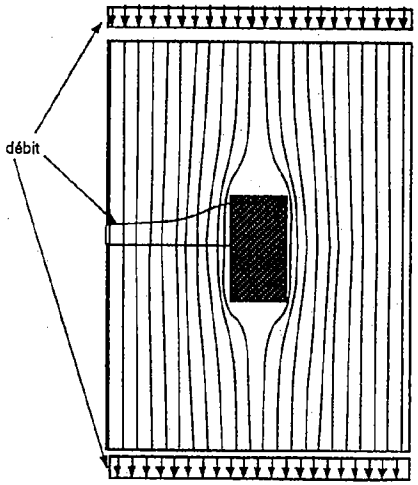


Fig. 64 — Obstacle et lignes de courant

On a ainsi l'analogie suivante (Fig.65) :

source	= charge
évacuation	= appui
lignes de courant	= lignes de force
vitesse du courant	= contrainte dans le voile
obstacle au courant	= ouverture
débit	= force

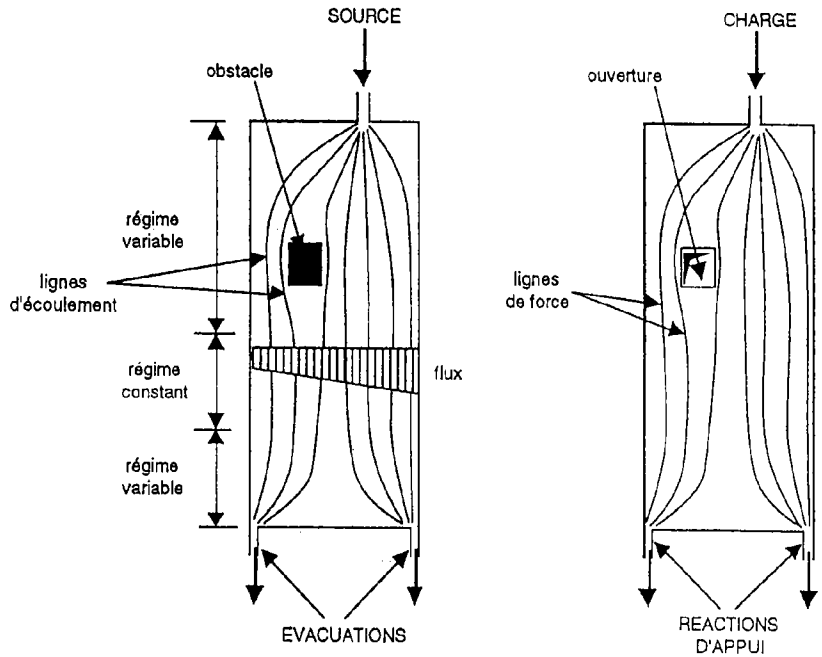


Fig. 65 — Ouverture dans un voile. Analogie hydraulique

11.2. Ouvertures multiples quelconques

La méthode des bielles permet de résoudre nombre de problèmes d'ouvertures dans les voiles ou maçonneries. On commence par dessiner les bielles à partir des efforts appliqués et des parties disponibles de mur en respectant un angle d'inclinaison sur l'horizontale supérieur à 45° dans les voiles en béton et 63° dans les murs en maçonnerie, puis on les équilibre par des tirants. On vérifie que les sections minimales des bielles sont suffisantes.

EXEMPLE (Fig. 66) :

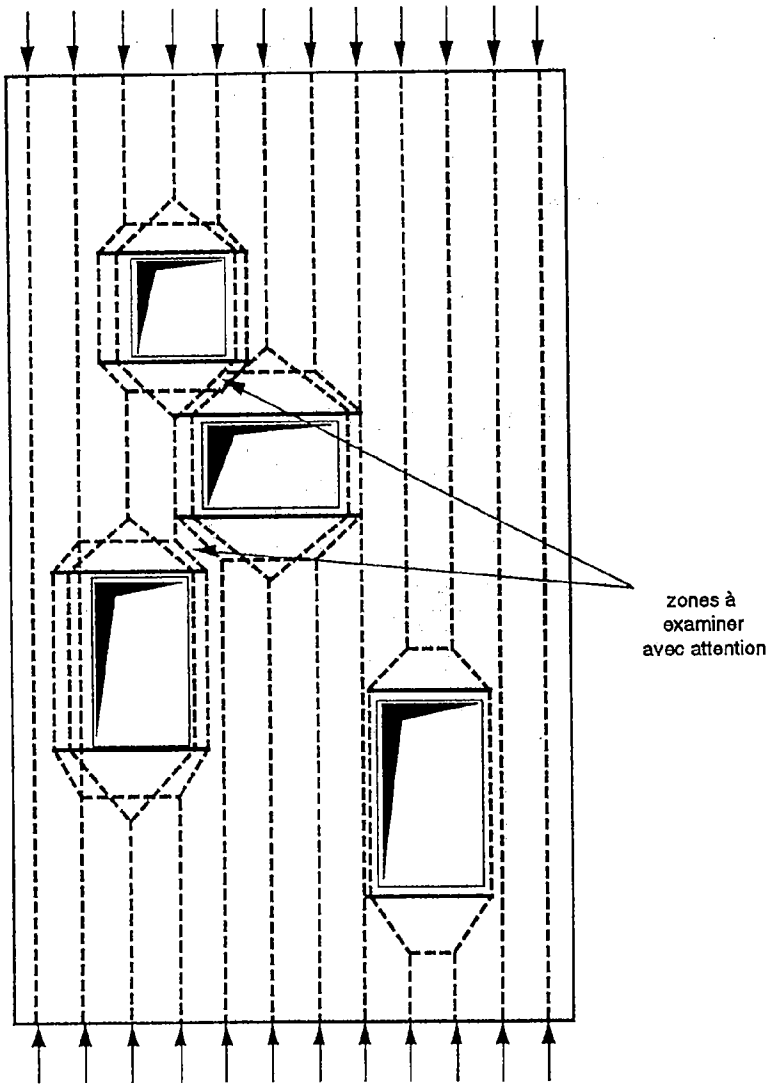


Fig. 66 — Ouvertures multiples dans un voile

Ainsi, si la distance entre deux ouvertures, perpendiculairement aux bielles est a, la composante F_u des forces verticales suivant l'inclinaison des bielles passant dans la section $a \times b$, pour une épaisseur b, on une contrainte ELU $\sigma_u = \frac{F_u}{ab}$ qui ne doit pas dépasser $\frac{0{,}85 f_{c28}}{\gamma_b}$. Certains auteurs recommandent le coefficient 0,80 à la place de 0,85.

11.3. Ouvertures moyennes dans les poutres-cloisons (BAEL 91, art. E5.6)

Cette méthode exige que la longueur de l'ouverture L_t soit inférieure à (Fig.67) :
— 3 m ;
— la plus petite distance de l'ouverture à l'appui L_1 et L_2.

On suppose un fonctionnement en voûte et tirant au-dessus et en-dessous de l'ouverture.

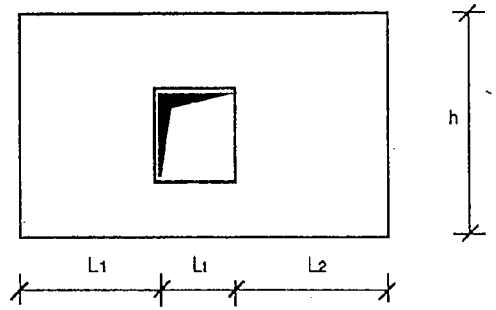


Fig. 67 — Ouverture moyenne dans les poutres-cloisons

On calcule l'effort tranchant dû aux charges à reprendre $V_{ou} = \frac{p_u L_t}{2}$.

L'acier de tirant est donné par la formule $A_s = \frac{0{,}4\, V_{ou} \gamma_s}{f_e}$. Il déborde de l'ouverture de la longueur L_t.

On doit prévoir de relever les charges p_u sur la longueur de l'ouverture par des cadres de hauteur 0,75 L_t, entourant le tirant et de section par unité de longueur égale à :

$$\frac{A_{st}}{s_t} = \frac{p_u \gamma_s}{f_e}$$

Enfin, on disposera d'un acier horizontal à répartir sur la hauteur L_t :

$$A_h = \frac{0{,}2\, V_{ou} \gamma_s}{f_e} \left(30 \frac{\tau_{ou}}{f_{c28}} - 1\right) \text{ si } \tau_{ou} = \frac{p_u L_t}{2} \frac{1}{b L_t} = \frac{p_u}{2b} > \frac{f_{c28}}{30} \text{ sinon } A_h = 0$$

Ces aciers doivent déborder de l'ouverture, de chaque côté, d'une longueur égale à Max $[L_t/3 ; L_d]$.
Pour f_e = 500 MPa et f_{c28} = 25 MPa, la longueur de scellement droit vaut $L_d = 45\,\varnothing$.

EXEMPLE (Fig. 68) :
Soit une poutre-cloison de 8,10 de portée et de 6,35 m de hauteur (deux étages) avec une ouverture (porte) de 1,65 m × 2,05 m. Cette dernière doit être à plus de 1,65 m des appuis, ce qui est vérifié.

Au-dessus de l'ouverture, les charges appliquées sont :

g = 0,385 MN/m pour les charges permanentes
q = 0,112 MN/m pour les charges variables
$p_u = 1{,}35g + 1{,}5q$ = 0,688 MN/m

Les matériaux ont les caractéristiques suivantes :

f_{c28} = 25 MPa pour le béton,
f_e = 500 MPa pour l'acier.

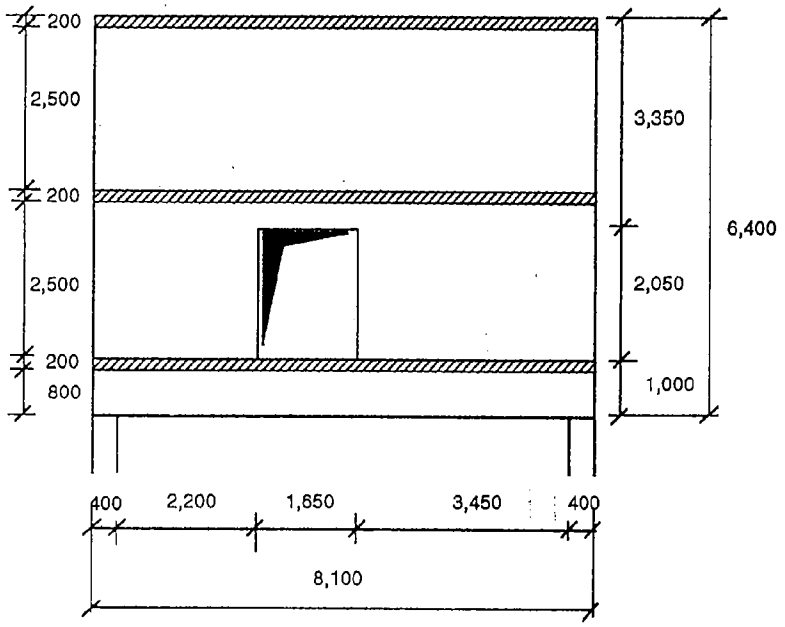


Fig. 68 — Exemple d'ouverture moyenne dans une poutre-cloison

La portée de calcul vaut : $L = \text{Min}\,[1{,}15\,L_0 ; L_1] = \text{Min}\,[1{,}15 \times 7{,}30 ; 7{,}70] = 7{,}70$ m.
Le minimum de h et de L vaut 6,40 m.

On vérifie bien que :
— la largeur de l'ouverture de 1,65 m est inférieure à la distance de l'ouverture aux appuis 2,600 et 3,850 m et qu'elle est inférieure à 3 m ;
— la partie de poutre située sous l'ouverture de hauteur 1,000 m est suffisante pour loger les aciers longitudinaux principaux inférieurs : 1,000 > 0,15 × 6,40 = 0,96 m.

• **Tirant sous ouverture :**

$$V_{ou} = \frac{p_u L_t}{2} = \frac{0{,}688 \times 1{,}65}{2} = 0{,}568 \text{ MN}$$

$$A_s = \frac{0{,}4\,V_{ou}\gamma_s}{f_e} = \frac{0{,}4 \times 0{,}568 \times 1{,}5}{500}\,10^4 = 5{,}23 \text{ cm}^2 \text{ soit } 2\,\text{HA}\,20 = 6{,}28 \text{ cm}^2$$

• **Aciers verticaux** entourant le tirant sur une longueur égale à L_t = 1,65 m et sur une hauteur $0{,}75\,L_t$ = 1,24 m :

$$\frac{A_{st}}{s_t} = \frac{p_u \gamma_s}{f_e} = \frac{0{,}688 \times 1{,}15}{500}\,10^4 = 15{,}82 \text{ cm}^2/\text{m} \quad 7\,\text{U}\,\text{HA}\,12, \quad s = 235 \text{ mm}$$

• **Aciers horizontaux** de répartition sur la hauteur L_t = 1,65 m :

$$\tau_{ou} = \frac{p_u}{2b} = \frac{0{,}688}{2 \times 0{,}20} = 1{,}72 \text{ MPa} > \frac{f_{c28}}{30} = \frac{25}{30} = 0{,}833 \text{ MPa donc :}$$

$$A_h = \frac{0{,}2\,V_{ou}\gamma_s}{f_e}\left(30\,\frac{\tau_{ou}}{f_{c28}} - 1\right) = \frac{0{,}2 \times 0{,}568 \times 1{,}15}{500}\left(30\,\frac{1{,}72}{25} - 1\right)10^4 = 2{,}78 \text{ cm}^2$$

sur 1,65 m, soit 2 × 5HA6, s = 330 (Fig. 69).

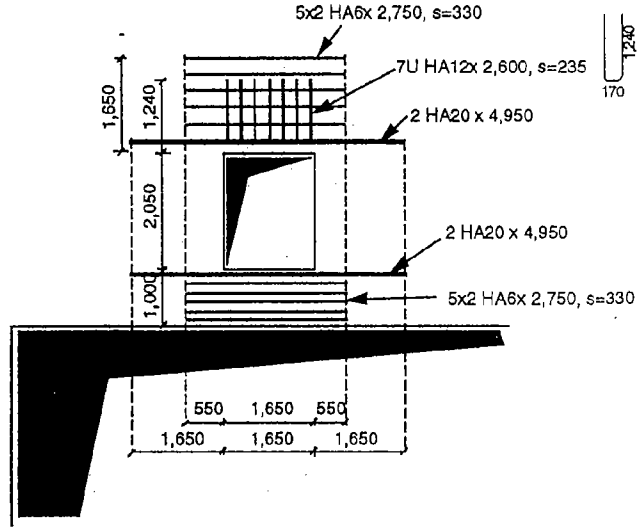


Fig. 69 — Ouverture dans poutre-cloison - Ferraillage complémentaire

11.4. Cas particuliers d'ouvertures centrées et sur une même verticale

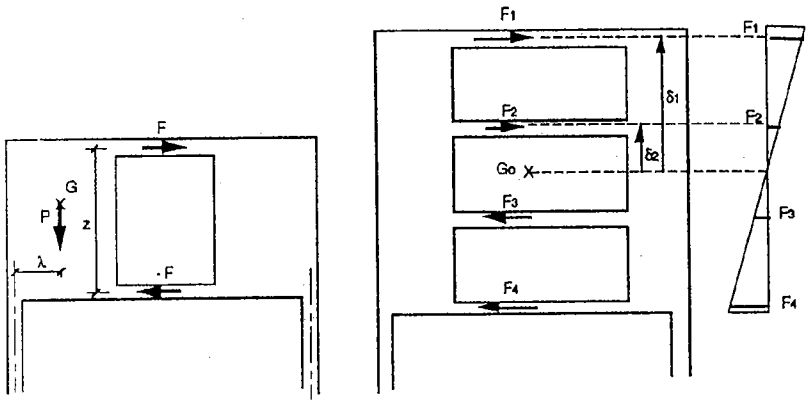


Fig. 70 — Grande ouverture sous ouvertures moyennes centrées

Si l'ouverture est centrée, on calcule chaque moitié latérale comme une console articulée en pied et retenue par un buton en tête et un tirant en bas de (ou des) l'ouverture.

Par exemple, cas a) de la figure 70, soit P la charge reprise par le poteau et G son point d'application (centre de gravité de toutes les charges de la moitié gauche), le moment vaut $P\lambda$. L'équilibre est assuré par deux forces F et $-F$ donnant le même couple, d'où $F = \frac{P\lambda}{z}$.

Le linteau supérieur travaille en buton et le linteau inférieur en tirant.

Dans le cas b), on calcule le moment d'inertie I des sections S_i des tirants par rapport au centre de gravité G_0 de ces sections :
$I = \Sigma S_i \delta_i^2$ et le moment de renversement du poteau sous l'action des charges comme si les butons-tirants n'existaient pas ($M = P\lambda$).

L'effort dans les linteaux est donné par : $F_i = \frac{M\delta_i}{I}$.

12. PANNEAUX DE MAÇONNERIE SOUS CHARGE HORIZONTALE DANS LEUR PLAN

Des ossatures en béton armé ou en construction métallique peuvent être contreventées par des panneaux de maçonnerie bloqués dans un cadre formé de deux poteaux et de deux poutres. Un buton de maçonnerie en forme de diagonale se forme entre les deux angles opposés du panneau pour former un système triangulé (Fig.71).

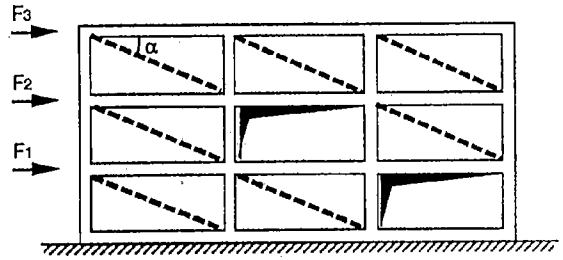


Fig. 71 — Ossature avec panneaux de maçonnerie - Diagonales de contreventement

En première approximation, on peut admettre une répartition de l'effort horizontal au prorata du nombre de panneaux par niveau. Ainsi, au niveau 3 (le plus élevé), chaque diagonale reprend un effort égal à $\frac{F_3}{3\cos\alpha}$; au niveau 2, chacune des deux diagonales reprend $\frac{F_3 + F_2}{2\cos\alpha}$. De même au niveau 1, l'effort total $F_1 + F_2 + F_3$ est à répartir pour moitié entre les deux panneaux pleins.

On n'oubliera pas de *ramener* l'effort horizontal cumulé situé dans la traverse à chaque niveau vers l'extrémité gauche, au moyen d'un tirant horizontal, pour lui permettre de *redescendre* dans les diagonales.

Pour chaque panneau, l'effort F exercé au nœud A (Fig.72) se transmet dans la diagonale :
— par butée le long de AC,
— par frottement le long de AB.

Ce frottement est amélioré si le nœud tourne dans le sens des aiguilles d'une montre, ce qui comprime la section AB vers le bas.

L'effort dans la diagonale vaut : $F' = \frac{F}{\cos\alpha}$.

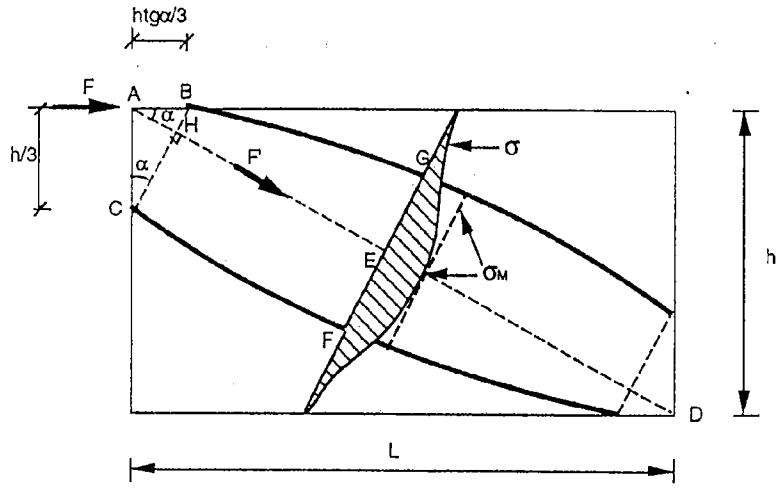


Fig. 72 — Diagonale de contreventement

La répartition des contraintes a l'allure de la courbe σ de la figure 72. Son maximum vaut σ_M. On peut schématiser la diagonale suivant la courbe indiquée sur la figure, avec une largeur FG telle que la contrainte supposée constante soit égale à σ_M, on alors : $F' = \sigma_M \times FG$. Compte tenu de l'épanouissement du fuseau, la contrainte maximale a lieu en H. Des résultats d'essais effectués avec des maçonneries en briques pleines 5,5 × 11 × 22 et une ossature en acier [8] montrent que l'on peut prendre une hauteur de butée AC égale à $h/2$. Par prudence pour d'autres types de remplissage et d'ossatures, nous retiendrons une hauteur AC = $h/3$.

On calcule alors la contrainte en H avec :

$$BC = \frac{AC}{\cos\alpha} = \frac{h}{3\cos\alpha} \text{ et } \sigma = \frac{F'}{BC} = \frac{3F\cos\alpha}{H\cos\alpha} = \frac{3F}{h}$$

EXEMPLE : Pour une maçonnerie de blocs creux de 20 cm d'épaisseur de classe B 80, on a un effort au nœud A : F = 0,21 MN. La dimension du panneau est de 3,40 m par 1,80 m. La contrainte admissible de la maçonnerie est $\sigma_L = \frac{R}{kN}$ avec R = 8 MPa et N = 6 (voir en 6.5 ci-dessus).

L'élancement vaut : $\frac{\sqrt{3{,}4^2 + 1{,}8^2}}{0{,}2} = 19{,}2 < 20$ OK et en interpolant $k = 1{,}282$, d'où : $\sigma_L = 1{,}04$ MPa.

La contrainte maximale vaut : $\sigma = \frac{3F}{h} = \frac{3 \times 0{,}21}{1{,}8} = 0{,}35$ MPa $< 1{,}04$ MPa OK

13. RACCOURCISSEMENT DIFFÉRENTIEL

On examinera ci-après le racourcissement différentiel entre refends d'un même voile, soumis à des contraintes différentes, reliés par un ou plusieurs linteaux. Ces derniers sont encastrés dans les refends et subissent ainsi un tassement différentiel d'appui.

Nous nous proposons de déterminer :
— les sollicitations dans le linteaux ;
— l'effort de redressement dans les refends et leurs déformations.

13.1. Cas simplifié

Considérons un voile constitué de deux refends reliés par un seul linteau en tête (Fig.73).

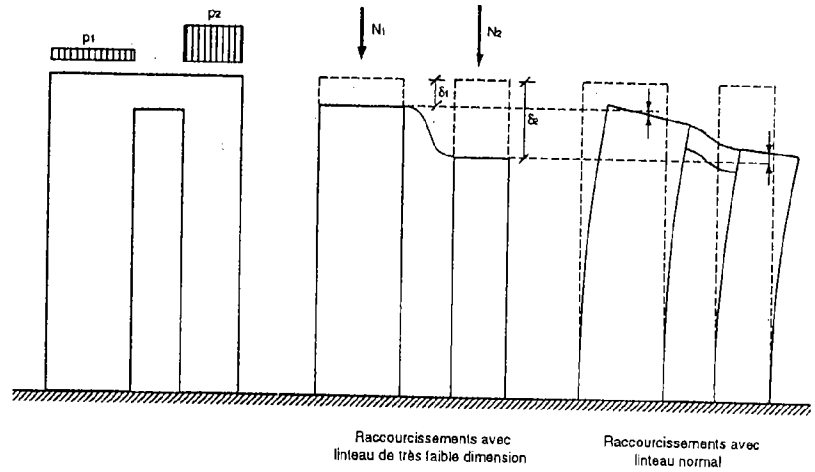


Fig. 73 — Racourcissement différentiel de deux refends

Avec un linteau de très faible dimension, sous l'action des charges verticales, les refends se raccourcissent d'une valeur différente : $\delta_2 - \delta_1 = \frac{N_2 H}{ES_2} - \frac{N_1 H}{ES_1}$ pour des refends de hauteur H, de section S_1 et S_2 et recevant des charges N_1 et N_2.

La présence d'un linteau non négligeable reporte une partie de la charge du refend le plus comprimé sur le refend le moins comprimé d'une valeur égale à l'effort tranchant dans le linteau. Ce qui entraîne un raccourcissement moindre dans le refend le plus comprimé.

Soient les inconnues (Fig.74 et 75) :
V = effort tranchant dans le linteau,
N = effort normal dans le linteau,
λ = distance à l'extrémité gauche du linteau du point de moment nul ;

et les données :
b, h, L = épaisseur, hauteur et longueur du linteau,
b_1, L_1 et H = épaisseur, longueur horizontale et hauteur du refend gauche,
b_2, L_2 et H = épaisseur, longueur horizontale et hauteur du refend droit,
N_1 et N_2 = charges appliquées en tête des deux refends.

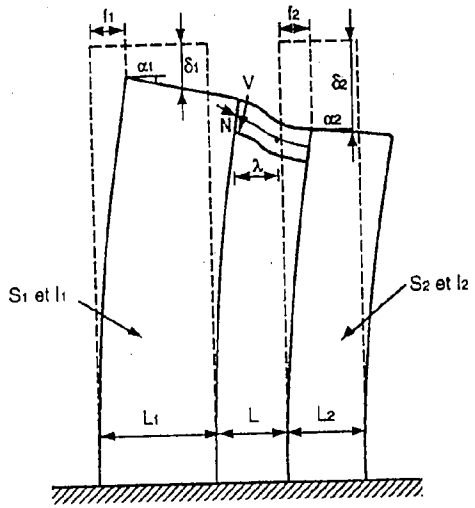


Fig. 74 — Élévation du voile à deux refends

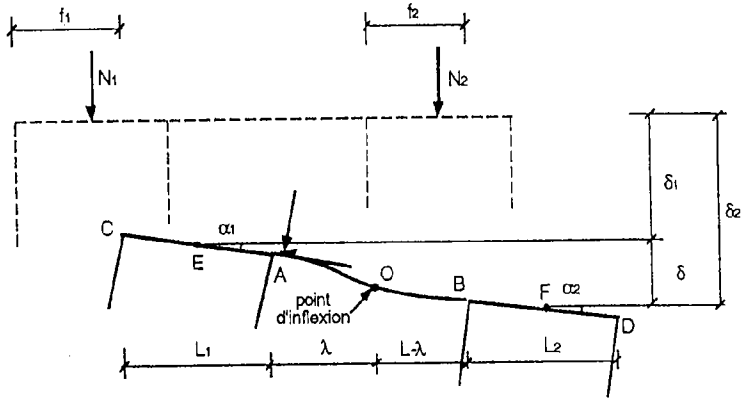


Fig. 75 — Sollicitations et déformations du linteau et des deux refends

Toutes les déformations et rotations : $f_1, f_2, \delta_1, \delta_2, \alpha_1$ et α_2 peuvent être exprimées en fonction des inconnues V, N et λ en utilisant les formules donnant les flèches et rotation des consoles (cas 24 et 32 du chapitre 2). Les moments en tête de refends provenant du linteau valent : $C_1 = V\lambda$ et $C_2 = V(L - \lambda)$.

On a ainsi :

$$f_1 = \frac{(0{,}5L_1 + \lambda)VH^2}{2EI_1} + \frac{NH^3}{3EI_1} \qquad f_2 = \frac{(0{,}5L_2 + L - \lambda)VH^2}{2EI_2} - \frac{NH^3}{3EI_2}$$

$$\delta_1 = \frac{(N_1 - V)H}{2ES_1} \qquad \delta_2 = \frac{(N_2 + V)H}{2ES_2}$$

$$\alpha_1 = \frac{(0{,}5L_1 + \lambda)VH}{EI_1} + \frac{NH^2}{2EI_1} \qquad \alpha_2 = \frac{(0{,}5L_2 + L - \lambda)VH}{EI_2} - \frac{NH^2}{2EI_2}$$

On écrit les trois équations à trois inconnues N, V et λ :

$$f_1 - f_2 = \frac{N}{ES} \quad (1)$$

$\delta_2 - \delta_1 = \Delta y(EA) + y(AB) + y(BF)$ (différence d'ordonnées entre deux points) soit

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 = 0{,}5\alpha_1 L_1 + \alpha_1\lambda + \frac{V\lambda^3}{3EI} + \frac{V(L - \lambda)^3}{3EI} + \alpha_2(L - \lambda) + 0{,}5\alpha_2 L_2 \quad (2)$$

$$\alpha_1 - \alpha_2 = -\frac{V\lambda^2}{2EI} + \frac{V(L - \lambda)^2}{2EI} \quad (3)$$

EXEMPLE (Fig. 76) :
Pour :
— un premier refend 0,2 m × 3 m × 19 m
— un deuxième refend 0,2 m × 2 m × 19 m
— un linteau 0,2 m × 1 m × 2 m
— une charge sur premier refend 1 200 kN (3 MPa)
— une charge sur deuxième refend 7 200 kN (12 MPa).

On trouve :
V = 210,82 kN
N = 12,03 kN
λ = 0,733 m et L − λ = 1,267 m
f_1 = 27,84 mm et f_2 = 27,83 mm
δ_1 = 6,53 mm et δ_2 = 21,55 mm

On constate :
— que l'effort normal est faible et que l'on peut négliger le raccourcissement du linteau sous effort normal : $f_1 - f_2$ = 0,01 mm ;
— que le point d'inflexion n'est pas au milieu du linteau mais à 37 % de sa longueur ;
— que le refend 2 est *soulagé* de V = 210,82 kN, soit 3 % de la charge qu'il reçoit.

On constate que le moment maximal V(L − λ) dans le linteau est de 267,13 kNm, soit un moment réduit : $\beta = \frac{M}{bd^2} = \frac{0{,}2671}{0{,}2 \times 0{,}9^2} = 1{,}65$ MPa < 3 MPa.

Remarque : On peut calculer cette structure avec le programme «PORTIQUE» en modélisant de la façon suivante (Fig.77) :
— les refends sont remplacés par des barres verticales rectangulaires de longueur 18,50 m, d'épaisseur 0,20 m et de hauteur 2 et 3 m respectivement ;
— le linteau est remplacé par trois barres horizontales :
— une centrale de longueur 2 m, de hauteur 1 m et de 0,20 m d'épaisseur,
— une latérale gauche de longueur 1 m (demi-refend), de hauteur 9,50 m (demi-hauteur du voile - demi-linteau) et de 0,20 m d'épaisseur,
— une latérale droite de longueur 1,50 m, 9,50 de hauteur et 0,20 m d'épaisseur.

Caractéristiques des barres :

Barre	*b*	*h*	L
1	0,2	3,0	18,5
2	0,2	9,5	1,5
3	0,2	1,0	2,0
4	0,2	9,5	1,0
5	0,2	2,0	18,5

On trouve bien les mêmes résultats en utilisant le préprocesseur «préFILOU», puis le programme «PORTIQUE» que par la méthode manuelle développée ci-dessus.

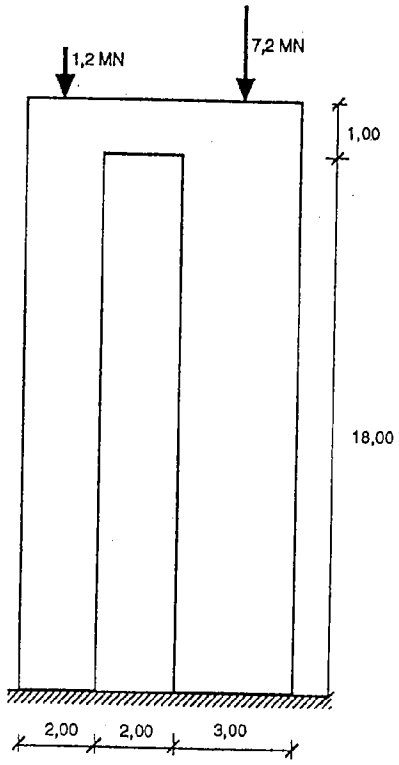


Fig. 76 — Exemple numérique

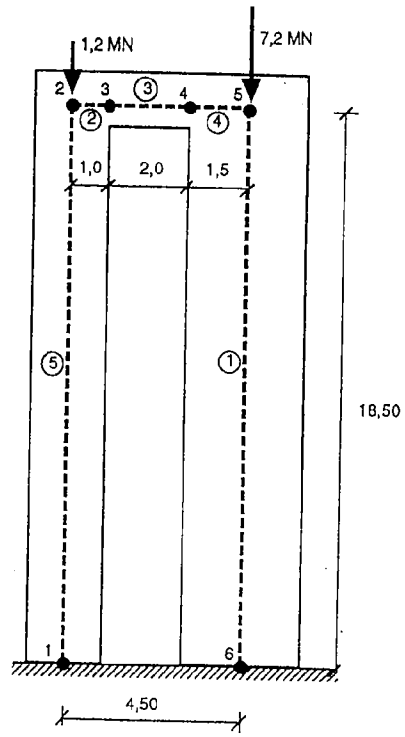


Fig. 77 — Modélisation pour calcul en portique

13.2. Cas d'une ou plusieurs files d'ouvertures

On peut généraliser la méthode «PORTIQUE», c'est-à-dire en remplaçant chaque linteau par trois barres pour tenir compte de la longueur réelle des linteaux et de leur encastrement dans les refends non pas au milieu des refends, mais sur leur bord (Fig. 78).

Pour que cette méthode soit valable, il faut que les centres de gravité à chaque niveau d'un refend soient situés sur une même verticale. De même, les centres de gravité des linteaux d'un même niveau doivent être sur une même horizontale.

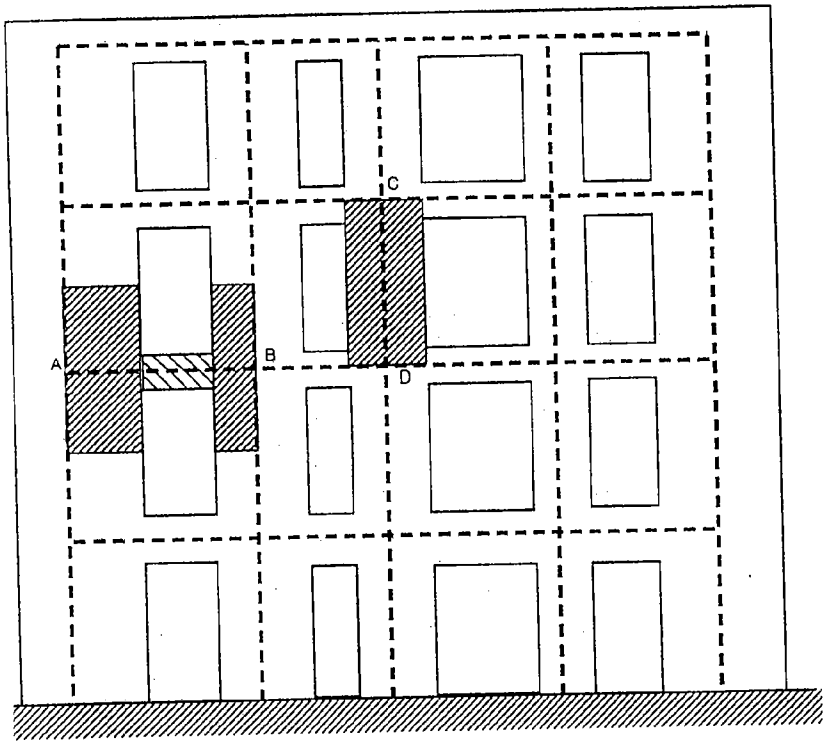


Fig. 78 — Modélisation d'un voile à plusieurs refends pour un calcul en portique

Le linteau AB est modélisé en trois barres ; les deux barres extrêmes ont une hauteur allant de demi-étage à demi-étage.

Le préprocesseur «préFILOU» prépare automatiquement les données pour le programme «PORTIQUE».

I3.2.1. Programme «préFILOU» - Mode d'emploi*

Ce programme est un préprocesseur du programme «PORTIQUE» pour le calcul des voiles à une ou plusieurs files d'ouvertures sous les conditions suivantes :
— les files d'ouvertures définissent des refends entre files ;
— les centres de gravité à chaque niveau de chaque refend doivent être situés sur une même verticale ;
— les centres de gravité de chaque linteau de chaque niveau doivent être situés sur une même horizontale,
de façon à pouvoir représenter l'ensemble des refends et des linteaux comme les barres d'un portique. Chaque linteau est constitué de trois barres : une d'inertie correspondant au linteau, deux de plus grande inertie, encadrant la précédente et allant jusqu'au centre de gravité des refends.

Le programme «préFILOU» prépare les données du programme «PORTIQUE» sous le nom d'un fichier appelé «BIDOUT» que l'on portera par copier-coller en DATA en fin du programme «PORTIQUE»

1 - Écrire les données de «préFILOU» au clavier ou en DATA ;
2 - Exécuter «préFILOU» ;
3 - Sous BASIC ou sous WORD, aller dans «BIDOUT», saisir l'ensemble du texte, copier ;
4 - Aller dans «PORTIQUE», copier en fin de programme, après les lignes de DATA décrivant les profilés du commerce.

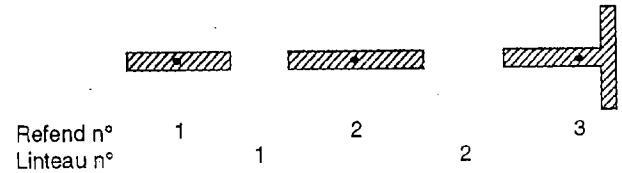


Fig. 79 —

Les données sur une même ligne sont à séparer par un espace. Les zéros en fin de ligne peuvent être omis.

Ligne 1 Titre

Ligne 2 **NR, NN, NK, YG**
NR = nombre de refends
NN = nombre de niveaux
NK = nombre de tronçons de calcul pour chaque barre (1 à 10)
YG = module d'Young (MPa)

Remarque : On peut prendre un module d'Young égal à 11 000 $\sqrt[3]{f_{c28}}$ pour les charges permanentes, les charges d'exploitation et les actions de vent. On multipliera les résultats des flèches obtenus pour chaque cas de charge de longue durée par 3.

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

Ligne 3 $x(i)$
(NR fois) Abscisse du centre de gravité de chaque file de refend (m)
On pourra prendre comme origine des abscisses, le coin gauche du voile ou bien le centre de gravité du premier refend

Ligne 4 $y(i)$
(NN fois) Ordonnée du centre de gravité de chaque ligne horizontale de linteaux (m)

Lecture des refends

Ligne 5 I_1, J_1, I_2, J_2, b, L, S, I, e
De la file de refend I_1, niveau J_1 à la file de refend I_2, niveau J_2,
b = épaisseur du refend (m)
L = longueur du refend (m)
S = aire du refend (m²), si elle est différente de bL, sinon = 0
I = moment d'inertie du refend (m⁴), s'il est différent de $bL^3/12$, sinon = 0
e = distance du milieu du refend à son centre de gravité (m), comptée positivement si ce milieu est à droite du centre de gravité.
FIN : I_1 = 0 et aller en ligne 6, sinon retour ligne 5

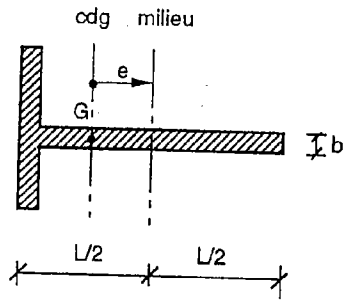


Fig. 80 —

Lecture des linteaux

Ligne 6 I_1, J_1, I_2, J_2, b, h, S, I
De la file de refend I_1, niveau J_1 à la file de refend I_2, niveau J_2,
b = épaisseur du linteau (m)
h = hauteur du linteau (m)
S = aire du linteau (m²), si elle est différente de bh, sinon = 0
I = moment d'inertie du linteau (m⁴), s'il est différent de $bh^3/12$, sinon = 0
FIN : I_1 = 0 et aller en ligne 7, sinon retour ligne 6

Ligne 7 J_1, J_2, F_h
Du niveau J_1 au niveau J_2, F_h = force horizontale appliquée au centre de gravité des linteaux (kN)
FIN : J_1 = 0 et aller en ligne 8, sinon retour ligne 7

Ligne 8 I_1, J_1, I_2, J_2, F_v, e_v
De la file de refend I_1, niveau J_1 à la file de refend I_2, niveau J_2,
Fv = charge concentrée verticale (kN), excentrée de e_v (m) par rapport au centre de gravité du refend ($\geq$ 0 si à droite de ce centre de gravité)
FIN : I_1 = 0, sinon retour ligne 8

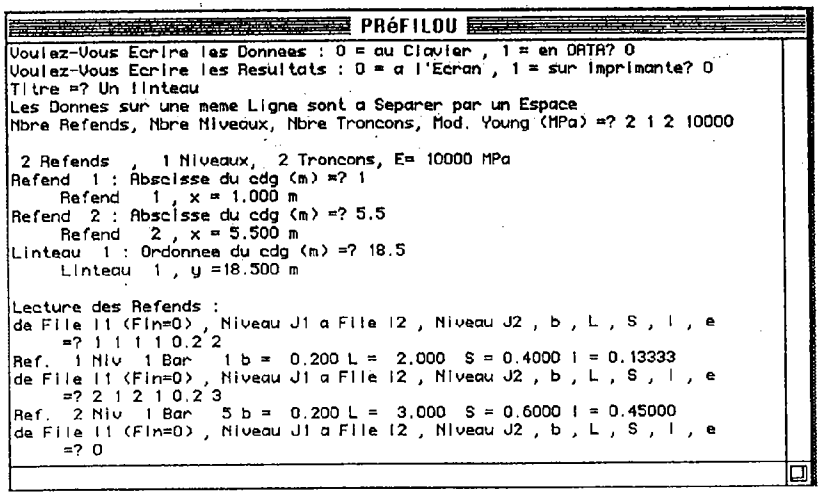
13.2.2. Exemple de données

(Voir exemple du 13.1 ci-dessus)

```
Un linteau                  ' Titre
2 1 2 10000                 ' 2 refends, 1 niveau, 2 tronçons, Young
1                           ' abscisse du refend 1
5.5                         ' abscisse du refend 2
18.5                        ' ordonnée du centre du linteau 1
1 1 1 1 0.2 2 0 0 0         ' du refend 1, niveau 1 au refend 1, niveau 1, b, h, S, I, e
2 1 2 1 0.2 3 0 0 0         ' du refend 2, niveau 1 au refend 2, niveau 1, b, h, S, I, e
0                           ' fin des refends
1 1 0.2 1                   ' de la file de linteau 1, niveau 1 a la file de linteau 1,
                              niveau 1, b, h, S, I
0                           ' fin des linteaux
0                           ' pas de force horizontale
1 1 1 1 600 0               ' du refend 1, niveau 1, au refend 1, niveau 1, 600 kN,
                              excentré de 0
2 1 2 1 2400 0              ' du refend 2, niveau 1, au refend 2, niveau 1, 2400 kN,
                              excentré de 0
```

13.2.3. Données sur écran

```
PRéFILOU
Voulez-Vous Ecrire les Donnees : 0 = au Clavier , 1 = en DATA? 0
Voulez-Vous Ecrire les Resultats : 0 = a l'Ecran , 1 = sur Imprimante? 0
Titre =? Un linteau
Les Donnes sur une meme Ligne sont a Separer par un Espace
Nbre Refends, Nbre Niveaux, Nbre Troncons, Mod. Young (MPa) =? 2 1 2 10000

 2 Refends  ,  1 Niveaux,  2 Troncons, E= 10000 MPa
Refend  1 : Abscisse du cdg (m) =? 1
    Refend   1 , x = 1.000 m
Refend  2 : Abscisse du cdg (m) =? 5.5
    Refend   2 , x = 5.500 m
Linteau  1 : Ordonnee du cdg (m) =? 18.5
    Linteau  1 , y =18.500 m

Lecture des Refends :
de File I1 (Fin=0) , Niveau J1 a File I2 , Niveau J2 , b , L , S , I , e
    =? 1 1 1 1 0.2 2
Ref.  1 Niv  1 Bar   1 b =  0.200 L =  2.000  S = 0.4000 I = 0.13333
de File I1 (Fin=0) , Niveau J1 a File I2 , Niveau J2 , b , L , S ,   , e
    =? 2 1 2 1 0.2 3
Ref.  2 Niv  1 Bar   5 b =  0.200 L =  3.000  S = 0.6000 I = 0.45000
de File I1 (Fin=0) , Niveau J1 a File I2 , Niveau J2 , b , L , S , I , e
    =? 0
```


PRéFILOU
Voulez-Vous Ecrire les Donnees : 0 = au Clavier , 1 = en DATA? 0
Voulez-Vous Ecrire les Resultats : 0 = a l'Ecran , 1 = sur Imprimante? 0
Titre =? Un linteau
Les Donnes sur une meme Ligne sont a Separer par un Espace
Nbre Refends, Nbre Niveaux, Nbre Troncons, Mod. Young (MPa) =? 2 1 2 10000
2 Refends , 1 Niveaux, 2 Troncons, E= 10000 MPa
Refend 1 : Abscisse du cdg (m) =? 1
Refend 1 , x = 1.000 m
Refend 2 : Abscisse du cdg (m) =? 5.5
Refend 2 , x = 5.500 m
Linteau 1 : Ordonnee du cdg (m) =? 18.5
Linteau 1 , y =18.500 m
Lecture des Refends :
de File I1 (Fin=0) , Niveau J1 a File I2 , Niveau J2 , b , L , S , I , e
=? 1 1 1 1 0.2 2
Ref. 1 Niv 1 Bar 1 b = 0.200 L = 2.000 S = 0.4000 I = 0.13333
de File I1 (Fin=0) , Niveau J1 a File I2 , Niveau J2 , b , L , S , I , e
=? 2 1 2 1 0.2 3
Ref. 2 Niv 1 Bar 5 b = 0.200 L = 3.000 S = 0.6000 I = 0.45000
de File I1 (Fin=0) , Niveau J1 a File I2 , Niveau J2 , b , L , S , I , e
=? 0

Les données sont répétées ligne à ligne pour déceler les erreurs éventuelles d'introduction.

13.2.4. Vérification des données de «préFILOU»

```
================================================================
Un linteau
 2 Refends   1 Niveaux    2 Troncons
  5 Barres  et    6 Noeuds
Module d'Young= 10000 MPa

REFENDS (no = numero de barre)
-------
File No=     1        2
     x=    1.000    5.500
Niv.
 1   no=      1        5
     b =   0.200    0.200
     L =   2.000    3.000
     H =  18.500   18.500
     S =  0.4000   0.6000
     I =  0.1333   0.4500
     e =  0.0000   0.0000
```



```
LINTEAUX (no = numero de barre)
--------
File No=     1
Niv.
 1   no=      3
     b =   0.200
     h =   1.000
     L =   2.000
     S =  0.2000
     I =  0.0167


CHARGES HORIZONTALES
--------------------

CHARGES VERTICALES (en kN et m )
------------------
 Niv.  Ref.  Noeud  F.Vert.   Exc.    Moment
  1     1      2     600.00  0.000     0.00
  1     2      5    2400.00  0.000     0.00
```

13.2.5. Données de «PORTIQUE» préparées par «préFILOU» et à copier en fin de «PORTIQUE»

```
18000 REM Donnees a Mettre en Fin dU Programme 'PORTIQUE'
18002 DATA Un linteau
18004 DATA 6,5,2,0,0,0,10000,1,1
18006 DATA 1,1,0
18008 DATA 2,1,18.5
18010 DATA 3,2,18.5
18012 DATA 4,4,18.5
18014 DATA 5,5.5,18.5
18016 DATA 6,5.5,0
18018 DATA 1,1,2,.2,2,0,0,.4,.1333333
18020 DATA 2,2,3,.2,.5,0,0,0,0
18022 DATA 3,3,4,.2,1,0,0,.2,1.666667E-02
18024 DATA 4,4,5,.2,.5,0,0,0,0
18026 DATA 5,5,6,.2,3,0,0,.6,.45
18028 DATA 1,0,0,0
18030 DATA 6,0,0,0
18032 DATA 0
18034 DATA 0
18036 DATA 2,1,0,-600,0
18038 DATA 5,1,0,-2400,0
18040 DATA 0
```

13.2.6. Résultats de «PORTIQUE»

DONNEES

Un linteau

Donnees des Noeuds

No Noeud	Abscisse m	Ordonnee m
1	1.000	0.000
2	1.000	18.500
3	2.000	18.500
4	4.000	18.500
5	5.500	18.500
6	5.500	0.000

Donnees des Barres

No Barre	No Noeuds Gauche	Droit	b m	h m	bo m	ho m	S m2	I m4	L m
1	1	2	0.200	2.000	0.200	0.000	0.400	0.1333	18.500
2	2	3	0.200	0.500	0.200	0.000	0.100	0.0021	1.000
3	3	4	0.200	1.000	0.200	0.000	0.200	0.0167	2.000
4	4	5	0.200	0.500	0.200	0.000	0.100	0.0021	1.500
5	5	6	0.200	3.000	0.200	0.000	0.600	0.4500	18.500

Donnees des Appuis

No Noeud	Abscisse m	Ordonnee m	Deplacement sur Ox	sur Oy	Rotation
1	1.000	0.000	Fixe	Fixe	Fixe
6	5.500	0.000	Fixe	Fixe	Fixe

Charges sur Noeuds

No Ch	No Noeud	Cas de Charge	Charge en kN Horiz.	Vert.	Moment kNm
1	2	1	0.000	-600.00	0.000
2	5	1	0.000	-2400.00	0.000

Nbre de Noeuds = 6
Nbre de Barres = 5
Module d'Young = 10000 MPa
Volume= 18.900 m3
Poids= 463.050 kN (47202 kg)
- Moments a l'Axe des Appuis
- Efforts Tranchants au Nu des Appuis
- Structure a Noeuds Deplacables

Nombre d'Equations = 12
Largeur de la Bande de la Matrice = 6
Nombre de Charges sur Barres = 0
Nombre de Charges sur Noeuds = 2
Nombre de Cas de Charges = 1

RESULTATS
****

CAS DE CHARGES No 1

Deplacements et Rotations des Noeuds

No Noeud	Abscisse m	Ordonnee m	Deplacement en mm sur Ox	sur Oy	Rotation mrd
1	1.000	0.000	0.00	0.00	0.00
2	1.000	18.500	1.50	-2.83	-0.21
3	2.000	18.500	1.50	-3.59	-1.23
4	4.000	18.500	1.50	-6.14	-1.28
5	5.500	18.500	1.49	-7.37	-0.15
6	5.500	0.000	0.00	0.00	0.00

BARRE No 1 Noeud gauche 1 Largeur = 0.200 m , Hauteur = 2.000 m
Noeud droit 2

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	-1.224	611.331	-4.131	0.000	0.00	0.00
1	9.250	-1.224	611.331	-15.455	0.496	0.25	-1.41
2	18.500	-1.224	611.331	-26.780	0.000	1.50	-2.83

BARRE No 2 Noeud gauche 2 Largeur = 0.200 m , Hauteur = 0.500 m
Noeud droit 3

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	11.331	1.224	-26.780	0.000	1.50	-2.83
1	0.500	11.331	1.224	-21.114	0.127	1.50	-3.08
2	1.000	11.331	1.224	-15.449	0.000	1.50	-3.59

BARRE No 3 Noeud gauche 3 Largeur = 0.200 m , Hauteur = 1.000 m
Noeud droit 4

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	11.331	1.224	-15.449	0.000	1.50	-3.59
1	1.000	11.331	1.224	-4.118	0.012	1.50	-4.86
2	2.000	11.331	1.224	7.214	0.000	1.50	-6.14

BARRE No 4 Noeud gauche 4 Largeur = 0.200 m , Hauteur = 0.500 m
Noeud droit 5

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	11.331	1.224	7.214	0.000	1.50	-6.14
1	0.750	11.331	1.224	15.712	-0.212	1.50	-6.97
2	1.500	11.331	1.224	24.210	0.000	1.49	-7.37

BARRE No 5 Noeud gauche 5 Largeur = 0.200 m , Hauteur = 3.000 m
Noeud droit 6

k	Absc. m	Eff.Tr. kN	Eff.Nor. kN	Moment kNm	Fleche mm	Deplacement mm sur Ox	sur Oy
0	0.000	1.224	2388.669	24.210	0.000	1.49	-7.37
1	9.250	1.224	2388.669	35.535	-0.338	0.41	-3.68
2	18.500	1.224	2388.669	46.859	0.000	0.00	0.00

Reactions d'Appuis (Positif vers la Droite, vers le Haut ou Sens Trigo)

Appui No	Reactions sur Ox	en kN sur Oy	Moment kNm
1	1.224	611.331	4.131
6	-1.224	2388.669	46.859

Le linteau est représenté par la barre no 3.

13.3. Voiles à une file d'ouverture de mêmes caractéristiques

Pour des bâtiments de grande hauteur, de plus de dix niveaux, on peut remplacer les actions concentrées de chaque linteau sur les deux refends par des actions réparties que l'on pourra intégrer sur toute la hauteur du voile.

La méthode [10] suppose les hypothèses suivantes (Fig. 81) :

1 - les charges verticales sont réparties uniformément sur toute la hauteur ;
2 - les efforts localisés des linteaux sur les refends sont supposés répartis, ce qui signifie que les refends ont une largeur suffisante par rapport à la hauteur d'étage ;
3 - on néglige les déformations des linteaux sous effort normal ;
4 - les deux refends sont supposés encastrés dans leur base ;
5 - les caractéristiques géométriques et mécaniques des linteaux et refends sont identiques sur toute la hauteur.

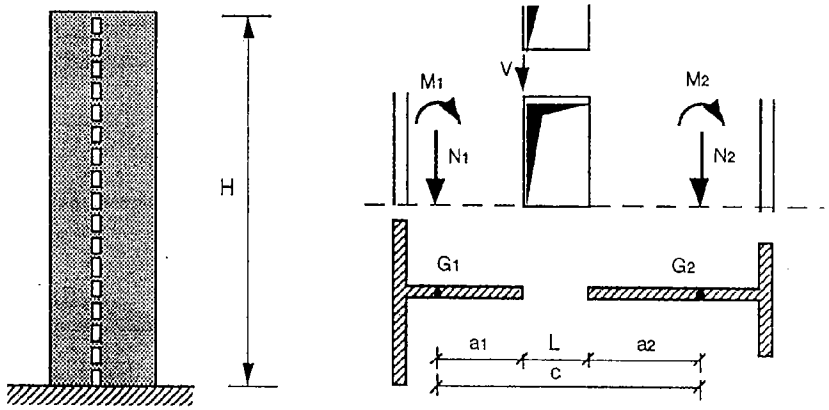


Fig. 81 — Voile à une file d'ouverture et deux refends

13.3.1. Notations

H = hauteur totale du voile ;
h = hauteur d'étage ;
c = distance entre les centres de gravité des deux refends ;
L = largeur de l'ouverture ;
G_1 et G_2 : centres de gravité des deux refends ;
N_1 et N_2 = efforts normaux verticaux dans les deux refends en leur centre de gravité ;
M_1 et M_2 = moments fléchissants dans les deux refends ;
V_1 et V_2 = efforts tranchants horizontaux dans les deux refends ;
V = effort tranchant vertical dans chaque linteau ;
P_1 et P_2 = charges de plancher par étage pour les deux refends ;

e_1 et e_2 = excentricités des charges P_1 et P_2 par rapport aux centres de gravité des refends, comptées positivement si la charge est à droite du centre de gravité ;
$y = f$ = déformée horizontale des refends ;
$y' = \alpha$ = rotation des refends par rapport à la verticale ;
E et E′ = modules d'Young des deux refends (le module E′ peut être réduit à la moitié ou au tiers de sa valeur pour tenir compte de l'état de fissuration du linteau fléchi et fissuré qui est plus déformable).

I3.3.2. Calcul de l'effort tranchant dans les linteaux

Les éléments de réduction des sollicitations dans les deux refends sont :
— N_1, M_1 et V_1 pour le refend 1 ;
— N_2, M_2 et V_2 pour le refend 2. Sous l'action des charges verticales entraînant des contraintes de compression différentes, charges qui sont éventuellement excentrées, les refends se déforment verticalement et horizontalement. Comme l'on a supposé aucun raccourcissement ni allongement des linteaux (hypothèse 3), les linteaux ont même déformée horizontale $f = y$ et donc même rotation $\alpha = y'$ (Fig. 82).

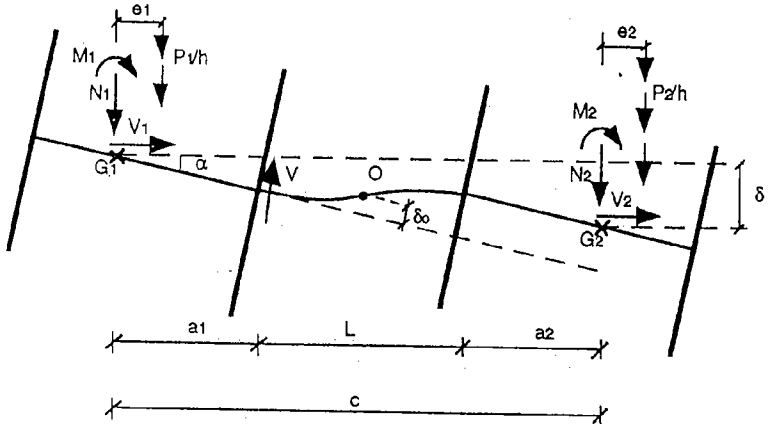


Fig. 82 — Déformée des linteaux

Pour un linteau de longueur L, de moment d'inertie I et de module d'Young E′, le point de moment nul est situé au milieu, puisque l'angle de rotation est le même à ses deux extrémités. La flèche δ_0 est celle d'une console de portée L/2 soumise à une charge concentrée V en son extrémité (voir chapitre 2, cas 24) :

$$\delta_0 = \frac{V(L/2)^3}{3E'I} = \frac{VL^3}{24E'I}$$

La distance δ est égale (fig.82) à :

$$\alpha(a_1 + L + a_2) - 2\delta_0 = cy' - \frac{VL^3}{12E'I} = cy' - VK \text{ en posant } K = \frac{L^3}{12E'I}$$

Cette distance δ représente la différence de déformée entre les deux refends sous l'action des efforts normaux N_1 et N_2 :

$$\delta = \int_0^x \frac{N_2 dx}{ES_2} - \int_0^x \frac{N_1 dx}{ES_1} = cy' - KV$$

On en tire :

$$cy' = KV + \frac{1}{ES_2}\int_0^x N_2 dx - \frac{1}{ES_1}\int_0^x N_1 dx \qquad (1)$$

Si l'on dérive deux fois, on obtient :

$$cy'' = KV' + \frac{N_2}{ES_2} - \frac{N_1}{ES_1} \qquad (2)$$

$$cy'' = KV'' + \frac{1}{ES_2}\frac{dN_2}{dx} - \frac{1}{ES_1}\frac{dN_1}{dx} \qquad (3)$$

Or, pour un élément de refend de hauteur dx, compris entre deux plans horizontaux (Fig.83), l'équilibre des sollicitations agissant sur cet élément se traduit par les équations suivantes :

	Refend 1	Refend 2
Moments	$dM_1 = -V_1 dx - \frac{P_1 e_1 dx}{h} + \frac{V dx}{h}\left(a_1 + \frac{L}{2}\right)$ (4)	$dM_2 = -V_2 dx - \frac{P_2 e_2 dx}{h} + \frac{V dx}{h}\left(a_2 + \frac{L}{2}\right)$ (5)
Efforts verticaux	$dN_1 = -\frac{P_1 dx}{h} + \frac{V dx}{h}$ (6)	$dN_2 = -\frac{P_2 dx}{h} - \frac{V dx}{h}$ (7)
Efforts horizontaux	$dV_1 = \frac{N dx}{h}$	$dV_2 = -\frac{N dx}{h}$

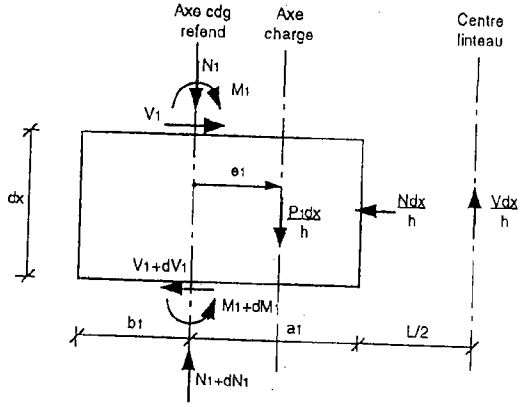


Fig. 83 — Élément du refend 1 de hauteur dx

Portons les valeurs ainsi trouvées pour $\frac{dN_1}{dx}$ et $\frac{dN_2}{dx}$ dans l'équation (3) :

$$cy'' = KV'' - \frac{1}{ES_2h}(P_2 + V) + \frac{1}{ES_1h}(P_1 - V) \text{ ou encore}$$

$$cy'' = KV'' - \frac{1}{Eh}\left(\frac{P_2 + V}{S_2} + \frac{V - P_1}{S_1}\right) \quad (8)$$

La relation moment-courbure des refends (chap. 1, art. 2, éq. 9) s'écrit : $M = EIy''$ et en dérivant pour chaque refend :

$$\frac{dM_1}{dx} = EI_1y'' \quad \text{et} \quad \frac{dM_2}{dx} = EI_2y''$$

Les équations (4) et (5) s'écrivent alors :

$$\frac{dM_1}{dx} = EI_1y''' = -V_1 + \frac{-P_1e_1 + V(a_1 + L/2)}{h} \quad (9)$$

$$\frac{dM_2}{dx} = EI_2y''' = -V_2 + \frac{-P_2e_2 + V(a_2 + L/2)}{h} \quad (10)$$

Comme le voile n'est soumis à aucune force extérieure horizontale, la somme des efforts tranchants des deux refends doit être nulle : $V_1 + V_2 = 0$. En additionnant les deux équations précédentes, on obtient :

$$Ey'''(I_1 + I_2) = \frac{Vc}{h} - \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{h} \quad (11)$$

En éliminant y''' entre cette dernière équation et l'équation (8), on trouve :

$$\frac{KV''}{c} - \frac{1}{Ehc}\left(\frac{V + P_2}{S_2} + \frac{V - P_1}{S_1}\right) = \frac{Vc - P_1e_1 - P_2e_2}{Eh(I_1 + I_2)}$$

En ordonnant en V, on trouve une équation différentielle du deuxième ordre :

$$V'' - \frac{1}{EhK}\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{c^2}{I_1 + I_2}\right)V = \frac{1}{EhK}\left(\frac{P_2}{S_2} - \frac{P_1}{S_1}\right) - \frac{c}{EhK}\frac{P_1e_1 + P_2e_2}{I_1 + I_2} \quad (12)$$

Soient G le centre de gravité des deux refends et d_1 la distance GG_1, d_2 la distance GG_2. Le moment statique de chaque refend par rapport à G a pour valeur :

$m = d_1S_1 = d_2S_2$ avec $d_1 + d_2 = c$ distance G_1G_2, d'où $d_1 = \frac{m}{S_1}$ et $d_2 = \frac{m}{S_2}$.

On a alors : $c = d_1 + d_2 = m\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}\right)$ d'où $m = \frac{c}{\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}}$.

Le moment d'inertie de l'ensemble des deux refends par rapport à G vaut :

$$I_t = I_1 + I_2 + S_1d_1^2 + S_2d_2^2 = I_1 + I_2 + md_1 + md_2 = I_1 + I_2 + mc$$

La partie entre parenthèses du premier membre de l'équation (12) peut s'écrire :

$$\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{c^2}{I_1 + I_2} = \frac{c}{m} + \frac{c^2}{I_1 + I_2} = \frac{cI_t}{m(I_1 + I_2)}$$

Posons :

$\xi = \frac{x}{H}$

$\omega^2 = \frac{1}{EhK}\left(\frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2} + \frac{c^2}{I_1 + I_2}\right) = \frac{1}{EhK}\frac{cI_t}{m(I_1 + I_2)}$

coefficient de V dans l'équation (12)

$\alpha = \omega H$ d'où $\omega x = \alpha\xi$ et au sommet $\omega H = \alpha$ car $\xi = 1$ pour $x = H$

et $A = \frac{1}{EhK}\left(\frac{P_2}{S_2} - \frac{P_1}{S_1} - \frac{cP_1e_1 + cP_2e_2}{I_1 + I_2}\right)$ deuxième membre de l'équation (12).

L'équation différentielle (12) devient : $V'' - \omega^2V = A$ (13)

dont la solution générale est : $V = A_1ch(\omega x) + A_2sh(\omega x) - \frac{A}{\omega^2}$ (14)

et sa dérivée : $V' = A_1\omega sh(\omega x) + A_2\omega ch(\omega x)$ (15)

Les conditions de limite sont :

— en pied de voile, $x = 0$, encastrement $y = 0$ et $y' = 0$ et $V = 0$ d'après l'équation (1)

l'équation (14) donne : $0 = A_1 - \frac{A}{\omega^2}$ d'où $A_1 = \frac{A}{\omega^2}$

— en tête de voile, $x = H$, $M_1 = 0$, $M_2 = 0$, $N_1 = 0$, $N_2 = 0$, la dérivée seconde est nulle puisque le moment y est nul ($y'' = 0$) et $V' = 0$ d'après l'équation (2).

L'équation (15) donne : $0 = \frac{A}{\omega^2}sh(\omega H) + A_2ch(\omega H)$ d'où $A_2 = -\frac{A}{\omega^2}\frac{sh(\omega H)}{ch(\omega H)}$

et l'équation (14) devient, une fois les constantes trouvées :

$$V = \frac{A}{\omega^2}ch(\alpha\xi) - \frac{A}{\omega^2}\frac{sh(\alpha)}{ch(\alpha)}sh(\alpha\xi) - \frac{A}{\omega^2} = \frac{A}{\omega^2}\left[\text{ch}(\alpha\xi) - \frac{sh(\alpha)}{ch(\alpha)}sh(\alpha\xi) - 1\right]$$

$$V = \frac{A}{\omega^2}\left[\frac{ch(\alpha\xi)ch(\alpha) - sh(\alpha)\,sh(\alpha\xi)}{ch(\alpha)} - 1\right] = \frac{A}{\omega^2}\left\{\frac{ch\alpha(1 - \xi)}{ch\alpha} - 1\right\}$$

$$V = \frac{A\Delta}{\omega^2} \text{ en posant } \Delta = \frac{ch\alpha(1 - \xi)}{ch\alpha} - 1$$

13.3.3. Calcul des moments dans les refends

Pour obtenir le moment, calculons l'intégrale de l'effort tranchant depuis le sommet du voile :

$$\int_H^x V\,dx = H\int_1^\xi V\,d\xi = \frac{AH}{\omega^2}\int_1^\xi\left(\frac{ch\alpha(1 - \xi)}{ch\alpha} - 1\right)d\xi = \frac{AH}{\omega^2}\left[\frac{sh\alpha(1 - \xi)}{-\alpha ch\alpha} - \xi\right]_1^\xi$$

$$\int_H^x V\,dx = \frac{AH}{\omega^2}\left[\frac{-sh\alpha(1 - \xi)}{\alpha ch\alpha} - \xi + 1\right]$$

$$\int_H^x V\,dx = \frac{AH\Gamma}{\omega^2} \text{ en posant } \Gamma = \frac{-sh\alpha(1 - \xi)}{\alpha ch\alpha} - \xi + 1$$

L'équation (11) :

$$Ey''(I_1 + I_2) = \frac{Vc}{h} - \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{h} \qquad (11)$$

s'intègre en :

$$Ey''(I_1 + I_2) = \frac{c}{h}\int_H^x V\,dx - \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{h}\int_H^x dx = \frac{c}{h}\frac{AH\Gamma}{\omega^2} + \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{h}(1-\xi)H$$

La relation moment-courbure s'écrit :

$$M_1 = EI_1y'' = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\left[\frac{c}{h}\frac{AH\Gamma}{\omega^2} + \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{h}(1 - \xi)H\right]$$

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\frac{H}{h}\left[\frac{cA\Gamma}{\omega^2} + (P_1e_1 + P_2e_2)(1 - \xi)\right]$$

de même : $M_2 = \frac{I_2}{I_1 + I_2}\frac{H}{h}\left[\frac{cA\Gamma}{\omega^2} + (P_1e_1 + P_2e_2)(1 - \xi)\right]$ ou $M_2 = M_1\frac{I_2}{I_1}$

13.3.4. Calcul des efforts normaux dans les refends

Intégrons les équations (6) et (7) :

$\frac{dN_1}{dx} = \frac{V - P_1}{h}$ (6) donne $N_1 = \int_H^x \frac{(V - P_1)}{h}\,dx$

$$N_1 = \frac{H}{h}\left[\frac{A\Gamma}{\omega^2} + P_1(1 - \xi)\right]$$

$$N_2 = \frac{H}{h}\left[\frac{-A\Gamma}{\omega^2} + P_2(1 - \xi)\right]$$

13.3.5. Efforts tranchants dans les refends

On a trouvé la valeur de M_1 :

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\frac{H}{h}\left[\frac{cA\Gamma}{\omega^2} + (P_1e_1 + P_2e_2)(1 - \xi)\right]$$

dérivons-la pour obtenir : $\frac{dM_1}{dx} = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\frac{H}{h}\left[\frac{cA}{\omega^2}\frac{d\Gamma}{dx} - \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{H}\right]$

En remarquant que $\frac{d\Gamma}{dx} = \frac{\Delta}{H}$ et en égalisant avec le deuxième terme de l'équation (4), en remplaçant V par sa valeur calculée ci-dessus, il vient :

$$\frac{I_1}{I_1 + I_2}\frac{H}{h}\left[\frac{cA}{\omega^2}\frac{\Delta}{H} - \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{H}\right] = -V_1 - \frac{P_1e_1}{h} + \frac{A}{\omega^2}\frac{\Delta}{h}\left(a_1 + \frac{L}{2}\right)$$

d'où l'on tire : $V_1 = \frac{A\Delta}{\omega^2 h}\left[a_1 + \frac{L}{2} - \frac{I_1c}{I_1 + I_2}\right] - \frac{P_1e_1I_2 - P_2e_2I_1}{h(I_1 + I_2)} = -V_2$

13.3.6. Effort normal dans le linteau

Dans le tableau contenant les équations (4) à (7) ci-dessus, on avait : $\frac{dV_1}{dx} = \frac{N}{h}$.

Il suffit de dériver l'équation donnant V_1 calculée ci-dessus pour obtenir :

$$N = h\frac{dV_1}{dx} = \frac{A}{\omega^2 H}\left[a_1 + \frac{L}{2} - \frac{I_1c}{I_1 + I_2}\right]\frac{-\alpha sh\alpha(1 - \xi)}{ch\alpha}$$

Cependant au sommet, l'effort normal dans le linteau le plus élevé est égal à l'effort tranchant V_1 pour $x = H$.

13.3.7. Flèche

La flèche se calcule par intégrations successives de l'équation (11) en remplaçant V par sa valeur tirée de l'équation (13) :

$$Ey''(I_1 + I_2) = \frac{Vc}{h} - \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{h} \qquad (11)$$

$$V'' - \omega^2 V = A \qquad (13)$$

soit $Ey''(I_1 + I_2) = \frac{V'' - A}{\omega^2}\frac{c}{h} - \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{h}$

qui est une équation différentielle du deuxième ordre en V de la forme :

$$\beta y''' = V''\gamma - \delta \qquad (16)$$

avec $\beta = E(I_1 + I_2)$

$$\gamma = \frac{c}{\omega^2 h}$$

$$\delta = \frac{P_1e_1 + P_2e_2}{h} + \frac{Ac}{\omega^2 h}$$

Intégrons l'équation (16) : $\beta y'' = V'\gamma - \delta x + C_1$ (17)

Remarquons que pour $x = H$: $M_1 = 0$, $M_2 = 0$ donc $y'' = 0$ (relation moment-courbure) et $V' = 0$ d'après (2), soit $0 = -\delta H + C_1$ et $C_1 = \delta H$. L'équation (17) devient :

$\beta y'' = V'\gamma - \delta x + \delta H$ que l'on intègre en :

$$\beta y' = V\gamma - \delta\frac{x^2}{2} + \delta Hx + C_2 \qquad (18)$$

Pour $x = 0$: $y' = 0$ et $V = 0$ d'après (1), donc $C_2 = 0$.

Intégrons l'équation (18) : $\beta y = \gamma\int_0^x V\,dx - \delta\frac{x^3}{6} + \delta H\frac{H_2}{2} + C_3$ (19)

Or on a vu que : $\int_0^x V\,dx = \frac{AH\Gamma}{\omega^2}$ d'où $\beta y = \frac{\gamma AH\Gamma}{\omega^2} - \frac{\delta x^3}{6} + \frac{\delta Hx^2}{2} + C_3$

Pour $x = 0$: $y = 0$ donc $C_3 = -\frac{\gamma AH\Gamma_0}{\omega^2}$ avec $\Gamma_0 = \Gamma(x = 0)$

En final :

$$y = \frac{\gamma AH(\Gamma - \Gamma_0)}{\beta\omega^2} + \frac{\delta x^2}{2\beta}\left(H - \frac{x}{3}\right)$$

et $y_H = \frac{\delta H_3}{3\beta} - \frac{\gamma AH\Gamma_0}{\beta\omega^2}$

13.3.8. Cas particuliers [10]

• **Un des deux refends a une très faible inertie,** inférieure à celle des linteaux, par exemple $I_2 < I \ll I_1$ (Fig. 84).

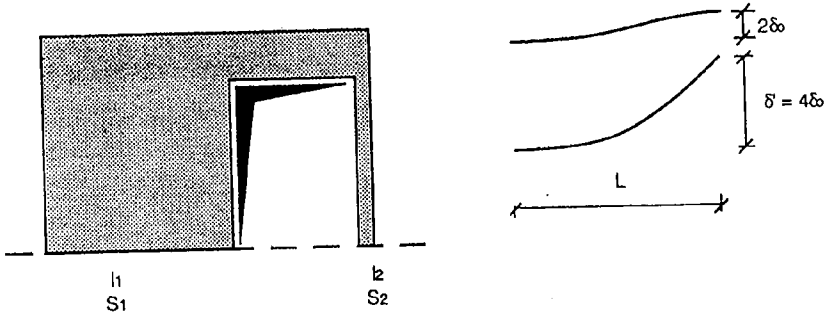


Fig. 84 — Un des refends a une très faible inertie

Le linteau ne peut être considéré comme encastré dans le petit refend et la déformée $2\delta_0$ de la figure 82 devient $\delta' = \frac{2^3}{2}\delta_0 = 4\delta_0$. Il suffit alors de remplacer K par 0,25 K ou ω^2 par $4\omega^2$.

• **Trois refends symétriques dont le deuxième de très faible inertie,** inférieure à celle des linteaux, par exemple $I_2 < I \ll I_1$ (Fig.85).

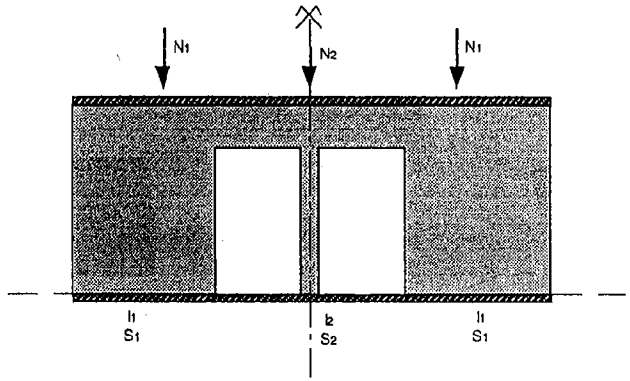


Fig. 85 — Trois refends symétriques, dont le 2e de très faible inertie

Par raison de symétrie, les refends ne subissent pas de déplacement horizontal. Il suffit alors de faire : $e_1 = 0$, $e_2 = 0$, les moments $P_1 e_1$ et $P_2 e_2$ sont équilibrés par les efforts horizontaux dans les linteaux et le moment d'inertie total I_t est pratiquement équivalent à $I_t = I_1$ car $I_2 \approx 0$ et $m = 0$.

• **Deux refends symétriques** (Fig.86)

Par raison de symétrie, les refends ne subissent pas de déplacement horizontal. Il suffit alors de faire : $e_1 = 0$, $e_2 = 0$, les moments $P_1 e_1$ et $P_2 e_2$ sont équilibrés par les efforts horizontaux dans les linteaux et le moment d'inertie total I_t est pratiquement équivalent à $I_t = I_1 + I_2$.

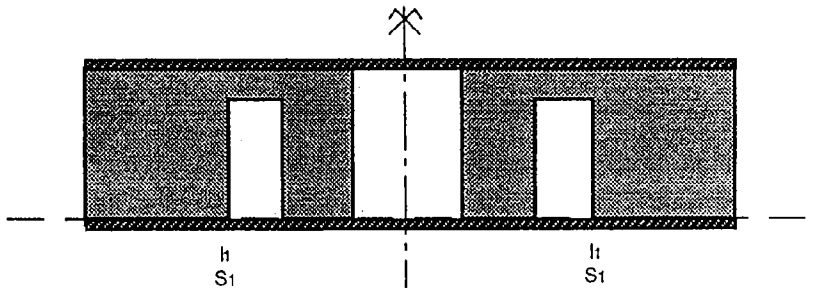


Fig. 86 — Deux refends symétriques

• **Charges en tête des refends**

Soient les deux charges P_{1H} et P_{2H} appliquées en tête des deux refends.

Un raisonnement analogue conduit à une équation (13) avec un second membre nul, car P_1 et P_2 (charges par étage) sont nulles et $A = 0$. On trouve des efforts tranchants dans les linteaux :

$$V_H = K_v \frac{\alpha sh\,\alpha\xi}{ch\,\alpha}$$

avec : $K_v = \frac{mh}{IH}\left[P_{1H}\left(e_1 + \frac{I_1 + I_2}{c}\frac{1}{S_1}\right) + P_{2H}\left(e_2 - \frac{I_1 + I_2}{c}\frac{1}{S_2}\right)\right]$

Les efforts normaux dans les refends sont donnés par :

$$N_1 = P_{1H} + K_v \frac{H}{h}\left[\frac{ch\,\alpha\xi}{ch\,\alpha} - 1\right]$$

$$N_2 = P_{1H} - K_v \frac{H}{h}\left[\frac{ch\,\alpha\xi}{ch\,\alpha} - 1\right]$$

Les moments dans les refends valent :

$$M_1 = \frac{I_1}{I_1 + I_2}\left[P_{1H}e_1 + P_{2H}e_2 + cK_v\frac{H}{h}\frac{ch\,\alpha\xi}{ch\,\alpha} - 1\right]$$

$$M_2 = \frac{I_2}{I_1}M_1$$

• **Action d'un retrait différentiel sur les deux refends**

Le raccourcissement différentiel dû au retrait sur les refends a la même action qu'une charge appliquée en tête qui vaut :

$$P_{1H} = rES_1$$

si le retrait du refend 1 est plus élevé que celui du refend 2 de la valeur r.

*13.3.9. Programme «UNFILOU» **

Ce programme permet de calculer les voiles soumis à des charges verticales entraînant des flexions et des raccourcissements différentiels, dans les cas suivants :

— voile à deux refends avec charges identiques par étage et charges en tête pouvant être différentes ;

— voile à trois refends symétriques dont celui du milieu d'inertie négligeable ;

— deux voiles symétriques ;

— voile à deux refends soumis a un retrait différentiel.

Les caractéristiques géométriques et mécaniques des voiles sont identiques à tous les étages. Il en est de même des charges (sauf éventuellement en tête).

• **Mode d'emploi «UNFILOU»**

Les données situées sur une même ligne sont à séparer par un espace. Les zéros en fin de ligne peuvent être omis.

* Disponible aux Presses de l'ENPC.

Ligne 1 — **Titre**

Ligne 2 — **H, *h***

H = hauteur totale du voile (m)

h = hauteur d'étage identique pour tous les étages (m)

Ligne 3 — **NK**

Nombre de tronçons de calcul sur la hauteur H

Ligne 4 — **b_L, h_L, L, S_u**

b_L = épaisseur des linteaux (m)

h_L = hauteur des lintaux (m)

L = longueur du linteau entre nus des refends (m)

S_u = surlargeur (m) de calcul de la portée des linteaux pour tenir compte d'un encastrement parfait (10 cm de chaque côté, soit S_u = 0,20 peut être considéré comme une valeur courante)

Ligne 5 — **b_1, L_1, S_1, I_1, e_1**

b_1 = épaisseur du refend gauche rectangulaire (m)

L_1 = longueur du refend gauche rectangulaire (m)

S_1 = aire de la section du refend gauche non rectangulaire (m^2)

I_1 = inertie du refend gauche non rectangulaire (m^4)

On écrira $S_1 = 0$ et $I_1 = 0$ pour un refend rectangulaire

e_1 = distance du milieu du refend gauche à son centre de gravité (m), compté positivement si ce milieu est à droite du centre de gravité.

Ligne 6 — **b_2, L_2, S_2, I_2, e_2**

b_2 = épaisseur du refend droit rectangulaire (m)

L_2 = longueur du refend droit rectangulaire (m)

S_2 = aire de la section du refend droit non rectangulaire (m^2)

I_2 = inertie du refend droit non rectangulaire (m^4)

e_2 = distance du milieu du refend droit à son centre de gravité (m), compté positivement si ce milieu est à droite du centre de gravité.

Ligne 7 — **E_r, E_L**

E_r = module d'Young des refends (MPa)

E_L = module d'Young des linteaux (MPa)

Ligne 8 — **P_1, e_1**

P_1 = charge (MN) par niveau appliquée sur le refend gauche avec une excentricité e_1 (m) par rapport à son centre de gravité, comptée positivement si cette charge est à droite du centre de gravité du refend

Ligne 9 — **P_2, e_2**

P_2 = charge (MN) par niveau appliquée sur le refend droit avec une excentricité e_2 (m) par rapport à son centre de gravité, comptée positivement si cette charge est à droite du centre de gravité du refend

Ligne 10 — **Type**
= 1 pour un voile à deux refends et à une file d'ouverture, y compris le cas où le moment d'inertie d'un des deux refends est petit par rapport à celui du linteau
= 2 pour un voile à trois refends symétriques et à deux files d'ouvertures symétriques
= 3 pour deux voiles symétriques à une file d'ouverture
= 4 pour un voile à une file d'ouverture comprenant en plus des charges décrites en 8 et 9, des charges en tête de voile
= 5 pour un voile à une file d'ouverture dont le refend 1 subit un retrait différentiel (par rapport au deuxième)

Ligne 11 (si Type=4) — P_{1H}, e_{1H}, P_{2H}, e_{2H}
P_{1H} = charge en tête du refend gauche (MN) appliquée à une distance e_{1H} du centre de gravité de ce refend, e_{1H} comptée positivement vers la droite du centre de gravité
P_{2H} = charge en tête du refend droit (MN) appliquée à une distance e_{2H} du centre de gravité de ce refend, e_{1H} comptée positivement vers la droite du centre de gravité

Ligne 12 (si Type=5) — r
Retrait différentiel du refend 1 par rapport au refend 2. Par exemple retrait de 0,0003 sur refend 1 et 0,0002 sur refend 2 : r = 0,0001

• **Exemple - Données** (Fig. 87)
Soit le voile à deux refends de la figure 87.

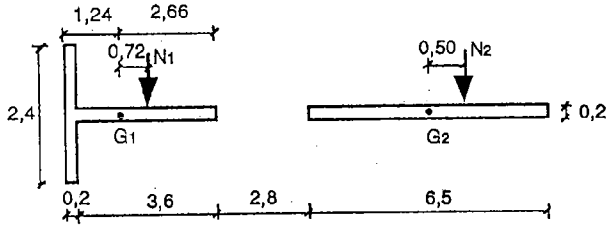


Fig. 87 — Voile à deux refends sous charges verticales - Exemple

Avec les charges par étages : N_1 = 0,285 MN, N_2 = 0,75 MN.
Le refend 1 a une inertie I_1 = 1,8189 m⁴ et une section S_1 = 1,20 m².
Le linteau a 2,80 m de longueur, 0,46 m de hauteur et 0,20 m d'épaisseur.


```
Voile n° 5                          ' Titre
30 3                                ' Hauteur totale du voile, hauteur d'étage
10                                  ' Nombre de tronçons de calcul, ici = nbre d'étages
0.2 0.46 2.8 0                      ' épais., haut., long. des linteaux, surlargeur
0.2 3.8 1.2 1.8189 0.66             ' b1, L1, S1, I1, e1 du refend gauche
0.2 6.5 0 0 0                       ' b2, L2, S2, I2, e2 du refend droit
15000 15000                         ' Modules d'Young des refends et linteaux
285 0.72                            ' Refend gauche : 285 kN/étage à 0,72 m à droite du
                                      cdg du refend
750 0.50                            ' Refend droit : 750 kN/étage à 0,50 m à droite du
                                      cdg du refend droit
1                                   ' type
```

• **Données sur écran**

```
UNFILOU
Voulez-Vous Ecrirez les Donnees :
    0 = au Clavier,
    1 = en DATA en Fin de Programme
 ? 0
Voulez-Vous Ecrire les Resultats :
    0 = a l'Ecran seulement,
    1 = a l'Ecran et sur Imprimante,
    2 = sur Imprimante seulement
 ? 2
Les Donnees sur une meme Ligne sont a Separer par un Espace
Titre :? Voile no 5
Hauteur Totale du Voile  et Hauteur d'Etage (m) =? 30 3
Nombre de Troncons =? 10
Epais., Hauteur, Longueur, Surlargeur Linteau (m) =? 0.2 0.46 2.8
Refend Gauche : Epais., Longueur (m), Section (m2), Inertie (m4) , Exc.(m) =
? 0.2 3.8 1.2 1.8189 0.66
Refend Droit : Epais., Longueur (m), Section (m2), Inertie (m4) , Exc.(m) =
? 0.2 6.5
Module d'Young (MPa) : Refends, Linteaux =? 15000 15000
Refend Gauche : Charge (kN) par Niveau, Excentricite (m) =? 285 0.72
Refend Droit  : Charge (kN) par Niveau, Excentricite (m) =? 750 0.5
Types de Voiles :
      1 = Deux Refends quelconques (cas courant),
      2 = Trois Refends symétriques, le 2ème, d'Inertie I2 = 0,
      3 = Deux Voiles symetriques,
      4 = Charges en Tete,
      5 = Retrait differentiel
? 1
```

• **Résultats**

DONNEES

Titre :Voile no 5
Hauteur Totale du Voile (m) = 30.000 m
Hauteur d'Etage (m) = 3.000 m

	VOILE GAUCHE Non Rect.	VOILE DROIT Rectangulaire	LINTEAUX Rectangulaires
Epaisseur (m)	0.200	0.200	0.200
Longueur (m)	3.800	6.500	2.800
Aire (m2)	1.2000	1.3000	h = 0.460
Inertie (m4)	1.8189	4.5771	0.00162
Long. Gauche (m)	1.240	3.250	(Surlargeur)
Long. Droite (m)	2.560	3.250	(0.000)
Charge/Etage (kN)	285.00	750.00	
Exc. Charges (m)	0.720	0.500	
Mod. Young (MPa)	15000	15000	15000

Deux Refends quelconques (cas courant)

SOLLICITATIONS

Cote	LINTEAUX			REFENDS						
i	x m	V MN	M MNm	N MN	M1 MNm	M2 MNm	N1 MN	N2 MN	Eff.Tr. MN	fleche mm
10	30.00	0.0234	0.0328	-0.0016	0.000	0.000	0.000	0.000	-0.002	12.91
9	27.00	0.0233	0.0326	-0.0002	0.108	0.271	0.262	0.773	-0.002	11.01
8	24.00	0.0227	0.0318	-0.0004	0.216	0.545	0.524	1.546	-0.002	9.14
7	21.00	0.0218	0.0305	-0.0006	0.327	0.822	0.786	2.319	-0.002	7.35
6	18.00	0.0205	0.0287	-0.0008	0.440	1.107	1.050	3.090	-0.003	5.66
5	15.00	0.0187	0.0262	-0.0010	0.557	1.402	1.316	3.859	-0.004	4.12
4	12.00	0.0164	0.0229	-0.0013	0.679	1.708	1.583	4.627	-0.005	2.76
3	9.00	0.0135	0.0189	-0.0016	0.807	2.031	1.853	5.392	-0.007	1.62
2	6.00	0.0099	0.0138	-0.0020	0.943	2.374	2.126	6.154	-0.008	0.75
1	3.00	0.0054	0.0076	-0.0025	1.090	2.742	2.404	6.911	-0.011	0.20
0	0.00	0.0000	0.0000	-0.0030	1.248	3.140	2.686	7.664	-0.013	0.00

CONTRAINTES

(Dans les Refends, Contraintes en Flexion Composee de Section non fissuree)
(Les contraintes de Compression incluent le Poids propre du Voile)

Cote	LINTEAUX			REFENDS			
i	x m	tau MPa	M/bd2 MPa	s1g MPa	s1d MPa	s2g MPa	s2d MPa
10	30.00	0.2829	0.9568	0.000	0.000	0.000	0.000
9	27.00	0.2808	0.9496	0.220	0.445	0.477	0.862
8	24.00	0.2743	0.9277	0.439	0.891	0.953	1.726
7	21.00	0.2633	0.8903	0.657	1.340	1.425	2.593
6	18.00	0.2473	0.8361	0.875	1.794	1.891	3.463
5	15.00	0.2257	0.7633	1.092	2.255	2.349	4.339
4	12.00	0.1979	0.6692	1.306	2.725	2.796	5.222
3	9.00	0.1628	0.5505	1.519	3.205	3.230	6.115
2	6.00	0.1192	0.4031	1.729	3.700	3.648	7.019
1	3.00	0.0656	0.2217	1.935	4.211	4.045	7.938
0	0.00	0.0000	0.0000	2.137	4.744	4.416	8.875

Remarque. Le poids propre du voile est pris en compte automatiquement.

• **Comparaison des résultats avec la méthode de calcul utilisant les programmes «préFILOU» et «PORTIQUE»**

Pour l'exemple précédent calculé au moyen de la méthode «continue», on applique la méthode de calcul en portique avec les programmes «préFILOU» et «PORTIQUE». On trouve (Fig.88) des résultats tout à fait comparables pour l'effort tranchant V dans le linteau et donc son moment, et pour les moments dans les refends, à condition de considérer le moment en pied d'étage pour la méthode «continue».

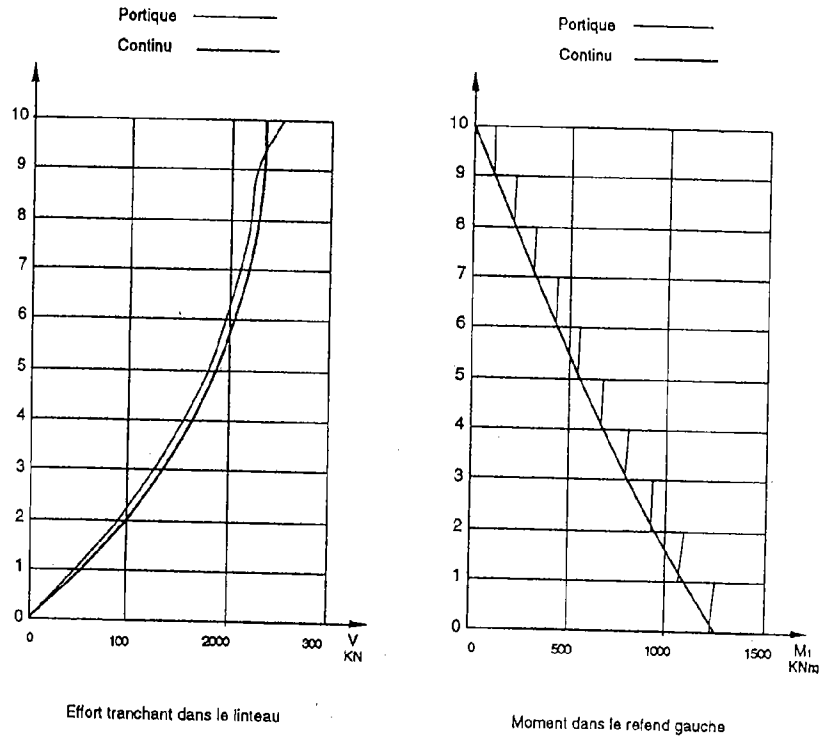


Fig. 88 — Comparaison des méthodes de calcul des voiles à une file d'ouverture Calcul en portique - Calcul en continu

La déformée obtenue à partir du programme «PORTIQUE» (Fig.89) donne une flèche maximale au sommet de 13,56 mm au lieu de 12,91 mm par la méthode «continue». On peut expliquer la différence par le fait que l'on a créé des barres fictives dans les refends entre leur centre de gravité et leur bord qui ont une raideur moindre que le voile lui-même.

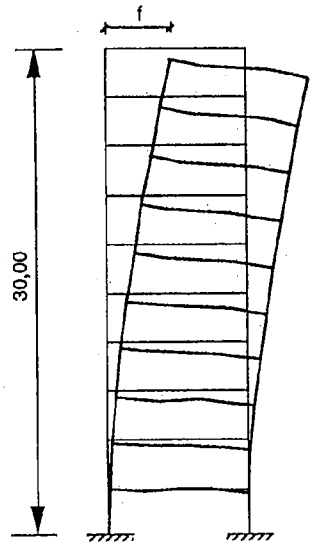


Fig. 89 — Déformations calculées par la méthode «portique»

14. CALCUL DES VOILES EN BÉTON - MÉTHODE PRATIQUE

14.1. Calcul classique de béton armé

Pour un effort normal N_u et un moment M_u, on effectue un calcul de béton armé en flexion composée en ELU avec un diagramme parabole-rectangle ou rectangulaire simplifié dans le cas de section partiellement tendue.

On remplacera la contrainte $\sigma_{bu} = 0{,}85 \frac{f_{c28}}{\gamma_b}$ par σ_{ba} ou σ_{bna} suivant le cas de béton armé ou de béton non armé (voir en 4.3 ci-dessus).

Si la section est insuffisante avec σ_{ba}, on augmentera les dimensions du voile.

On est conduit à des calculs longs et l'on peut observer que cela suppose que les hypothèses de calcul des poutres soient vérifiées ; ce qui n'est pas exactement le cas pour des voiles (de même que pour les poutres-cloisons).

On trouvera ci-après une méthode simplifiée qui, comme on va le montrer pour les voiles rectangulaires, va dans le sens de la sécurité.

14.2. Méthode simplifiée

Le DTU 23.1 admet de faire les calculs de contraintes en supposant un diagramme linéaire (art.4.223 a et b).

On définit un voile par sa section S, son moment d'inertie I par rapport à son centre de gravité G (Fig.90) ; il est soumis à un effort normal ultime N_u et à moment ultime M_u. Ce dernier pouvant être dû à un excentrement des charges verticales ou à des forces horizontales (vent, séisme).

On définit le noyau central par les distances $c = \frac{I}{Sv'}$ et $c' = \frac{I}{Sv}$ au centre de gravité.

Dans le cas d'un voile rectangulaire de longueur L et d'épaisseur b, on a :
$S = bL$, $I = \frac{bL^3}{12}$, $v = v' = \frac{L}{2}$, distances du noyau central : $c = c' = \frac{L}{6}$ de part et d'autre de G.

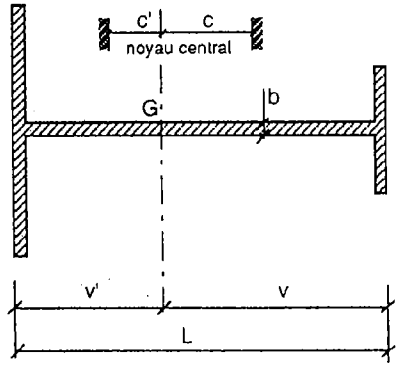


Fig. 90 — Géométrie du voile

14.2.1. Section entièrement comprimée (Fig.91)

Du fait d'un schéma linéaire des contraintes, on pourra considérer qu'une section est entièrement comprimée si la résultante N_u reste à l'intérieur du noyau central, soit une excentricité maximale L/6 pour un voile rectangulaire.

On pourra utiliser l'une ou l'autre des deux variantes ci-après.

On notera que la variante 2 est plus avantageuse car σ_4, qui est la contrainte maximale des quatre bandes, est inférieure σ_d et que le ferraillage par bandes de même espacement est préférable pour le chantier.

14.2.1.1. Variante 1

Les contraintes extrêmes valent : $\sigma_g = \frac{N_u}{S} - \frac{M_u v'}{I}$ et $\sigma_d = \frac{N_u}{S} + \frac{M_u v}{I}$.

La zone armée à la compression est toute celle où la contrainte du béton calculée par $\sigma = \frac{N_u}{S} + \frac{M_u y}{I}$ est supérieure à σ_{bna}.

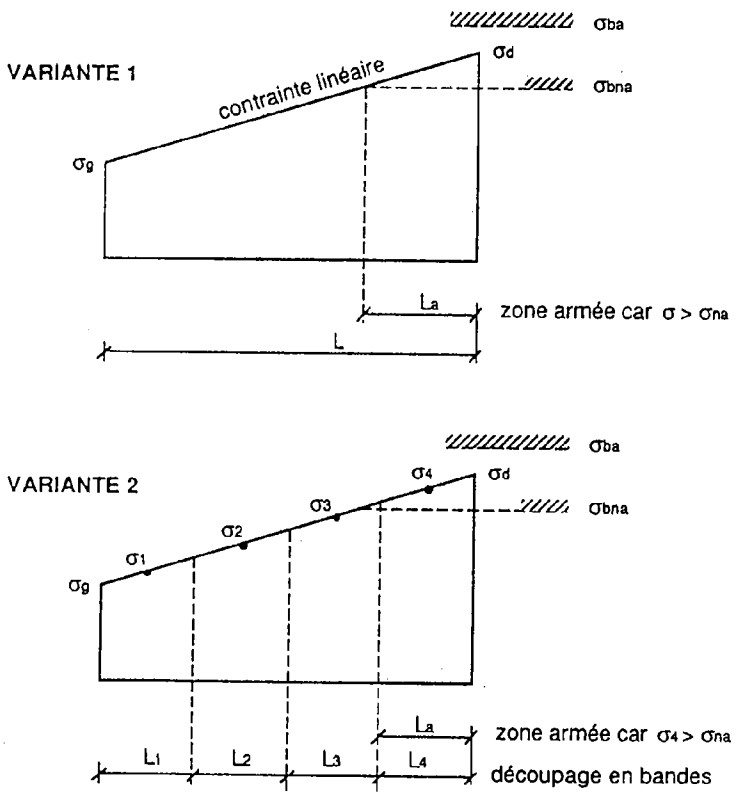


Fig. 91 — Section rectangulaire entièrement comprimée

14.2.1.2. Variante 2

Le DTU 23.1, art. 4.224 permet de découper la zone comprimée en bandes dont la largeur ne dépasse ni la demi-hauteur de l'étage, ni les deux-tiers de la longueur de la zone comprimée.

Si la contrainte moyenne d'une bande ne dépasse pas la contrainte de béton non armé σ_{bna}, on ne disposera pas d'aciers de compression. Si la contrainte moyenne de la bande la plus sollicitée dépasse la contrainte de béton armé σ_{ba}, on devra augmenter les dimensions du voile.

14.2.2. Section partiellement tendue (Fig.92)

Comme on l'a vu ci-dessus, ce cas correspond à une position de la résultante N_u à l'extérieur du noyau central, soit une excentricité supérieure à L/6 pour un voile rectangulaire.
On pourra utiliser l'une ou l'autre des trois variantes décrites ci-après.

14.2.2.1. Variante 1

Les contraintes extrêmes sont calculées par : $\sigma_g = \frac{N_u}{S} - \frac{M_u v'}{I}$
et $\sigma_d = \frac{N_u}{S} + \frac{M_u v}{I}$.

À l'abscisse y par rapport au centre de gravité G de la section brute, la contrainte vaut :

$$\sigma = \frac{N_u}{S} + \frac{M_u y}{I}$$

Toute zone où la contrainte est supérieure à σ_{bna} devra être armée à la compression. Toute zone de compression négative sera armée à la traction. La section d'acier de traction nécessaire par unité de longueur sera égale à la contrainte de traction du béton du voile multipliée par son épaisseur (voir justification en 14.3.3 ci-après) : $\frac{A_s}{s} = \frac{\sigma \gamma_s \Delta S}{f_e}$ pour une aire ΔS de béton tendu de longueur unité.

14.2.2.2. Variante 2

Les contraintes sont calculées comme dans la variante 1.
On pourra découper la zone de béton comprimé en bandes dont la longueur sera limitée à la demi-hauteur de l'étage et au deux-tiers de la longueur de la zone comprimé.
La vérification des contraintes des bandes est à mener de la même manière que dans la variante 2 du cas de voile entièrement comprimé (voir en 14.2.1.2 ci-dessus).

On pourra diviser la zone tendue en bandes de même section d'acier par unité de longueur, celle-ci correspondant à la contrainte maximale de traction du béton de la bande (on montrera en 14.3 ci-après, que l'on peut prendre la contrainte moyenne de la bande pour un voile rectangulaire).

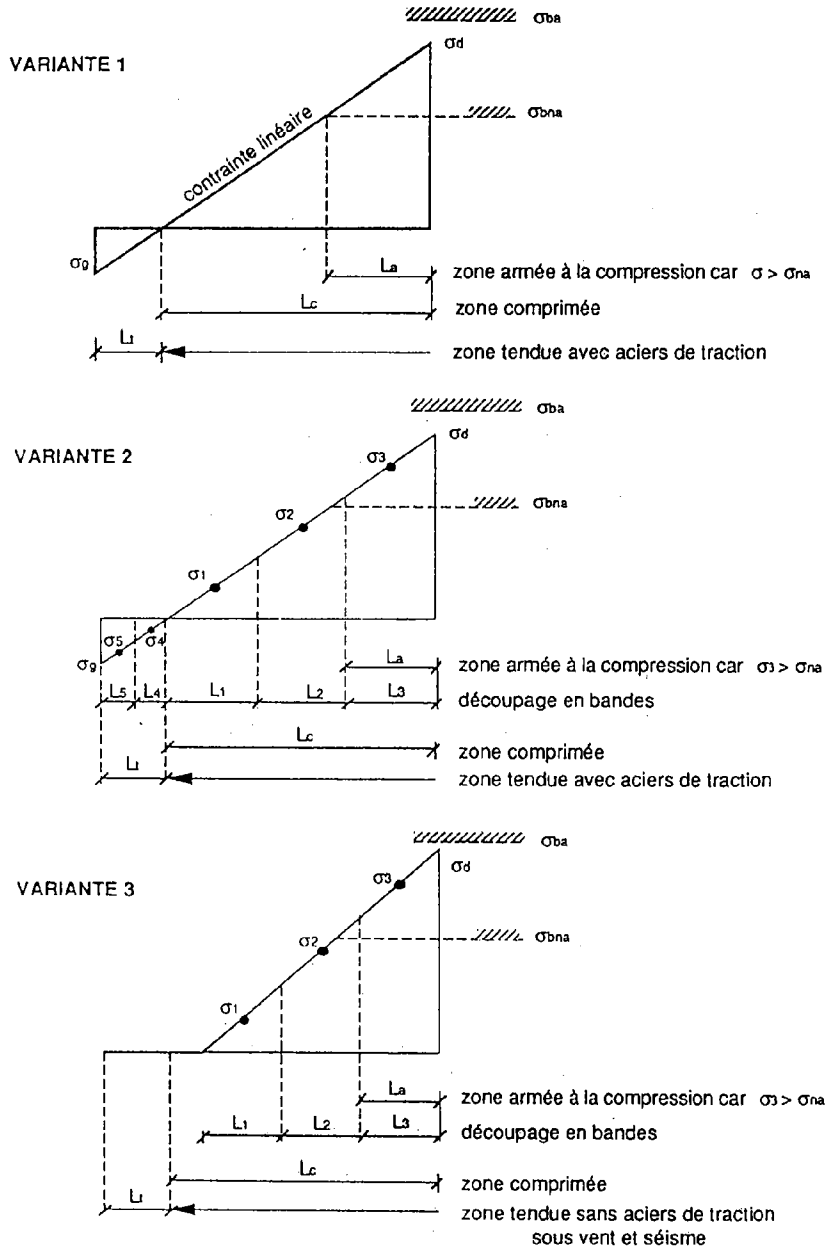


Fig. 92 — Voile partiellement tendu

Ainsi, les contraintes moyennes de traction valent σ_4 et σ_5 et entraînent une section d'acier $\frac{A_s}{s} = \frac{\sigma_i \gamma_s \Delta S}{f_e}$ avec $i = 4$ ou $i = 5$.

Pour une section rectangulaire d'épaisseur b et si L_t est inférieur à la hauteur d'étage, on pourra prendre :
$L_4 = L_5 = L_t/2$; $\sigma_4 = 0{,}25\sigma_g$; $\sigma_5 = 0{,}75\ \sigma_g$; $A4 = \frac{\sigma_g b\, L_t\, \gamma_s}{8 f_e}$; $A_5 = 3A_4$.

14.2.2.3. Variante 3

Le DTU 23.1, art. 4.224, permet de ne pas armer la zone tendue du voile, à condition :
— que les tractions soient dues uniquement à des forces horizontales (vent, séisme) et non à un excentrement des charges verticales ;
— d'assurer l'équilibre des sollicitations extérieures avec un diagramme triangulaire partiel dont la résultante a même excentricité.

Ainsi, pour un voile rectangulaire d'épaisseur b, on aura une longueur de zone comprimée $L_c = 3\ (v - e)$ pour une excentricité $e = \frac{M_u}{N_u} > 0$ et la contrainte maximale vaudra :

$$\sigma_d = \frac{2N_u}{bL_c}$$

On pourra diviser la zone comprimée en bandes comme indiqué ci-dessus.
Dans le cas de tractions dues à des charges verticales, on disposera d'un pourcentage minimal dans la zone tendue de 0,1 % horizontalement et verticalement, à répartir par moitié sur chaque face, ou bien on disposera des armatures verticales et horizontales dont les espacements ne dépassent pas :
— 0,33 m et deux fois l'épaisseur du voile pour les armatures verticales ;
— 0,33 m pour les armatures horizontales.

On notera que la variante 3 est la plus intéressante sous réserve que $\sigma_3 < \sigma_{bua}$; sinon on disposera des aciers de traction pour allonger la zone comprimée et ainsi diminuer σ_3.

14.3. Comparaison des méthodes pratiques (14.2) avec la méthode théorique (14.1) pour une section rectangulaire

14.3.1. Section entièrement comprimée sans aciers

Posons : $v = \frac{N_u}{bL\sigma_{bu}}$ et $\varepsilon = \frac{M_u}{LN_u} = \frac{e}{L}$.

Avec un diagramme parabole-rectangle, pour $\varepsilon \leqslant 0{,}5 - \frac{99}{238} = \frac{20}{238} = 0{,}084$ et d'après [6], page 33, pour x donné, on calcule x_1 et α_1 d'où $v = \alpha_1$ et $\varepsilon = 0{,}5 - x_1$.

Avec un diagramme linéaire : $\sigma_{bu} = \frac{N_u}{S}(1 + 6\varepsilon)$ d'où $v = \frac{1}{1 + 6\varepsilon}$.

• Pour $\varepsilon < 0{,}084$

$\xi = \frac{x}{L}$	$\varepsilon = \frac{e}{L}$	ν diagramme parabole-rectangle	ν diagramme linéaire
∞	0,00	1,0000	1,0000
1,9402	0,01	0,9728	0,9434
1,5115	0,02	0,9470	0,8929
1,3245	0,03	0,9225	0,8475
1,2144	0,04	0,8993	0,8065
1,1402	0,05	0,8772	0,7692
1,0861	0,06	0,8562	0,7353
1,0446	0,07	0,8361	0,7042
1,0116	0,08	0,8170	0,6757
1,0000	0,084	0,8095	0,6649

14.3.2. Section partiellement tendue sans aciers

Pour $0{,}084 \leqslant \varepsilon \leqslant 0{,}5$ en diagramme parabole-rectangle, [6], page 31, et pour un ξ donné, on calcule ξ' et α, puis $\nu = \alpha\xi$ et $\varepsilon = 0{,}5 - \xi\xi'$

En diagramme linéaire partiel :
— longueur comprimée $L_c = 3(0{,}5 - \varepsilon)$;
— effort $N_u = 0{,}5\sigma_{bu}bL_c$ d'où : $\nu = 1{,}5(0{,}5 - \varepsilon)$.

• Pour $0{,}084 < \varepsilon < 0{,}50$

$\xi = \frac{x}{L}$	$\varepsilon = \frac{e}{L}$	ν diagramme parabole-rectangle	ν diagramme linéaire
1	0,0840	0,8095	0,6649
0,9616	0,1	0,7784	0,6250
0,8015	0,1666	0,6488	0,5
0,7212	0,2	0,5838	0,45
0,4808	0,3	0,3892	0,3
0,2439	0,4	0,1934	0,15
0	0,5	0	0

On peut tracer (Fig.93) les valeurs de l'effort normal réduit ν par les deux méthodes. On constate que l'effort que peut supporter la structure est plus important avec le diagramme parabole-rectangle. On va donc dans le sens de la sécurité en utilisant les méthodes pratiques décrites ci-dessus.

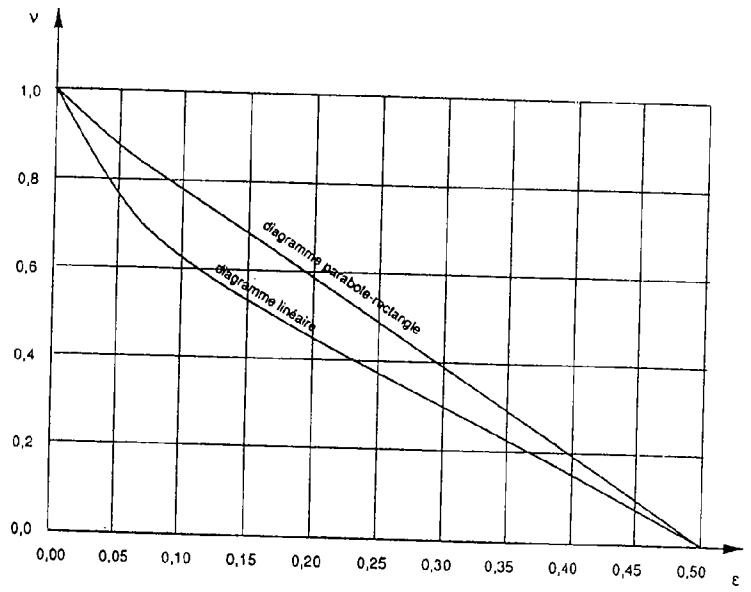


Fig. 93 — Comparaison des deux méthodes

14.3.3. Section partiellement tendue avec aciers (Fig. 94)

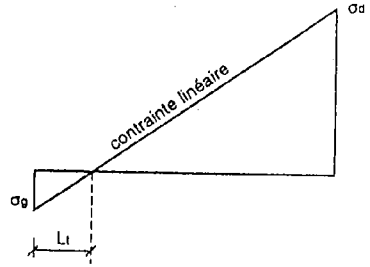


Fig. 94 — Section rectangulaire partiellement tendue

Soit L_t la longueur de béton tendu (Fig.94) en supposant un diagramme linéaire des contraintes :

$$L_t = \frac{L\sigma_g}{\sigma_g - \sigma_d} \quad \text{avec} \quad \sigma_g = \frac{N_u}{S} - \frac{M_u v'}{I} \quad \text{et} \quad \sigma_d = \frac{N_u}{S} + \frac{M_u v}{I}$$

Décomposons la zone tendue en deux bandes de même longueur égale à $0{,}5\,L_t$ où nous disposerons des armatures de section A_{s1} et A_{s2} calculées à partir des contraintes de traction du béton :

$$\sigma_1 = 0{,}25\,\sigma_g \text{ et } \sigma_2 = 0{,}75\,\sigma_g \text{ (Fig.95)}$$

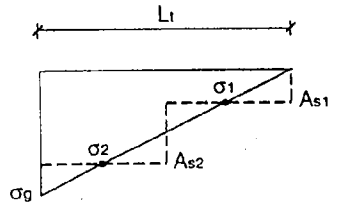


Fig. 95 — Armatures tendues en deux bandes

On trouve : $A_{s1}\frac{f_e}{\gamma_s} = \frac{\sigma_g}{4} b \frac{L_t}{2}$, soit $A_{s1} = \frac{\sigma_g b L_t \gamma_s}{8 f_e}$ et $A_{s2} = 3A_{s1}$ (1)

Assimilons ces deux bandes d'acier à deux aciers concentrés, de section A_{s1} et A_{s2}, respectivement aux abscisses $0{,}75\,L_t$ et $0{,}25\,L_t$. Nous disposerons des mêmes sections d'acier en partie comprimée, par symétrie due au changement de sens du vent.

Pour un **diagramme linéaire** des contraintes et une section rectangulaire, on a :

$$S = bL \quad \text{et} \quad I = \frac{bL^3}{12}$$

En posant : $\varepsilon = \frac{e}{L}$, il vient :

$$\sigma_g = \frac{N_u}{S} - \frac{M_u v}{I} = \frac{N_u}{S}(1 - 6\varepsilon) \quad \text{et} \quad \sigma_d = \frac{N_u}{S}(1 + 6\varepsilon)$$

d'où :
$$\sigma_g = \sigma_d \frac{1 - 6\varepsilon}{1 + 6\varepsilon} \qquad (2)$$

Pour une excentricité relative ε et pour la contrainte maximale égale à la contrainte limite $\sigma_d = \sigma_{bna}$ (béton non armé) ou σ_{ba} (béton armé), on peut calculer σ_g d'après (2) et A_{s1} et A_{s2} d'après (1) puis avec ces aciers ainsi trouvés, et pour un **diagrame parabole-rectangle** des contraintes, on peut calculer la charge maximale que peut reprendre le voile pour l'excentricité relative ε et la contrainte ultime σ_d. Le calcul est un peu plus compliqué et nécessite un programme de calcul en flexion composée («FLEXRECT» par exemple).

Les deux courbes de la figure 96 représentent :
— la charge que peut supporter le voile calculé par la méthode du diagramme linéaire, l'effort que devrait prendre le béton tendu est repris par des aciers en fonction de la contrainte moyenne de traction du béton ;
— la charge que peut supporter le voile avec un diagramme parabole-rectangle des contraintes et des aciers calculés avec le diagramme linéaire.

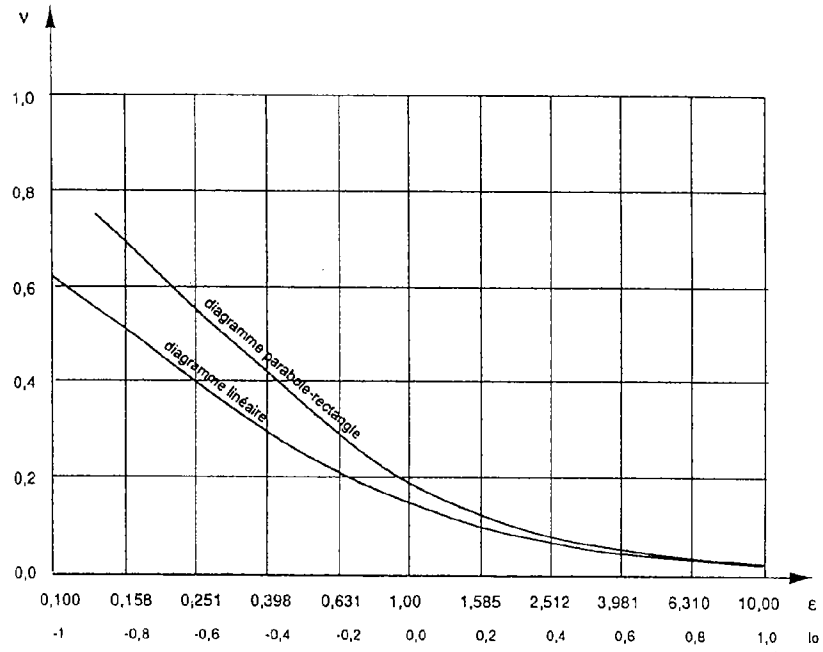


Fig. 96 — Voile rectangulaire - Avec aciers symétriques - Comparaison des deux méthodes

On constate (Fig.96) que le voile armé avec des sections d'aciers calculées en supposant un diagramme linéaire des contraintes a une charge limite plus élevée si on le vérifie avec un diagramme parabole-rectangle. On est donc dans le sens de la sécurité.

Si en revanche, l'effort capable est inférieur à l'effort ELU extérieur pour la même excentricité, on pourra alors effectuer un calcul en flexion composée en ELU, avec les mêmes aciers. Si c'est insuffisant, il faudra alors augmenter les dimensions du voile.

14.4. Exemple

14.4.1. Données

Soit le voile de la fig. 97 soumis à des charges permanentes G, des charges d'exploitation Q et des charges de vent W.
On calcule les caractéristiques mécaniques (avec le programme «CARAMEC» par exemple) et on trouve :

	Unités	Symbole	Valeur
Aire	m^2	S	3,0760
Position du centre de gravité	m m	*v* *v'*	3,849 4,421
Moment d'inertie	m^4	I	25,0527
Extrémités du noyau central Bras de levier	m m *m*	*c* *c'*	1,842 2,116 6,270

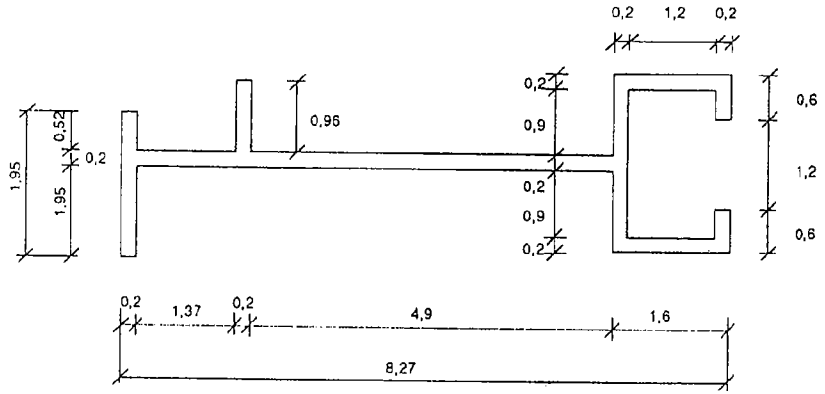


Fig. 97 — Exemple de voile

14.4.2. Contraintes limites

La hauteur d'étage est de 3,00 m. La longueur libre de 2,80 m.

	Unité	Béton non armé	Béton armé
Longueur de flambement L_f'	m	0,85 x 2,8 = 2,380	0,8 x 2,80 = 2,240
Paramètre $b = c$	m	4,90 > L_f'	4,90 > L_f'
Longueur de flambement L_f	m	$L_f = \frac{L_f'}{1 + 0{,}5\left(\frac{L_f'}{b}\right)^2} = 2{,}129$	$L_f = \frac{L_f'}{1 + \left(\frac{L_f'}{b}\right)^2} = 1{,}853$
Élancement		$\lambda = \frac{L_f\sqrt{12}}{a} = \frac{2{,}1213\sqrt{12}}{0{,}2} = 37{,}05$	$\lambda = \frac{1{,}853\sqrt{12}}{0{,}2} = 32{,}10$
Coefficient α		$\alpha = \frac{0{,}65}{1 + 0{,}2\left(\frac{\lambda}{30}\right)^2} = 0{,}498$	$\alpha = \frac{0{,}85}{1 + 0{,}2\left(\frac{\lambda}{35}\right)^2} = 0{,}728$
Contrainte limite (1)	MPa	$\sigma_{bna} = 0{,}498 \times \frac{0{,}18 \times 25}{0{,}20 \times 1{,}35} = 8{,}30$	$\sigma_{ba} = 0{,}728 \times \left[\frac{0{,}18 \times 25}{0{,}20 \times 1{,}35} + \frac{0{,}728 \times 500\,A_s}{3{,}076 \times 1{,}15}\right] = 12{,}13 + 103\,A_s$

(1) Pour des voiles de même épaisseur, on a calculé B, au prorata des épaisseurs 0,20 m et 0,18 m.

14.4.3. Charges et combinaisons

Charges et combinaisons	Cas	N (MN)	M (MNm)	*e* (m)	$\varepsilon = e/L$
Charges permanentes	G	6,76	7,301	1,08	0,131
Charges d'exploitation	Q	1,69	1,606	0,95	0,115
Vent	W		15,38		0,0000
1,35G + 1,5Q	cas 1	11,661	12,264	1,052	0,127
1,35G + 1,5Q + 1,2W	cas 2	11,661	30,720	2,634	0,319
1,35G + Q + 1,8W	cas 3	10,816	39,146	3,619	0,438
G + 1,8W	cas 4	6,760	34,985	5,175	0,626
G − 1,8W	cas 5	6,760	−20,383	−3,015	−0,365

On constate que sous les seules charges verticales (cas 1), les excentricités de 1,08 m et 0,95 m sont inférieures à c = 1,842 m, donc il n'y aura pas de traction sous ces charges. Sinon, on serait obligé d'armer le voile dans toute la zone tendue, au moins au pourcentage minimal ou en appliquant les dispositions constructives.

14.4.4. Contraintes linéaires

Les contraintes sont calculées en supposant une distribution linéaire des contraintes sur la section brute, soit :

$$\sigma = \frac{N}{S} \pm \frac{M v}{I}$$

L_t représente la longueur de voile tendu.

Contraintes en MPa	σ_g	σ_d	L_t
cas 1	1,627	5,675	0
cas 2	−1,630	8,511	1,329
cas 3	−3,392	9,530	2,171
cas 4	−3,976	7,573	2,847
cas 5	5,795	−0,934	1,148

On constate que le cas 2 est moins défavorable que le cas 3, nous n'étudierons que les cas 3, 4 et 5.

14.4.5. Cas 3

Le diagramme des contraintes à l'allure donnée sur la fig.98

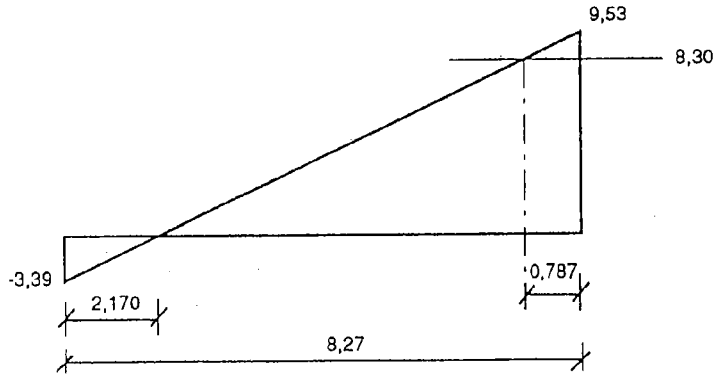


Fig. 98 — Contraintes du cas 3

On constate :
— que la contrainte maximale de compression de 9,53 MPa est supérieure à 8,30 MPa, le voile sera donc armé à la compression. Mais comme cette contrainte est inférieure à 12,13 MPa, on ne disposera que du pourcentage minimal ;
— que la contrainte de traction et la longueur de béton tendu sont inférieures à celles du cas 4, nous examinerons directement le cas 4.

Pourcentage minimal en compression :
maximum de 0,1 % de la section et 0,15 % $\frac{400\theta}{f_e}\left(3\,\frac{\sigma_u}{\sigma_{u\,lim}} - 1\right)$, soit :
$\text{Max}\left[0{,}1\ ;\ 0{,}15 \times 0{,}8\left(3\,\frac{9{,}53}{12{,}13} - 1\right)\right] = 0{,}1\ \%$, soit 2 cm² par mètre de voile ou 2 HA8, $s = 0{,}33$ m ($s < 2$ fois l'épaisseur et 0,33 m).

14.4.6. Cas 4

Nous décomposons la zone tendue en bandes dont la longueur ne doit dépasser la demi-hauteur d'étage, soit 1,50 m (Fig.99).

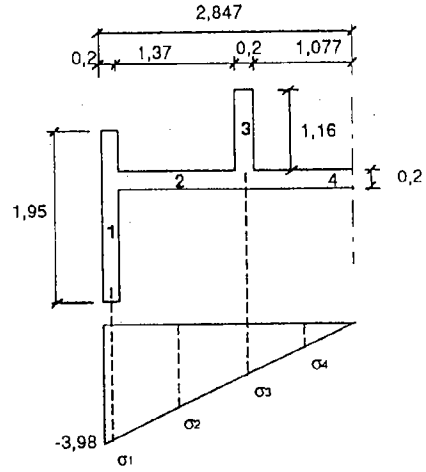


Fig. 99 — Contraintes de traction du cas 4

Élément de voile	1	2	3	4
Dimensions	1,95 x 0,2 = 0,390	0,2 x 1,37 = 0,274	1,16 x 0,2 = 0,226	0,2 x 1,077 = 0,215
Position du centre par rapport au point de contrainte nulle	2,747	1,962	1,177	0,539
Contrainte σ_i (MPa)	3,840	2,743	1,645	0,754
Force de traction (MN)	0,39 x 3,84 = 1,498	0,538	0,273	0,162
Section d'acier (cm²)	$\frac{11\,500 \times 1{,}498}{500} = 34{,}45$	12,37	6,28	3,73

Élément de voile	1	2	3	4
Acier minimal (cm^2)	10 x 0,39 = 3,9	2,74	2,26	2,15
Acier — diamètre (mm) — espacement (mm)	2 HA12 125	2 HA10 170	2 HA8 180	2 HA8 280

14.4.7. Cas 5

Ce cas entraîne des tractions du côté droit du voile. Il correspond à une combinaison faisant intervenir le vent. Si l'on peut trouver une distribution linéaire des contraintes, sans tenir compte du béton tendu, ni d'aciers de traction, on peut ne pas armer la section.

La distance de la résultante extérieure à l'extrémité gauche du voile vaut :

$$d = v' + e = 4{,}421 - 3{,}015 = 1{,}406 \text{ m}.$$

Il suffit de trouver la longueur x de voile comprimé (Fig.100), telle que la résultante de compression du béton seul équilibre cette résultante : même effort et même moment.

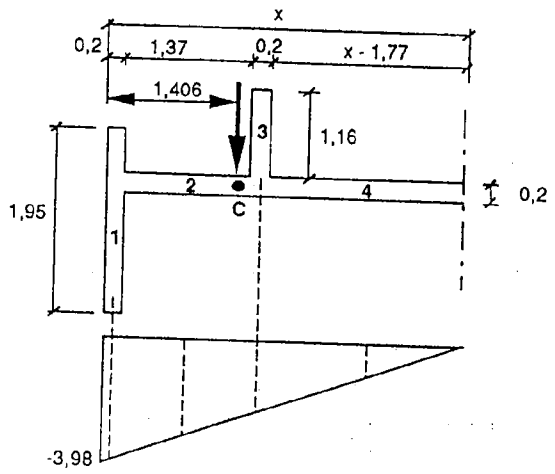


Fig. 100 — Contraintes de compression - Cas 5

Par approximations successives (avec un tableur par exemple) et pour différentes valeurs de x, on trouve l'équilibre que l'on peut vérifier ci-après.

Élément de voile	1	2	3	4	Total
Aire (m^2)	0,2 x 1,95 = 0,39	1,37 x 0,2 = 0,274	0,2 x 1,16 = 0,232	2,093 x 0,2 = 0,4186	1,3146
Distance du centre à l'extrémité gauche du voile (m)	0,10	0,885	1,687	2,816	
Moment de l'aire par rapport à l'extrémité gauche du voile (m^3)	0,039	0,2425	0,3874	1,1790	1,8479

Distance du point C : $x_C = \dfrac{1{,}8479}{1{,}3146} = 1{,}406$ m $= d$, ce qui est vérifié.

Contrainte au point C : $\sigma_C = \dfrac{N}{S} = \dfrac{6{,}76}{1{,}3146} = 5{,}14$ MPa.

Contrainte maximale : $\sigma_{max} = \sigma_C \dfrac{x - x_C}{x} = 5{,}14 \dfrac{3{,}863}{3{,}863 - 1{,}406}$

$= 7{,}05$ MPa $< 8{,}30$ MPa.

La contrainte maximum est inférieure à σ_{nba}, il n'est pas non plus nécessaire d'armer la partie gauche du voile à la compression.

14.4.8. Ferraillage du voile (Fig. 101)

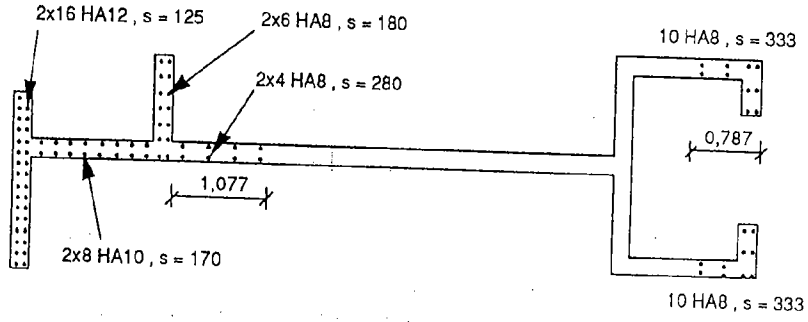


Fig. 101 — Ferraillage du voile

BIBLIOGRAPHIE

[1] DTU 23.1 - NF P 18-210 — Règles de calcul des parois et murs en béton banché. Paris, CSTB, 1976.

[2] DTU 20.1 - NF P 10-202 — Parois et murs en maçonnerie de petits éléments. Règles de calcul et dispositions constructives minimales. Paris, CSTB, 1985.

[3] DIDIER D., LE BRAZIDEC M., NATAF P., THIESSET J., — Précis de bâtiment. Conception, mise en œuvre, normalisation. Paris, AFNOR et Nathan.

[4] COIN A. — Ossatures de bâtiments. Paris, Eyrolles, 1972.

[5] BAUD G. — La Construction du bâtiment. Maçonnerie et béton armé. Paris, Dunod, 1989.

[6] THONIER H. — Le Projet de Béton Armé. Paris, SEBTP, 1991.

[7] NF EN 845-3 (NF P 12-503) — Spécification pour éléments auxilliaires de maçonnerie. Armature pour joint d'assise.

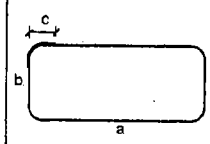
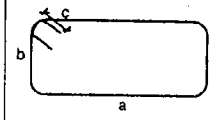
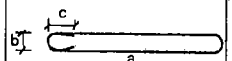
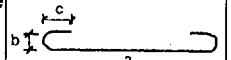
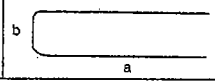
[8] BONVALET CH., GIRARD J., ILANTZIS A., WIANECKI J. — Influence des remplissages dans les bâtiments à ossature soumis aux efforts horizontaux dus au vent et aux séismes. *Annales de l'ITBTP*, Décembre 1970.

[9] ROGOWSKY D. M., MACGREGOR J. G. — Design of Reinforced Concrete. Deep beams. Concrete International, August 1986.

[10] DAVIDOVICI V. E. — Effets des variations linéaires dans les bâtiments de grande hauteur. *Annales de l'ITBTP*, Septembre 1967.

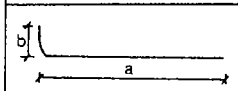
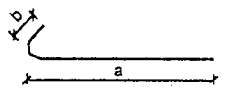
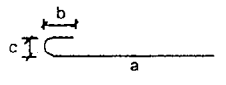
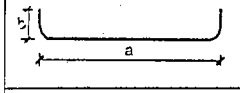
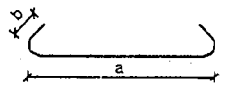
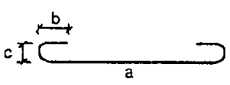
[11] DAUSSY R. — Guide pratique de charpente métallique. Paris, Eyrolles, 1990, 7e éd.

CADRES - ÉTRIERS - ÉPINGLES - U

Longueur développée L (mm)		Diamètre =	6	8	10	12	14	16	20
		Mandrin =	30	30	40	50	70	100	150
Cadre avec retour à 90°		c =	111	143	180	217	259	306	395
		L = 2 (*a* + *b*) +	153	205	256	307	358	408	508
Cadre avec retour à 135°		*c* =	81	103	130	157	189	226	295
		L = 2(*a* + *b*) +	122	155	196	236	284	339	441
Étrier		*b* =	42	46	60	74	98	132	190
		c =	51	63	80	97	119	146	195
		L = 2*a* +	146	167	216	264	340	443	621
Épingle		*b* =	42	46	60	74	98	132	190
		c =	51	63	80	97	119	146	195
		L = *a* +	131	153	197	241	306	392	544
U		L = 2*a* + *b* +	−27	−32	−41	−51	−64	−82	−113

NOTA : Les crochets «normalisés» ont des retours droits de : 15 ∅ pour un angle de 90° (le minimum est de 5 ∅), 10 ∅ pour un angle de 135° (le minimum est de 5 ∅), 5 ∅ pour un angle de 180° (le minimum est de 5 ∅).

ANCRAGES DE BARRES

Longueur développée L pour un retour droit de 5 Ø (minimum normalisé)	Diamètre	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
	Mandrin	70	70	100	100	150	150	200	250	300	400
	b =	71	83	110	122	159	171	220	275	342	440
	L = *a* +	49	58	76	86	110	119	153	191	239	306
	L = *a* +	79	89	120	130	174	185	239	299	369	478
	*c* =	82	86	120	124	178	182	240	300	364	480
	L = *a* +	108	120	163	174	239	250	326	407	500	651
	L = *a* +	97	117	153	172	220	239	306	382	478	611
	L = *a* +	157	178	239	260	348	369	478	598	738	957
	*c* =	82	86	120	124	178	182	240	300	364	480
	L = *a* +	217	239	326	348	477	500	651	814	999	1 302

PROGRAMMES DE CALCUL DES STRUCTURES DE BÂTIMENT

par Henry THONIER

Programmes décrits dans l'ouvrage *Conception et calcul des structures de bâtiment*. Utilisables sur tout micro-ordinateur disposant d'un langage Basic, disponibles aux Presses de l'ENPC.

TOME 1
(Action du vent, semelles superficielles)

STODOLA
Calcul des périodes de vibration propre suivant Stodola-Vianello ou la méthode matricielle, calcul des structures au vent suivant NV 65, et au séisme suivant PS 92.

RAYLEIGH
Calcul de la période de vibration propre des structures suivant la méthode de Rayleigh, calcul au vent suivant NV 65, calcul au séisme suivant PS 69.

TASSOL
Calcul de tassement des semelles superficielles en terrains multicouches.

SEMDEV
Semelles rectangulaires en flexion déviée - Calcul des contraintes du sol - Diagrammes triangulaires ou rectangulaires.

SEMRECT
Semelles rectangulaires en béton armé BAEL 91 et DTY 13.1 - Dimensionnement et ferraillage.

TOME 2
(Pieux, semelles sur pieux, dalles, planchers, voir aussi LOGIDAL)

PIEUHOR
Efforts horizontaux sur des têtes de pieux dans un terrain multicouche.

FLEXCOMP
Flexion composée en béton armé de sections quelconques. Vérification ou courbes d'interaction.

SEMPIEUX
Semelles sur pieux en béton armé. Dimensionnement et ferraillage.

CARAMEC
Caractéristiques mécaniques de sections quelconques.

POUAPELA
Poutres sur appuis ponctuels élastiques.

INERTORS
Moments d'inertie de flexion et de torsion de section rectangulaire ou en Té.

POUCROI
Planchers à poutres croisées.

PLANCM
Planchers métalliques. Calcul des sollicitations, contraintes et détermination des profilés.

POUELAS*
Poutres sur sol élastique avec ou sans décollement, charges quelconques.

NAVIER*
Dalles rectangulaires appuyées sur quatre côtés, chargées sur des rectangles. Calcul des sollicitations.

DALLRECT*
Dalles rectangulaires sur quatre côtés, articulées sur deux côtés opposés - Chargement trapézoïdal total. Calcul des sollicitations.

DALLCIRC*
Dalles circulaires articulées ou encastrées sur son pourtour sous chargement trapézoïdal de révolution. Calcul des sollicitations.

DALLRUPT3*
Dalles de forme quelconque sous chargement quelconque, calculées à la rupture. Calcul des sollicitations.

FLECHE2*
Calcul des flèches de poutres en Té sous différents chargements à différentes dates.

* Programmes antérieurement diffusés sous le nom de DALLES_BA par les Presses de l'ENPC.

TOME 3
(Poteaux, portiques, poutres, voiles, voir aussi ITBTP)

DEFPOT
Calcul des excentricités de deuxième ordre des poteaux en matériau homogène pour une excentricité du premier ordre donnée.

LONGFLAMB
Calcul de la longueur de flambement de poteaux rectangulaires ou circulaires en fonction des raideurs des poutres et poteaux en tête et en pied.

PELQ
Vérification au flambement de poteau de section rectangulaire, circulaire ou quelconque en béton armé, quel que soit l'élancement.

FLEXRECT
Vérification en ELU de sections rectangulaires en béton armé partiellement tendues en flexion.

POTO
Dimensionnement, ferraillage et métré de poteaux rectangulaires ou circulaires en béton armé.

FLEXDEV
Vérification de section quelconque en béton armé en flexion déviée avec ou sans effort normal.

PORTIQUE
Calcul des sollicitations et déformations des portiques à nœuds déplaçables ou non.

PORTBA
Vérification des barres d'un portique en béton armé - Prise en compte du flambement - Contraintes - et sections d'aciers en cm^2 - Post-processeur de "PORTIQUE".

PORTCM
Détermination ou vérification des profilés d'un portique en acier - Prise en compte du flambement - Contraintes - Post-Processeur de "PORTIQUE".

TREILLIS
Détermination ou vérification des profilés des poutres-treillis.

VOÛTE
Calcul des voûtes de décharge des maçonneries suivant le BAEL 91.

POUCLO
Ferraillage et métré des poutres-cloisons suivant BAEL 91.

PRÉFILOU
Préprocesseur de "PORTIQUE" pour le calcul des voiles avec n files d'ouvertures.

UNFILOU
Calcul des voiles à une file d'ouvertures sous charges différentielles verticales.

POCO*
Programme de calcul des sollicitations chaîné avec : BAEL, EC2, ACI, DIN, BS, PLADA, POCO10, PLBP, CM.

BAEL*
Poutre continue suivant le BAEL 91. Sections d'aciers et contraintes.

EC2*
Poutre continue suivant l'Eurocode 2. Sections d'aciers et contraintes.

ACI*
Poutre continue suivant l'ACI 318-89 (USA). Sections d'aciers et contraintes.

DIN*
Poutre continue suivant le DIN 1045 (Allemagne). Sections d'aciers et contraintes.

BS*
Poutre continue suivant le BS 8110 (UK). Sections d'aciers et contraintes.

PLADA*
Planchers-dalles suivant BAEL 91. Calcul des sollicitations, contraintes et aciers.

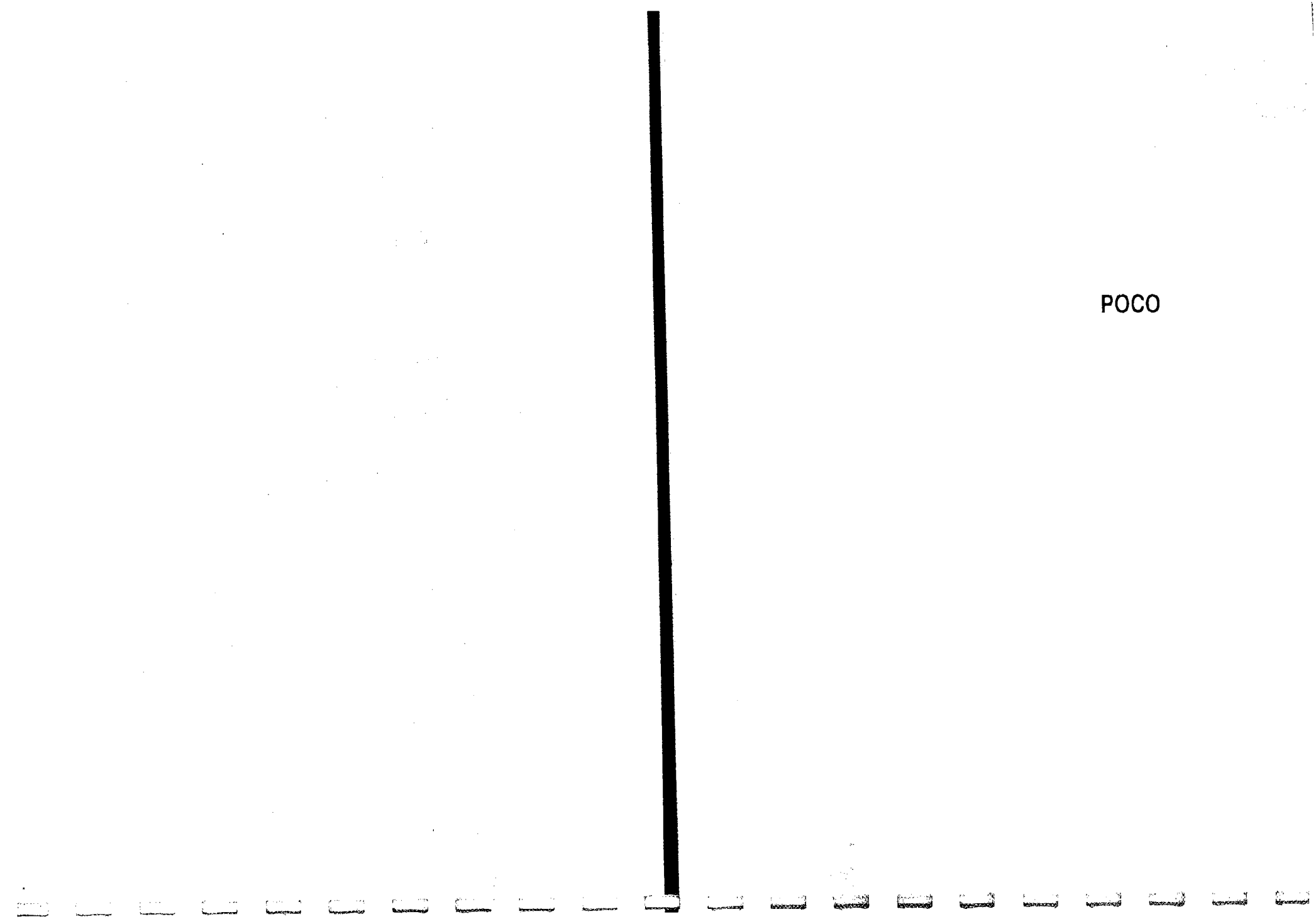
POCO10 + BLBP*
Dalle continue précontrainte à torons non-adhérents suivant le BPEL 91. Sections d'aciers et contraintes.

CM*
Poutre continue en acier suivant les CM 66. Contraintes.

* Programmes antérieurement diffusés par l'ITBTP (voir descriptif en annexe).

ANNEXE*

* Les textes de l'annexe sont extraits des *Annales de l'ITBTP*, n°479 à 487 inclus, de décembre 1989 à octobre 1990.


POCO

LA POUTRE CONTINUE SUR MICRO-ORDINATEUR

Calcul des Sollicitations - Programme « POCO »

Henry THONIER

PRÉAMBULE

Définitions et données de base

LE RÈGLEMENT :

BAEL 89
BPEL 89
ACI 318-89
BS 8110
DIN 1045
EUROCODE 2
CM66

LA MÉTHODE DE CALCUL DES MOMENTS :

- 3 moments,
- Caquot ou Caquot minoré (BAEL).

LES TRAVÉES :

- avec ou sans consoles,
- d'inertie constante, mais différente d'une travée à l'autre,
- de section rectangulaire ou en Té.

LES ÉTATS-LIMITES :

- E.L.S. : combinaisons rares, fréquentes, quasi-permanentes, permanentes,
- E.L.U. : combinaisons fondamentales,
- E.L.U. : combinaisons accidentelles.

LES CHARGES :

- réparties partielles ou totales,
- triangulaires, trapézoïdales ou rectangulaires (14 types),
- concentrées fixes ou mobiles (10 roues, camions...).

LES SOLLICITATIONS :

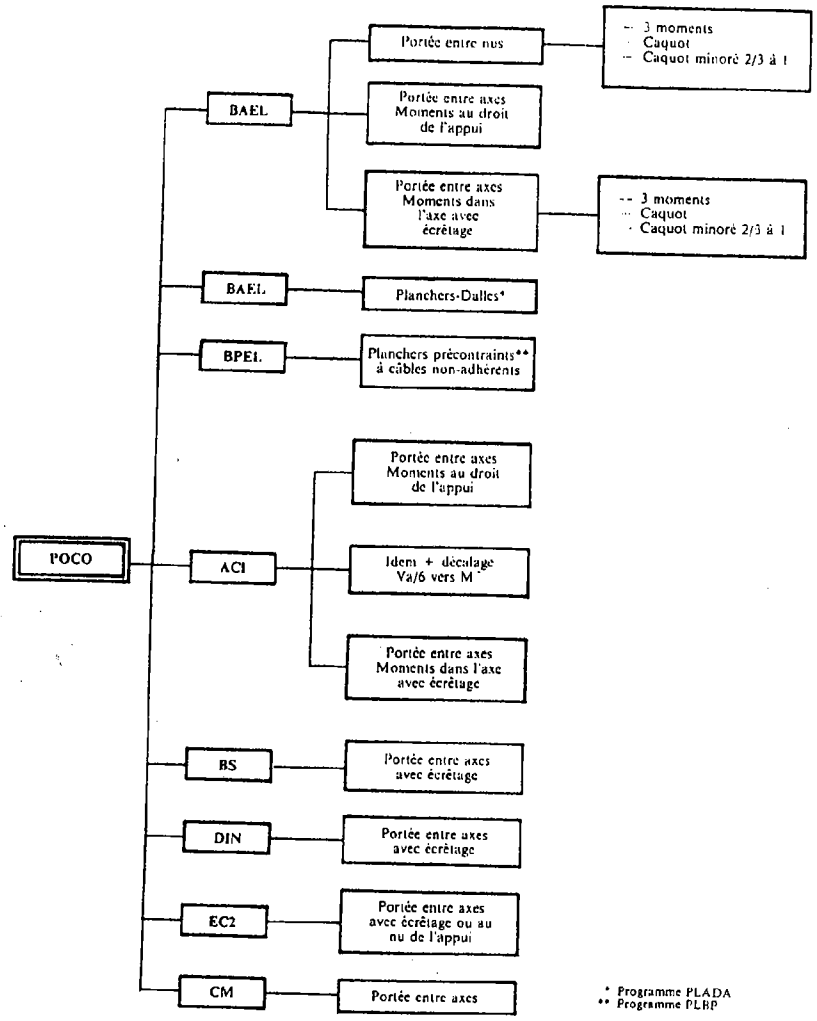
- calculées pour chaque cas de charge (V, M, ω, *f*),
- calculées en enveloppes de combinaisons de cas de charges (le choix des combinaisons et des coefficients multiplicateurs est laissé à l'initiative de l'utilisateur).

LES CONTRAINTES :

- calculées pour les enveloppes de combinaisons de cas de charges,
- σ, τ pour le béton armé, le béton précontraint et la construction métallique.

LES ACIERS DE BÉTON ARMÉ :

- enveloppes des aciers calculés pour chaque combinaison de cas de charge, de pourcentage minimal et d'aciers de glissement éventuels,
- en partie inférieure et supérieure en cm^2,
- en cm^2/m pour les cadres.



* Programme PLADA
** Programme PLBP

MOTS-CLÉS

1 - ACIERS COMPRIMÉS

— Lorsque le moment dépasse une certaine valeur (M_{lim}), le programme détermine les sections d'acier tendu et comprimé telles que leur somme soit minimale.

2 - ACIERS DE GLISSEMENT

– Aciers éventuellement nécessaires pour reprendre l'effort tranchant diminué de l'effort de compression du béton aux appuis.

3 - ACIERS DE LIAISON TABLE-NERVURE

– Calcul des aciers de liaison table-nervure éventuels (2e ligne des sorties) en cm^2/m.

4 - ACIERS DE PEAU

- Prévus en cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable ou encore pour les poutres de plus de 0,80 m de hauteur en fissuration peu préjudiciable.

5 - ACIER MINIMAL LONGITUDINAL

— Le pourcentage minimal d'acier pour le risque de non-fragilité est appliqué dans les zones tendues en tenant compte de la présence éventuelle d'une table tendue ou comprimée.

6 - ACIER MINIMAL TRANSVERSAL

— Le pourcentage minimal d'acier transversal de poutre est pris en compte.

7 - ACIERS TRANSVERSAUX DE DALLE

— Ils ne sont pas prévus par le programme car ils sont variables suivant les conditions d'appui (dalle dite sur 2 appuis ou 4 appuis).

8 - ACIERS TRANSVERSAUX VERTICAUX

— Les aciers indiqués sur les tableaux de sortie correspondent à des aciers verticaux.

Si la valeur est précédée du signe moins, le cisaillement élevé n'autorise que des cadres obliques ou une combinaison d'aciers horizontaux et verticaux. En cas d'aciers obliques, on multipliera les résultats obtenus par 0.707 pour des aciers inclinés à 45°, et par 0,765 pour des aciers inclinés à 22°30'.

Pour des aciers verticaux combinés à des aciers horizontaux, la valeur indiquée correspond aux aciers verticaux. La section par mètre de hauteur d'aciers horizontaux sera prise conservativement égale à la valeur des aciers verticaux.

9 - CADRES, ÉTRIERS, ÉPINGLES

— Les écartements des cadres sont donnés pour un nombre indiqué de brins, ce qui permettra de déterminer le nombre d'épingles et cadres par cours d'armature (par exemple 6HA8 pour un cadre et 4 épingles ou 2 étriers).

10 - CALCUL DES EFFORTS

Au choix par les 3 moments (Clapeyron), ce qui est obligatoire pour les charges mobiles, ou bien la méthode de Caquot minorée ou non (coefficient au choix) pour le BAEL.

11 - CAS DE CHARGE

Un cas de charge est constitué de toutes les charges élémentaires appartenant au même cas de charge. Les charges d'exploitation peuvent être séparées en deux cas de charge différents : un pour les travées paires, l'autre pour les travées impaires pour permettre, lors des combinaisons, de leur attribuer des coefficients différents. Les charges permanentes sont à attribuer au cas n° 1. Le nombre de cas de charges est limité (NHK).

12 - CHARGES MOBILES

Par groupes de 10 charges mobiles au maximum. Un camion représente un groupe de 3 charges. Deux camions, l'un derrière l'autre, un groupe de 6 charges. Un char, un groupe de 10 charges, si on le décompose en 10 charges égales et équidistantes. Il est possible de satisfaire tous les cas de charges mobiles des Ponts et Chaussées (camions, chars, convois exceptionnels).

13 - CHARGES PRÈS DES APPUIS

Pour tenir compte d'une transmission directe des charges aux appuis, possibilité est donnée dans le programme (variable DH23 en tête du programme POCO). Cependant le programme n'autorise pas cette possibilité dans le cas des charges mobiles. Les conditions d'application varient d'un règlement à l'autre.

14 - COMBINAISONS DE CAS DE CHARGES

Les combinaisons de cas de charges en ELU (fondamentales, accidentelles) et en ELS, sont constituées en affectant à chaque cas de charge un coefficient pondérateur (1, 1,35, 1,5, ...).

15 - CHARGES TRAPÉZOÏDALES PARTIELLES OU TOTALES

Charges partielles ou totales de forme trapézoïdale, triangulaire, rectangulaire (16 types de charges).

16 - CONSOLES

Une ou deux consoles peuvent être introduites. L'absence de console se traduira par une console de longueur nulle.

17 - CONTRAINTE ADMISSIBLE

Le dépassement de la contrainte admissible en compression ou en cisaillement est signalé.

18 - COUPURES

Le programme divise chaque travée en un certain nombre de tronçons (1 à 20 au choix). Une coupure est la jonction de deux tronçons. Le calcul des efforts et des aciers est effectué pour chaque coupure de chaque travée pour chaque cas de charge et pour les combinaisons de cas de charges.

19 - DALLES

Les éléments décrits avec une largeur de 1 mètre minimum et d'une hauteur inférieure à 0.50 m sont considérés comme des dalles par le programme. Le cisaillement est alors celui des dalles.

20 - ÉCRÊTAGE DES MOMENTS SUR APPUIS

Dans le calcul des moments avec les portées entre axes, la réaction d'appui répartie sur la longueur d'appui induit un moment (positif en général) qui vient en déduction du moment sur appui. (Voir variable EH23 en tête du programme POCO).
L'écrêtage ne doit pas être utilisé pour des appuis « suspendus ».

21 - FISSURATION

Prise en compte de la fissuration préjudiciable, très préjudiciable ou peu préjudiciable pour le calcul de la contrainte admissible de traction des aciers en ELS et pour la détermination des aciers de peau.

22 - FLÈCHE

La flèche est calculée pour chaque cas de charge élémentaire en supposant la section non fissurée. Elle est donnée à titre indicatif. Il en est de même pour les rotations.

23 - POUTRES EN ACIER

Le programme vérifie les contraintes des poutres continues en acier avec charges statiques ou mobiles : ponts, ponts roulants.

24 - QUANTITÉS

Les quantités de béton et coffrage sont déterminées entre nus des poteaux.
Les quantités d'acier sont calculées pour un nombre minimal de 6 tronçons pour les poutres et 4 tronçons pour les dalles. Ces valeurs sont conseillées.

25 - RÈGLEMENT DE CALCUL

Au choix, règlement français (BAEL89*, BPEL89*, CM66) ou étrangers (allemand, américain, britannique, européen).

(*) Nouvelles versions des Règles BAEL83 et BPEL83 parues en 1990.

FORMAT LIBRE DE LECTURE DES DONNÉES

— Les variables sont séparées par un ou plusieurs espaces blancs.

— Toute ligne incomplète est complétée automatiquement par des 0.

— Le signe * signifie que les valeurs qui suivent sont remplacées par les valeurs de rang correspondant de la ligne précédente.

— Une ligne sans écriture est considérée comme constituée de zéros.

— Des commentaires peuvent être mis en fin de ligne après le signe ' (apostrophe).

EXEMPLE :

5.42 4.2 −1.47	la 2e valeur vaut 4.2
6.42*	la 3e valeur vaut −1.47
*	' LIGNE IDENTIQUE cette ligne est identique à la précédente.

DONNÉES DE BASE EN TÊTE DE PROGRAMME

1 - Dimensions des tableaux et mémoire occupée

Les tableaux peuvent être dimensionnés en tenant compte de la taille mémoire de l'ordinateur :

NHK = nombre maximal de cas de charge + 1
NAT = nombre maximal de travées = nombre d'appuis + 1
NKH = nombre maximal de coupures par travée = nombre de tronçons + 1
NAC = nombre de charges mobiles (au minimum = 7).

2 - Données générales (dans le programme POCO)

DH23 = 1 si l'on admet une transmission directe aux appuis des charges situées à moins d'une certaine distance de ceux-ci.
= 0 dans le cas contraire.
EH23 = 1 si l'on admet un écrêtage des moments sur appuis calculés avec la portée entre axes, pour tenir compte de la charge répartie négative due à la réaction d'appui.
= 0 dans le cas contraire.
PAS = 100 = nombre de positions de calcul des charges mobiles, soit tous les $\Sigma(l_i + e_i)/100$ (l_i et e_i = portée entre nus et longueur d'appui).

PROGRAMME POCO

A. LES ACTIONS

Les actions appliquées aux différentes travées de la poutre peuvent être de différentes natures (voir tableau, page 130).

Les 16 premiers types sont constitués de charges réparties partielles ou totales, uniformes, triangulaires ou trapézoïdales.

Elles se ramènent toutes à une (ou la somme de) charge(s) trapézoïdale(s) partielle(s) (fig. 1).

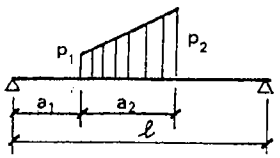


Fig. 1.

En particulier les cas de charges 11, 12 et 16 (fig. 16) correspondent au cas de poutre supportant des dalles appuyées sur 4 côtés.

Les actions peuvent être :

— des charges réparties,
— des charges concentrées fixes,
— des charges concentrées mobiles (pont-roulant, ...).

Chaque charge élémentaire ci-dessus est affectée à un cas de charge :

— n° 0 pour la précontrainte,
— n° 1 pour les charges permanentes (Caquot minoré),
— n° i pour tout autre type de charge (d'exploitation, climatique, séisme...) (i < NHK).

Ces différents cas sont affectés de coefficients multiplicateurs au choix de l'utilisateur (1,35, 1,50 ...) et additionnés pour former des combinaisons de cas de charge en ELU et ELS.

Le nombre de combinaisons n'est pas limité.

B. LES SOLLICITATIONS

1. Calcul des moments

Les moments sur appuis sont calculés suivant la méthode des 3 moments pour les poutres continues.

Pour le règlement français BAEL 89, la méthode dite de Caquot peut être utilisée. Cette dernière possède une version dite Caquot Minoré qui diminue les valeurs absolues des moments sur appuis dus aux charges permanentes (de 0 à 33 % au choix) pour tenir compte dans les poutres en Té, de l'inertie plus importante en travée que sur appui.

La méthode de Caquot est décrite en annexe F2 des Règles BAEL 89.

Pour une poutre continue, le moment $M(x)_i$ à l'abscisse x de la travée i de portée l_i, vaut :

$$M(x)_i = m(x)_i + \frac{x}{l_i} M_{i+1} + \left(1 - \frac{x}{l_i}\right) M_i \qquad (1)$$

où $m(x)_i$ = moment à l'abscisse x de la travée i supposée isostatique soumise au même chargement,
M_i = moment au droit de l'appui i.

a - Méthode des 3 moments (Clapeyron) (fig. 2)

Pour des travées à inertie constante, mais pouvant être différente d'une travée à l'autre, l'équation des 3 moments s'écrit :

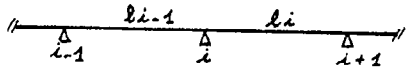


Fig. 2.

$$\frac{I_{i-1}}{l_{i-1}} M_{i-1} + 2\left(\frac{I_{i-1}}{l_{i-1}} + \frac{I_i}{l_i}\right) M_i + \frac{I_i}{l_i} M_{i+1} = 6E\,(\omega_d - \omega_g) \qquad (2)$$

avec ω_g et ω_d = rotations à gauche et à droite de l'appui i, sous l'action des charges appliquées aux deux travées $i-1$ et i supposées isostatiques.

b - Méthode de Caquot

La méthode de Caquot consiste à ne prendre en compte, dans le calcul des moments sur appui, que les charges situées dans les deux travées adjacentes et à négliger l'action des moments sur appui des appuis voisins.

Certains correctifs sont apportés pour compenser en partie la non-prise en compte des charges situées dans les autres travées :

— les travées autres que les travées de rive sont prises en compte avec une portée réduite de 20 % (0,8 l au lieu de l dans les calculs),
— les charges réparties ou concentrées situées dans ces 20 % ne sont pas prises en compte,
— le moment est réduit par un coefficient 8/8,5 pour tenir compte d'une redistribution des moments (6 % de redistribution vers les moments positifs).

• *Valeur du moment sur appui*

Ces hypothèses reviennent, pour un système de charges quelconques, à prendre en compte dans les calculs un moment (déduit de l'équation des 3 moments en négligeant l'action des moments M_{i-1} et M_i) :

$$M_i = -3E \times \frac{8}{8,5} \times \frac{\omega'_g - \omega'_d}{\frac{I_{i-1}}{l_{i-1}} + \frac{I_i}{l_i}} \qquad (3)$$

$l' = 0,8\,l$ ou l

où les rotations ω'_g et ω'_d à gauche et à droite de l'appui sont déterminées avec des portées $0,8\,l$ ou l suivant le cas et où les charges situées à plus de $0,8\,l$ dans les travées intermédiaires, à partir de l'appui étudié, ne sont pas prises en compte.

• *Cas de travées de même inertie*

Pour des inerties constantes et identiques pour toutes les travées et des charges uniformément réparties, on trouve :

• moment sur appui intermédiaire

$$M_i = -\frac{0,64}{8,5} \times \frac{p_{i-1} l_{i-1}^3 + p_i l_i^3}{l_{i-1} + l_i}$$

• moment sur appui de rive

$$M_1 = -\frac{p_1 l_1^3 + 0,516\, p_2 l_2^3}{8,5\,(l_1 + 0,8\,l_2)} - \frac{4}{8,5} M_1$$

avec $M_1 = -\frac{p_0 l_0^3}{2}$ moment de console éventuel.

REMARQUE

On peut retrouver le choix de Caquot pour le cas simple suivant.

Considérons les travées intermédiaires d'une poutre continue ayant un grand nombre de travées de même portée l, de même inertie, soumises à des charges réparties.

L'équation des 3 moments s'écrit d'après (2)

$$lM + 4lM + lM = 6lM = -\frac{(p_i + p_{i-1}) l^3}{4}$$

soit $$M = -\frac{(p_i + p_{i-1}) l^2}{24}$$

La méthode de Caquot consiste à négliger l'action des moments des appuis encadrant l'appui étudié. On a

donc 4 /M au lieu de 6 /M dans le premier membre de l'équation.

Il faut donc corriger le deuxième membre dans le rapport 2/3, ce que l'on peut obtenir en remplaçant l par $\sqrt{2/3}\, l = 0{,}8165\, l$.

Caquot a arrondi cette valeur à 0,8 et remplacé le dénominateur 24 (3 × 8) par 25,5 (3 × 8,5).

Pour un appui voisin de rive, on obtient par les 3 moments (et en supposant que le moment de l'appui n° 3 est égal à celui du n° 2) :

$$4\,/M + /M = -\frac{(p_1 + p_2)\,l^3}{4}$$

soit

$$M = -\frac{(p_1 + p_2)\,l^2}{20}$$

(Valeur exacte pour 3 travées, approchée pour plus de 3 travées).

La méthode Caquot donne avec $l_1 = l_2 = l$:

$$M = -\frac{p_1 l_1^3 + p_2 (0{,}8)^3 l_1^3}{8{,}5\,(l_1 + 0{,}8\,l_2)} = \frac{(p_1 + 0{,}516\,p_2)\,l^2}{8{,}5 \times 1{,}8}$$

Le rapport des deuxièmes membres donnés par Caquot et par l'équation des 3 moments vaut :

$$\frac{8}{8{,}5} \times \frac{1{,}516}{1{,}8} \times \frac{20}{16} = \frac{8}{8{,}5} \times 1{,}053$$

soit la même valeur à 5 % près (et avec le coefficient 8,5 au lieu de 8).

La redistribution des moments permet de rendre compatible les résultats obtenus par les deux méthodes.

• Correctif pour tenir compte du moment des consoles éventuelles

Cas de 3 appuis (fig. 3)

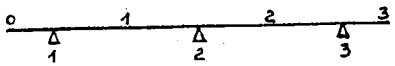


Fig. 3.

M_1 = moment à l'appui de la console gauche
M_3 = moment à l'appui de la console droite
M'_2 = moment calculé par la formule de Caquot sans tenir compte de la console
M_2 = moment calculé en tenant compte de la console.

$$M_2 = M'_2 - \frac{4}{8{,}5} \times \frac{l_2/l_2}{\frac{l_1}{l_1} + \frac{l_2}{l_2}} \times M_1 - \frac{4}{8{,}5} \times \frac{l_1/l_1}{\frac{l_1}{l_1} + \frac{l_2}{l_2}} \times M_3 \qquad (4)$$

avec

$$M'_2 = -\frac{p_1 \frac{l_1^3}{l_1} + p_2 \frac{l_2^3}{l_2}}{8{,}5\left(\frac{l_1}{l_1} + \frac{l_2}{l_2}\right)}$$

Cas de plus de 3 appuis (fig. 4)

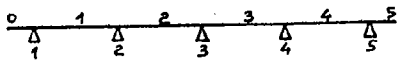


Fig. 4.

$$M_2 = M'_2 - \frac{4}{8{,}5} \times \frac{l_2/(0{,}8\,l_2)}{\frac{l_1}{l_1} + \frac{l_2}{0{,}8\,l_2}} \times M_1 \qquad (5)$$

avec

$$M'_2 = -\frac{p_1 \frac{l_1^3}{l_1} + p_2 \frac{(0{,}8\,l_2)^3}{l_2}}{8{,}5\left(\frac{l_1}{l_1} + \frac{0{,}8\,l_2}{l_2}\right)}$$

Pour la console droite, le moment M_4 s'obtient de la même façon en permutant les indices. Pour plus de 4 appuis, le moment M_3 n'est pas supposé influencé par les consoles éventuelles.

c - Écrêtage des moments sur appuis (fig. 5)

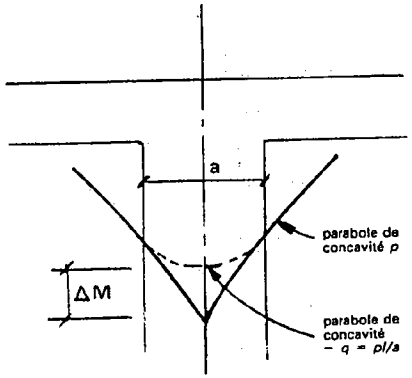


Fig. 5.

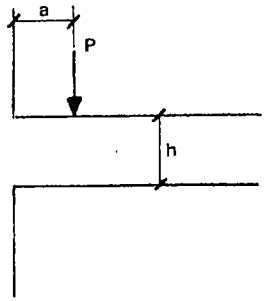
Les réactions d'appui correspondent à une charge répartie q sur la longueur de l'appui. Elles induisent un moment positif qui vient en déduction du moment calculé avec la portée entre axes.

V = effort tranchant au droit de l'appui
a = longueur de l'appui
l = portée entre nus
p = charge répartie sur la travée
$\Delta M = Va/4$ (valable pour un effort tranchant V identique des deux côtés de l'appui et une rotation nulle sur appui.

(Voir article Annales ITBTP, juin 1987, H. Thonier), n° 455 fascicule Béton, 247 « Portée de calcul des éléments fléchis en béton armé »).

$$\Delta M = \frac{V_d - V_g}{2} \times \frac{a}{4}$$

Le programme prend pour V la valeur moyenne des efforts tranchants à gauche et à droite de l'appui.



2. Calcul des efforts tranchants

L'effort tranchant $V(x)_i$ à l'abscisse x de la travée i est donné par la formule :

$$V(x)_i = v(x)_i + \frac{M_{i+1} - M_i}{l_i} \qquad (6)$$

où $v(x)_i$ représente l'effort tranchant de la travée supposée isostatique soumise aux mêmes charges.

— Charges près des appuis (fig. 6)

Certains règlements admettent de ne pas prendre en compte, dans les calculs de l'effort tranchant, les charges situées près des appuis en admettant une transmission directe par bielle dans l'appui.

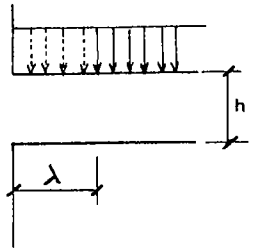


Fig. 6.

Charges près des appuis prises en compte partiellement	Charges réparties	Charges concentrées (prises en compte partiellement : kP)
BAEL 89 § A.5.1.231	$\lambda = 5\,h/6$	si $a < 1{,}5\,h$ $k = \frac{2a}{3h}$
ACI 318 § 11.1.2	$\lambda = d$	$k = 1$
DIN 1045 § 17.5.2	$\lambda = d/2$	si $a' < 2\,d$ $k = \frac{a'}{2\,d}$ a' = distance à l'axe de l'appui
BS 8110 (*) § 3.4.5.8	Augmentation de la résistance du béton jusqu'à l'abscisse $2\,d$	
EUROCODE 2 § 4.3.2.2. (10)	$\lambda = d$	si $a < 2{,}5\,d$ $k = \frac{a}{2{,}5\,d}$

(*) A l'abscisse d en cas de reprise de coulage et cisaillement élevé.

3. Sollicitations et déformations dues à une charge trapézoïdale partielle et à une charge concentrée

L'effort tranchant V_x, le moment M_x, la rotation ω_x et la flèche f_x à l'abscisse x d'une travée isostatique de portée l sont données dans les tableaux suivants.

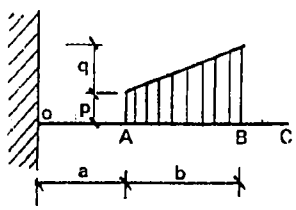


Fig. 7.

CONSOLE - CHARGE RÉPARTIE (fig. 7)

$x < a$	$a < x < a + b$	$a + b < x$
$p_x = 0$	$p_x = p + q\dfrac{x-a}{b}$	$p_x = 0$
$V_x = V_0$	$V_x = -p(x-a) - q\left(\dfrac{(x-a)^2}{2b}\right) + V_A$	$V_x = 0$
$V_0 = pb + qb/2$ $V_A = V_0$	$V_B = 0$	
$M_0 = -pb\,(a + b/2) - qb/2\,(a + 2b/3)$	$M_x = -\dfrac{p(x-a)^2}{2} - q\dfrac{(x-a)^3}{6b} + V_A(x-a) + M_A$	$M_x = 0$
$M_x = pbx + qbx/2 + M_0$ $M_A = -pb^2/2 - qb^2/3$	$M_B = 0$	
$\omega_x = (pb + qb/2)x^2/2 + M_0 x$	$\omega_x = -\dfrac{p(x-a)^3}{6} - \dfrac{q(x-a)^4}{24b} + V_A\dfrac{(x-a)^2}{2} + M_A(x-a) + \omega_A$	$\omega_x = \omega_B$
$\omega_A = (pb + qb/2)\,a^2/2 + M_0 a$	$\omega_B = -pb^3/6 - qb^4/24 + V_A b^2/2 + M_A b + \omega_A$	
$f_x = (pb + qb/2)\,x^3/6 + M_0 x^2/2$	$f_x = -\dfrac{p(x-a)^4}{24} - \dfrac{q(x-a)^5}{120b} + V_A(x-a)^3/6 + M_A\dfrac{(x-a)^2}{2} + \omega_A(x-a) + f_A$	$f_x = \omega_B(x-a-b) + f_B$
$f_A = (pq + qb/2)\,a^3/6 + M_0 a^2/2$	$f_B = -pb^4/24 - qb^5/120 + V_A b^3/6 + M_A b^2/2 + \omega_A b + f_A$	$f_C = \omega_B(l-a-b) + f_B$

CONSOLE : CHARGE CONCENTRÉE (fig. 8)

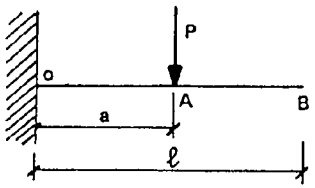
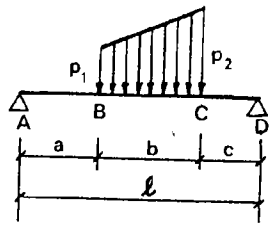


Fig. 8.

$x < a$	$x > a$
$p = 0$	$p = 0$
$V = V_0 = P$	$V = 0$
$M_0 = -Pa$	
$M_x = Px - Pa$	$M_x = 0$
$\omega_x = \dfrac{Px^2}{2} - Pax$	$\omega_x = \omega_A = -\dfrac{Pa^2}{2}$
$\omega_A = -\dfrac{Pa^2}{2}$	
$f_x = \dfrac{Px^3}{6} - \dfrac{Pax^2}{2}$	$f_x = \dfrac{Pa^3}{6} - \dfrac{Pa^2 x}{2}$
$f_A = -\dfrac{Pa^3}{3}$	

TRAVÉE ISOSTATIQUE (fig. 9)



CHARGE TRAPÉZOÏDALE PARTIELLE

Données : l, a, b, p_1, p_2

$c = l - a - b$

$$V_A = \frac{b}{6l}(p_1(2b + 3c) + p_2(b + 3c))$$

$$V_D = V_A - P \qquad P = \frac{p_1 + p_2}{2}b$$

$$EI\omega_0 = \frac{b^3}{120\,l}(p_1(4b + 15c) + p_2(b + 5c)) + V_D \times \frac{c^3}{3l} - \frac{V_A}{6l}(a + b)^2(l + 2c)$$

De A à B : $V = V_A$	En B : $V_B = V_A$	En A : V_A
$M = V_A x$	$M_B = V_A a$	$M_A = 0$
$EI\omega = V_A\dfrac{x^2}{2} + EI\omega_0$	$EI\omega_B = V_A\dfrac{a^2}{2} + EI\omega_0$	$EI\omega_A = EI\omega_0$
$EIf = V_A\dfrac{x^3}{6} + EI\omega_0 x$	$EIf_B = V_A\dfrac{a^3}{6} + EI\omega_0 a$	$EIf_A = 0$

De B à C : $p = p_1 + (p_2 - p_1)\dfrac{(x-a)}{b}$

$$V = -p_1(x-a) - (p_2 - p_1)\frac{(x-a)^2}{2b} + V_A$$

$$M = -p_1\frac{(x-a)^2}{2} - (p_2 - p_1)\frac{(x-a)^3}{6b} + V_A x$$

$$EI\omega = -p_1\frac{(x-a)^3}{6} - (p_2 - p_1)\frac{(x-a)^4}{24b} + V_A\frac{x^2}{2} + EI\omega_0$$

$$EIf = -p_1\frac{(x-a)^4}{24} - (p_2 - p_1)\frac{(x-a)^5}{120\,b} + V_A\frac{x^3}{6} + EI\omega_0 x$$

En C : $V_C = V_D \quad M_C = -cV_D$

$$EI\omega_C = -(3p_1 + p_2)\frac{b^3}{24} + V_A\frac{(a+b)^2}{2} + EI\omega_0$$

$$EIf_C = -V_D\frac{c^3}{6} - EI\omega_D c$$

De C à D : $V = V_D$

$$M = V_D(x - l)$$

$$EI\omega = V_D\frac{(x-l)^2}{2} + EI\omega_C - V_D\frac{c^2}{2}$$

$$EIf = V_D\frac{(x-l)^3}{6} + \left(EI\omega_C - V_D\frac{c^2}{2}\right)(x - l)$$

En D : $M_D = 0 \qquad EI\omega_D = EI\omega_C - V_D\dfrac{c^2}{2} \qquad EIf_D = 0$

TRAVÉE ISOSTATIQUE : CHARGE CONCENTRÉE

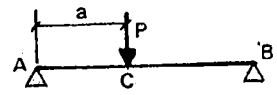


Fig. 10.

$x < a$	$x > a$
$V_x = P\left(1 - \frac{a}{l}\right) = V_A$	$V_x = -P\frac{a}{l}$
$V_A = P\left(1 - \frac{a}{l}\right)$	$V_B = -\frac{Pa}{l}$
$V_C = V_A$	$V_C = V_B$
$M_x = Px\left(1 - \frac{a}{l}\right)$	$M_x = Pa\left(1 - \frac{x}{l}\right)$
$M_C = Pa\left(1 - \frac{a}{l}\right)$	
$EI\omega_x = \frac{P}{6}\left(1 - \frac{a}{l}\right)(3x^2 - 2al + a^2)$	$EI\omega_x = \frac{Pa}{6l}(6lx - 3x^2 - 2l^2 - a^2)$
$EI\omega_A = -\frac{Pal}{6}\left(1 - \frac{a}{l}\right)\left(2 - \frac{a}{l}\right)$	$EI\omega_B = \frac{Pa}{6l}(l^2 - a^2)$
$EI\omega_C = \frac{Pa}{6l}(6al - 2l^2 - 4a^2)$	
$EIf_x = \frac{Px}{6}\left(1 - \frac{a}{l}\right)(x^2 - 2al + a^2)$	$EIf_x = \frac{Pa}{6}\left(1 - \frac{x}{l}\right)(a^2 - 2lx + x^2)$
$EIf_C = -\frac{Pa^2}{3l}(l - a)^2$	

***REMARQUE** concernant les reprises de bétonnage*

La notion de reprise de bétonnage n'est pas interprétée de la même façon par les différents règlements.

Le programme de calcul prend en compte la résistance du béton à l'effort tranchant et détermine la section d'acier d'effort tranchant dans les conditions décrites dans le tableau suivant.

SECTION D'ACIER TRANSVERSAL PAR UNITÉ DE LONGUEUR — VALEUR DE LA DONNÉE KR

RÈGLEMENT Articles	Sans reprise de bétonnage	Avec reprise de bétonnage — Surface traitée	Avec reprise de bétonnage — Surface non-traitée
BAEL 89 § 5.1, 232	$\frac{A_t}{s} = \frac{b_0\gamma_s(\tau_u - 0{,}3f_{tj})}{0{,}9f_e}$	Si indentations supérieures à 5 mm : $\frac{A_t}{s} = \frac{b_0\gamma_s\tau_u}{0{,}9f_e}$ KR = 0	$\frac{A_t}{s} = \frac{b_0\gamma_s\tau_u}{0{,}9f_e}$ KR = 1
ACI 318 § 11.7	$\frac{A_v}{s} = \frac{V_u/0{,}85 - 0{,}17\,b_w d\sqrt{f'_c}}{df_y}$ KR = 0	$\frac{A_v}{s} = \frac{V_u}{0{,}85\,df_y}$ si indentations supérieures à 5 mm et $V_u < 2{,}5\ b_w df 0{,}85$ (poutres) KR = 1	$\frac{A_v}{s} = \frac{5}{3}\frac{V_u}{0{,}85\,df_y}$ KR = 2
EC2 § 4.3.2	$\frac{A_{sw}}{s} = \frac{V_{sd} - \tau_{Rd}\kappa(1{,}2 + 40\,\rho_l)}{0{,}9\,df_{yd}/\gamma_s}$		KR = 0
BS8110 § 3.4.5 § 5.4.7	$\frac{A_{sv}}{s_v} = \frac{b_v(v - v_c)}{0{,}87f_{yv}}$ KR = 0	Élément préfabriqué et béton coulé sur place ① si $v > \bar{v}$ $\frac{A_{sv}}{s_v} = \frac{vb_w}{0{,}87f_{yv}}$ ② si $v < \bar{v}$ $\frac{A_{sv}}{s_v} = \frac{b_v(v - v_c)}{0{,}87f_{yv}} \leq 0{,}0015\,b_v$	
		Valeurs de $\bar{v}$ (Poutres) : $f_{cu} = 25$: 1,2 ; 30 : 1,8 ; ⩾ 40 : 2,0 surface non traitée : KR = 1 surface brossée/striée : 1,8 ; 2,0 ; 2,2 ; KR = 0,8 surface lavée en enlevant la laitance ou traitée avec retardateur et nettoyée : 2,1 ; 2,2 ; 2,5 ; KR = 0,4 KR : voir tableau	
DIN 1045 § 17. 5 § 19. 7. 2	$\frac{A_t}{s} = \frac{1{,}75\,\alpha\tau_0 b_0}{\beta_s}$ $\beta_s = f_s \quad \alpha = \frac{\tau_0}{\tau_2} \geqslant 0.4$ KR = 0	Élément préfabriqué et béton coulé sur place si charges d'exploitation < 5 kN/m² si surface rugueuse si $\tau_0 < \tau_1$ $\frac{A_t}{s} = \frac{1{,}75\,\alpha\tau_0 b_0}{\beta_s} \quad \alpha = \frac{\tau_0}{\tau_1} \geqslant 0.4$ KR = 0,5	$\frac{A_t}{s} = \frac{1{,}75\,\tau_0 b_0}{\beta_s}$ KR = 1

C. DONNÉES « POCO »

1re ligne. TITRE — **150 caractères quelconques.**

2e ligne. CAS — **Règlement de calcul.**

0 = BAEL, Entre Nus (Charges Statiques)
1 = BAEL, Entre Axes, au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
2 = BAEL, Entre Axes (Appuis Ponctuels, Maçonnerie), avec Ecrêtage V*a*/4
3 = ACI-318, Entre Axes, au Droit de l'Appui
4 = ACI-318, Id. + Décalage Moment V*a*/6
5 = ACI-318, Entre Axes, avec Ecrêtage V*a*/4
6 = BS 8110, avec Ecrêtage V*a*/4
7 = DIN 1045, avec Ecrêtage V*a*/4
8 = EUROCODE 2, avec Ecrêtage V*a*/4 ou au nu de l'appui
9 = BPEL, Dalles de Plancher
10 = BAEL, Planchers-Dalles
11 = Construction Métallique (Portée entre Axes)

Pour CAS = 10 passer à données « PLBP »
CAS = 11 passer à données « PLADA »

3e ligne. CAQ

(à n'écrire que si CAS ⩽ 2)

-- CAQ = 0 pour la méthode des 3 moments
-- CAQ = 1 pour la méthode CAQUOT
-- CAQ = 0,67 pour la méthode CAQUOT minoré (2/3 des charges permanentes prises en compte dans le calcul des moments sur appuis. Les charges permanentes doivent alors être affectées au cas de charge N° 1, NC = 1 pour la ligne 8).

4e ligne. *n* , *k* — **(valeurs à séparer par un espace blanc)**

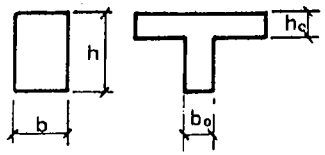
n = nombre d'appuis (< NAT)
k = nombre de tronçons de calcul par travée (< NKH)

5e ligne. *l*, *b*, *h*, b_0, h_0 — pour CAS ⩽ 8

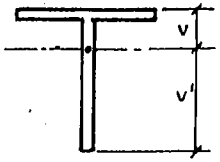
(*n* + 1 lignes) OU

l, b_0, *h*, I/*v*, I/*v'* — pour CAS = 12 = construction métallique.

(valeurs séparées par un espace blanc)
l = portée *entre nus* (*m*)
b = largeur de la poutre (*m*) (fig. 11)
h = hauteur totale (*m*)*
b_0 = épaisseur de l'âme (*m*)*



h_0 = épaisseur de la table (*m*)
I/*v* = module d'inertie (cm³) (fig. 12)
I/*v'* = module d'inertie (cm³)

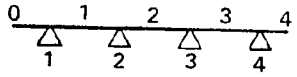


* En mm pour CAS = 12.

6e ligne. $e_1, e_2, e_3, e_4, \ldots e_n$ (fig. 13)

OU

e — **si toutes égales**



e_i = largeur de l'appui *i* (*m*)

7e ligne. E — **Ligne à sauter pour CAS = 12 (CM)**

E = module d'Young (MPa) utilisé pour le calcul des rotations et flèches de chaque cas de charge.

8e ligne. N_c, N_t, Type, $p_j \ldots, a_j \ldots$ — DESCRIPTION DES CHARGES.

FIN = Faire $N_c = 0$

(valeurs à séparer par des espaces blancs)

- N_c = Numéro du cas de charge auquel est affecté la charge ($0 < N_c < NHK$)

(En ordre quelconque, mais sans manque. Faire $N_c = 1$ pour les charges permanentes de la méthode Caquot minoré).

Remarque 1. Un cas de charge peut être constitué de toutes les charges permanentes, un autre des charges d'exploitation sur les travées impaires, un troisième des charges d'exploitation sur les travées paires ... de sorte que leur combinaison (multipliés par les coefficients appropriés 1,35 1,5 ...) donnent les combinaisons de cas de charges souhaitées.

Remarque 2. Toutes les abscisses de charges sont données par rapport *à l'axe* de l'appui gauche de la travée, sauf le cas BAEL avec CAS = 0, où c'est la distance par rapport *au nu* de l'appui.

- N_t = Numéro de la travée où est située la charge (console gauche : $N_t = 0$)
- Type = nature de la charge (répartie, concentrée, triangulaire ...)
- p_j et a_j = voir tableau ci-après : (fig. 14).

9e ligne. N_C, N_m — CHARGES MOBILES.

Pas ou plus de charges mobiles : faire $N_m = 0$
(valeurs à séparer par des espaces blancs)

N_C = Numéro du cas de charge auquel est affecté le groupe de charges mobiles ($2 < N_C < NHK$)

N_m = Nombre de charges mobiles du même groupe (3 pour un camion de 3 essieux). ($N_m \leqslant 10$).

10e ligne. A_i , P_i

(N_m lignes)

A_i = abscisse relative en mètres de la charge mobile *i* (i = 1, 2, ... N_m) par rapport à la 1re charge ($A_1 = 0$).

P_i = valeur de la charge mobile en MN.

Remarque 3. Un groupe de charges mobiles est à décrire entièrement (lignes 9 et 10) avant de passer à un autre. Par exemple un groupe de 3 charges mobiles (camion) nécessite 4 lignes.

Remarque 4. Le calcul des charges mobiles est exécuté en positionnant chaque groupe de charges en un certain nombre de point de leur parcours. Ce qui exige un certain temps de calcul.

Exemple : Camion de 30 tonnes (2 essieux de 12 t = 0,12 MN et un essieu de 6 t) (fig. 14).

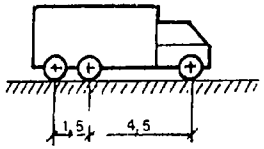
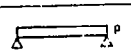
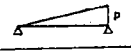
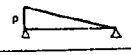
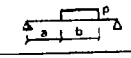
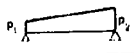
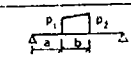
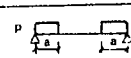
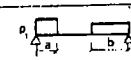
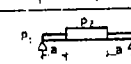
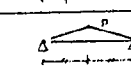
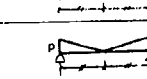
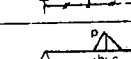
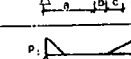
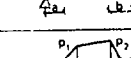
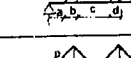
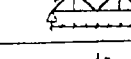


Fig. 14.

4	3
0	0,12
1,5	0,12
6	0,06

11e ligne. RES = 1 pour avoir les résultats détaillés par cas de charge
= 0 dans le cas contraire

CHARGES ÉLÉMENTAIRES (fig. 15)

SCHÉMA	TYPE DE CHARGE 3e valeur	4e valeur	5e valeur	6e valeur	7e valeur	8e valeur	9e valeur
	1	p	...	...			
	2	p	..	...	...		
	3	p					
	4	p	a	b	...	..	..
	5	p_1	p_2	...	...	.	
	6	p_1	p_2	a	b	..	
	7	p	a	.	...	..	
	8	p_1	p_2	a	b		
	9	p_1	p_2	a	...	.	
	10	p_1	p_2	a			
	11	p	.	.			
	12	p	.	...	....	.	
	13	p	a	b	c		...
	14	p_1	p_2	a	b	..	
	15	p_1	p_2	a	b	c	d
	16	p	..			...	...
	17	P	a			.	..

D. EXEMPLE (fig. 16)

1. Données

Cas de charges uniformément réparties :

- permanentes : 52 kN/m soit 0,052 MN/m
  variables : 40 kN/m soit 0,040 MN/m

Module d'Young = 20 000 MPa de moyenne pour le calcul des déformations (flèches et rotations) pour chaque cas de charge en section supposée homogène.

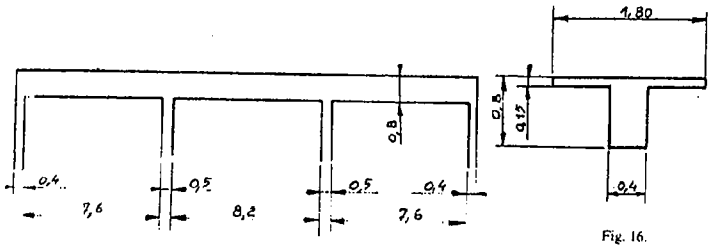


Fig. 16.

```
Poutre 3 Travées                 ' titre
0                                ' BAEL entre nus des appuis
0.67                             ' Caquot minoré de 1/3 des charges permanentes sur appuis
4 8                              ' 4 appuis et 8 tronçons
0                                ' pas de console gauche
7.6 1.8 .8 .4 .15                ' travée 1: L, b, h, bo, ho en m
8.2 *                            ' idem pour la travée 2
7.6 *                            ' idem pour la travée 3
0                                ' pas de console droite
0.4 .5 .5 .4                     ' largeurs d'appui
20000                            ' module d'Young
1 1 1 0.052                      ' cas de charge 1, travée 1, type 1, charge répartie en MN/m
1 2 *                            ' idem pour la travée 2
1 3 *                            ' idem pour la travée 3
2 1 1 0.04                       ' cas 2 (travées impaires), travée 1, type 1, charge répartie
2 3 *                            ' idem pour la travée 3
3 2 *                            ' cas 3 (travées paires), travée 2
0                                ' fin de description des cas de charges
1                                ' détails des cas de charge
```



```
POCO

Titre?  Poutre 3 Travees


Reglement de Calcul :
---------------------

 0= BAEL,Entre Nus (Charges Statiques)
 1= BAEL,Entre Axes,au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
 2= BAEL,Entre Axes (Appuis Ponctuels,Maconnerie),avec Ecretage Va/4
 3= ACI-318,Entre Axes au Droit de l'Appui
 4= ACI-318,Id+Decalage Moment Va/6
 5= ACI-318,Entre Axes,avec Ecretage Va/4
 6= BS-8110,avec Ecretage Va/4
 7= DIN-1045,avec Ecretage Va/4
 8= EUROCODE 2,Entre Axes avec Ecretage ou au Droit de l'Appui
 10= BPEL,Dalles de Plancher
 11= BAEL,Planchers-Dalles
 12= Construction Metallique (Portee entre Axes)

                =?  0

       0= 3 Moments
       1= Caquot non Minore
    0.67= Caquot Minore 1/3

         =?  .67

Nombre d'Appuis et Nombre de Troncons=?  4 8

----------Longueurs en m,Charges en MN ,Contraintes en MPa------------

Console Gauche:L(Nus),b,h,bo,ho=?  0
Travees 1      :L(Nus),b,h,bo,ho=?  7.6 1.8 .8 .4 .15
Travees 2      :L(Nus),b,h,bo,ho=?  8.2 *
Travees 3      :L(Nus),b,h,bo,ho=?  7.6 *
Console Droite:L(Nus),b,h,bo,ho=?  0

Largeurs des Appuis(m)=?  .4 .5 .5 .4

Module d'Young(MPa)=?  20000

Lecture des Charges (MN ou MN/m)   (FIN=0)
-------------------------------

Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=?  1 1 1 .052
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=?  1 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=?  1 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=?  2 1 1 .04
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=?  2 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=?  3 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=?  0

Voulez-vous les Resultats par Cas de Charge (Oui=1, Non=0)=?  1
```

2. Résultats

RAPPEL DES DONNEES

TITRE: Poutre 3 Travees

Reglement: BAEL 89

Module d'YOUNG= 20000 MPa

CAQUOT. Coefficient 0.670 sur Moment sur Appuis pour les Charges Permanentes

DONNEES GEOMETRIQUES (m, m2, m4)

I	Portee	b tot.	h tot.	b ame	h tab.	Inertie	v	S
1	7.600	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000
2	8.200	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000
3	7.600	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000

Largeur d'Appuis= 0.400 0.500 0.500 0.400

CHARGES REPARTIES

Casl No	Travl No	Absc. Gauchel	Long. Chargel	Gauche MN/m	Droite MN/m
1	1	0.000	7.600	0.0520	0.0520
1	2	0.000	8.200	0.0520	0.0520
1	3	0.000	7.600	0.0520	0.0520
2	1	0.000	7.600	0.0400	0.0400
2	2	0.000	7.600	0.0400	0.0400
2	3	0.000	8.200	0.0400	0.0400

TRANSMISSION DIRECTE aux Appuis:
- pour les Charges Reparties situees a moins de 0,83 h de l'Appui
- pour les Charges Concentrees partiellement a moins de 1,5 h de l'Appui

Cas de charge n° 1

:Travee No 1 : Largeur= 1.8000 ,Hauteur= 0.8000 :
: : bo ame = 0.400 , ho = 0.150 :

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.1355	0.0000	-1.11	0.00
1	0.950	0.1207	0.1382	-1.00	-1.02
2	1.900	0.0713	0.2294	-0.71	-1.84
3	2.850	0.0219	0.2737	-0.32	-2.34
4	3.800	-0.0275	0.2710	0.11	-2.44
5	4.750	-0.0769	0.2215	0.49	-2.15
6	5.700	-0.1263	0.1250	0.77	-1.54
7	6.650	-0.1757	-0.0184	0.85	-0.75
8	7.600	-0.1904	-0.2088	0.68	0.00

:Travee No 2 : Largeur= 1.8000 ,Hauteur= 0.8000 :
: : bo ame = 0.400 , ho = 0.150 :

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.1785	-0.2088	-0.55	0.00
1	1.025	0.1599	-0.0176	-0.73	-0.68
2	2.050	0.1066	0.1190	-0.64	-1.40
3	3.075	0.0533	0.2010	-0.36	-1.93
4	4.100	-0.0000	0.2283	0.00	-2.12
5	5.125	-0.0533	0.2010	0.36	-1.93
6	6.150	-0.1066	0.1190	0.64	-1.40
7	7.175	-0.1599	-0.0176	0.73	-0.68
8	8.200	-0.1785	-0.2088	0.55	0.00

:Travee No 3 : Largeur= 1.8000 ,Hauteur= 0.8000 :
: : bo ame = 0.400 , ho = 0.150 :

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.1904	-0.2088	-0.68	0.00
1	0.950	0.1757	-0.0184	-0.85	-0.75
2	1.900	0.1263	0.1250	-0.77	-1.54
3	2.850	0.0769	0.2215	-0.49	-2.15
4	3.800	0.0275	0.2710	-0.11	-2.44
5	4.750	-0.0219	0.2737	0.32	-2.34
6	5.700	-0.0713	0.2294	0.71	-1.84
7	6.650	-0.1207	0.1382	1.00	-1.02
8	7.600	-0.1355	-0.0000	1.11	0.00

Cas de charge n° 2

:Travee No 1 : Largeur= 1.8000 ,Hauteur= 0.8000 :
: : bo ame = 0.400 , ho = 0.150 :

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.1061	0.0000	-0.89	0.00
1	0.950	0.0948	0.1081	-0.80	-0.81
2	1.900	0.0568	0.1801	-0.57	-1.47
3	2.850	0.0188	0.2160	-0.26	-1.87
4	3.800	-0.0192	0.2159	0.07	-1.96
5	4.750	-0.0572	0.1796	0.38	-1.74
6	5.700	-0.0952	0.1072	0.61	-1.26
7	6.650	-0.1332	-0.0013	0.70	-0.63
8	7.600	-0.1445	-0.1459	0.59	0.00

Travee No 2	Largeur= 1.8000 ,Hauteur= 0.8000
	bo ame = 0.400 , ho = 0.150

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	-0.0000	-0.1459	0.97	0.00
1	1.025	-0.0000	-0.1459	0.73	0.87
2	2.050	-0.0000	-0.1459	0.48	1.49
3	3.075	-0.0000	-0.1459	0.24	1.86
4	4.100	-0.0000	-0.1459	-0.00	1.99
5	5.125	-0.0000	-0.1459	-0.24	1.86
6	6.150	-0.0000	-0.1459	-0.48	1.49
7	7.175	-0.0000	-0.1459	-0.73	0.87
8	8.200	-0.0000	-0.1459	-0.97	0.00

Travee No 3	Largeur= 1.8000 ,Hauteur= 0.8000
	bo ame = 0.400 , ho = 0.150

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.1445	-0.1459	-0.59	0.00
1	0.950	0.1332	-0.0013	-0.70	-0.63
2	1.900	0.0952	0.1072	-0.61	-1.26
3	2.850	0.0572	0.1796	-0.38	-1.74
4	3.800	0.0192	0.2159	-0.07	-1.96
5	4.750	-0.0188	0.2160	0.26	-1.87
6	5.700	-0.0568	0.1801	0.57	-1.47
7	6.650	-0.0948	0.1081	0.80	-0.81
8	7.600	-0.1061	-0.0000	0.89	0.00

Cas de charge n° 3

Travee No 1	Largeur= 1.8000 ,Hauteur= 0.8000
	bo ame = 0.400 , ho = 0.150

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	-0.0123	0.0000	0.19	0.00
1	0.950	-0.0123	-0.0117	0.18	0.18
2	1.900	-0.0123	-0.0235	0.16	0.34
3	2.850	-0.0123	-0.0352	0.11	0.47
4	3.800	-0.0123	-0.0469	0.05	0.55
5	4.750	-0.0123	-0.0586	-0.03	0.56
6	5.700	-0.0123	-0.0704	-0.13	0.48
7	6.650	-0.0123	-0.0821	-0.25	0.30
8	7.600	-0.0123	-0.0938	-0.39	0.00

Travee No 2	Largeur= 1.8000 ,Hauteur= 0.8000
	bo ame = 0.400 , ho = 0.150

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.1373	-0.0938	-0.87	0.00
1	1.025	0.1230	0.0533	-0.89	-0.92
2	2.050	0.0820	0.1583	-0.71	-1.76
3	3.075	0.0410	0.2214	-0.39	-2.33
4	4.100	-0.0000	0.2424	0.00	-2.54
5	5.125	-0.0410	0.2214	0.39	-2.33
6	6.150	-0.0820	0.1583	0.71	-1.76
7	7.175	-0.1230	0.0533	0.89	-0.92
8	8.200	-0.1373	-0.0938	0.87	-0.00

Travee No 3	Largeur= 1.8000 ,Hauteur= 0.8000
	bo ame = 0.400 , ho = 0.150

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.0123	-0.0938	0.39	0.00
1	0.950	0.0123	-0.0821	0.25	0.30
2	1.900	0.0123	-0.0704	0.13	0.48
3	2.850	0.0123	-0.0586	0.03	0.56
4	3.800	0.0123	-0.0469	-0.05	0.55
5	4.750	0.0123	-0.0352	-0.11	0.47
6	5.700	0.0123	-0.0235	-0.16	0.34
7	6.650	0.0123	-0.0117	-0.18	0.18
8	7.600	0.0123	0.0000	-0.19	0.00

BAEL

LA POUTRE CONTINUE SUR MICRO-ORDINATEUR

Poutre continue BAEL - Programme « BAEL »

Henry THONIER

PROGRAMME « BAEL »

A. PRINCIPALES INNOVATIONS DU BAEL 90 CONCERNANT LES POUTRES CONTINUES

Aucun changement concernant la flexion simple, à l'exception de l'introduction d'un coefficient θ dans la valeur de la contrainte du béton en ELU. Ce coefficient θ vaut 1 pour une durée d'application de la combinaison supérieure à 24 heures, 0,85 pour une durée d'application inférieure à 1 heure et 0,90 pour une durée d'application comprise entre 1 et 24 heures.

$$\sigma_{bc} = \frac{0{,}85\, f_{cj}}{\theta\, \gamma_b}$$

Le programme « BAEL » utilise le diagramme rectangulaire simplifié en ELU.

Les principaux changements concernent l'effort tranchant.

Ainsi les contraintes limites de cisaillement sont :

- $0{,}07\, f_{c28}/\gamma_b$ pour les dalles non armées à l'effort tranchant,
- $0{,}20\, f_{c28}/\gamma_b$ limitée à 5 MPa, pour les poutres en fissuration peu préjudiciable,
- $0{,}15\, f_{c28}/\gamma_b$ limitée à 4 MPa, pour les poutres en fissuration préjudiciable ou très préjudiciable,
- $0{,}27\, f_{c28}/\gamma_b$ limitée à 7 MPa, pour les poutres comportant des cadres inclinés à 45°, ou un ensemble de cadres droits et de barres longitudinales, quelle que soit la fissuration.

Les charges réparties situées près des appuis peuvent être considérées comme transmises directement dans l'appui aux conditions suivantes :

- on néglige les charges situées à moins de 0,5 h du nu de l'appui,
- les charges situées à l'abscisse a comprise entre 0,5 h et 1,5 h ne sont prises en compte que pour une fraction $2a/(3\,h)$.

Cette règle est en accord avec les règles BPEL.

Pour des charges réparties uniformément près des appuis, cela revient au même que de négliger les charges jusqu'à l'abscisse 5 h/6.

La section d'acier nécessaire est donnée par la formule :

$$\frac{A_t}{s_t} = \frac{b_0\, \gamma_s\, (\tau_u - 0{,}3\, k f_{tj})}{0{,}9\, f_e\, (\cos\alpha + \sin\alpha)}$$

On constate que l'expression $0{,}8\, f_e$ du BAEL 83 a été remplacée par $0{,}9\, f_e/\gamma_s$.

La largeur effective de la table de compression d'une poutre en Tê est telle que le débord de table ne dépasse pas :

- le dixième de la portée,
- la moitié de la distance entre nus de nervures,
- les 2/3 de la distance de l'appui le plus proche au point étudié.

La condition concernant le 1/40e de la somme des portées des 2 travées encadrant l'appui le plus proche est supprimée.

En ELS, la contrainte de traction de l'acier est limitée :

- en fissuration préjudiciable à $\text{Min}\,[2/3\, f_e\,;\ 110\sqrt{\eta f_{tj}}]$
- en fissuration très préjudiciable à $\text{Min}\,[0{,}5\, f_e\,;\ 90\sqrt{\eta f_{tj}}]$

B. CALCUL DES ENVELOPPES DES CAS DE CHARGES

Les coefficients applicables aux matériaux (γ_b, γ_s) étant distincts en ELU entre les combinaisons fondamentales et accidentelles, le programme fera l'enveloppe des combinaisons proposées pour :

- ELU combinaisons fondamentales,
- ELU combinaisons accidentelles,
- ELS combinaisons rares et quasi-permanentes.

Chaque cas de charge peut être affecté d'un coefficient pondérateur (γ_Q, ψ_0, ψ_1, ψ_2,...).

Il est conseillé d'attribuer le cas de charge n° 1 aux charges permanentes et de répartir les charges variables en deux cas différents :

Le nombre de combinaisons n'est pas limité.

- un pour les travées impaires,
- un pour les travées paires,

de façon à obtenir l'enveloppe des cas correspondant aux travées chargées et aux travées déchargées.

C. CALCUL DES SECTIONS D'ACIER

Les calculs des aciers de flexion est effectué en ELU, puis la contrainte de l'acier est vérifiée en ELS dans le cas de fissuration préjudiciable ou très préjudiciable.

Les méthodes de calcul découlent des règles BAEL 90. Pour le cas des sections très sollicitées, des aciers comprimés peuvent être calculés par le programme, si le moment dépasse une valeur M_{lim} (voir le Projet de Béton Armé, H. THONIER, SEBTP, 1989, page 35).

La hauteur utile est prise forfaitairement égale à 15 h/16-0.015 m.

D. RÉSULTATS

Les résultats comprennent :

- un rappel des données,
- le calcul des contraintes admissibles du béton en flexion et cisaillement, de l'acier en flexion,
- la détermination de la longueur de scellement droit des aciers et du pourcentage minimal d'acier longitudinal,
- la section des aciers de peau si nécessaire,
- les moments enveloppes en ELS et ELU,
- l'effort tranchant enveloppe en ELU,
- les sections d'aciers longitudinaux en cm² en fibre supérieure et inférieure,
- les sections d'aciers transversaux en cm²/m,
- les contraintes de compression et de cisaillement du béton, de traction des aciers,
- l'écartement des cadres pour un nombre de brins donné (par exemple 5HA8 pour 1 cadre + 3 épingles ou 1 cadre + 1 étrier + 1 épingle),
- les contraintes maximales de compression et de cisaillement du béton et de traction de l'acier, avec vérification par rapport à la contrainte admissible,
- la contrainte maximale de cisaillement et la section d'acier à la jonction table-nervure,
- le métré des aciers estimé à partir des sections calculées,

pour les poutres :

- aciers longitudinaux (hors aciers de table),
- aciers transversaux (hors aciers de table),

pour les dalles :

- aciers longitudinaux.

- le métré béton des travées entre nus (hors table),
- le métré coffrage (des travées entre nus et hors table).

E. DONNÉES « BAEL »

Données à la suite de celles du programme « POCO ».

12e ligne f_{c28} — Contrainte caractéristique du béton à la compression en MPa.

13e ligne f_e — Limite élastique de l'acier en MPa.

14e ligne KR — Coefficient de reprise de bétonnage :

= 1, s'il y a reprise de bétonnage avec des indentations inférieures à 5 mm,
= 0, s'il n'y a pas de reprise de bétonnage ou bien une reprise de bétonnage avec des indentations supérieures à 5 mm.
(Pour la détermination des cadres).

15e ligne [LI] Nature de l'acier :
= 1, pour les aciers à haute adhérence (HA),
= 0, pour les aciers lisses.
(Pour le calcul de la contrainte admissible des aciers longitudinaux en ELS).

16e ligne [FIS] Fissuration :
= 0, en fissuration peu préjudiciable,
= 1, en fissuration préjudiciable,
= 2, en fissuration très préjudiciable.
(Pour le calcul de la contrainte admissible des aciers longitudinaux en ELS, des aciers de peau, du cisaillement limite en ELU).

17e ligne [CAS,...] Liste des cas de charges pour constituer une combinaison, affectés des coefficients COEFF ci-dessous.
CAS = 0, pour la fin de description de la série, ELU ou ELS.

18e ligne [COEFF,...] Liste des coefficients pondérateurs correspondant aux cas donnés dans la ligne 17.

19e ligne [THETA] Coefficient lié à la durée d'application de la combinaison :
(en ELU seulement)
= 1, pour une durée > 24 heures,
= 0,9 pour une durée entre 1 et 24 heures,
= 0,85 pour une durée inférieure à 1 heure.
Retour ligne 17.

20e ligne [FIN]
= 1, pour retour en ligne 12 pour de nouvelles combinaisons ou de nouveaux matériaux,
= 0, pour fin de travail.

NOTA

La description des combinaisons des cas de charges se fait dans l'ordre suivant :

— combinaisons ELU fondamentales,
— combinaisons ELU accidentelles,
— combinaisons ELS.

Lorsqu'une combinaison n'existe pas, on passe à la suivante en tapant le chiffre zéro.

Exemple : Cas de charge 1, 2, 3 et séisme = 4 concomitant avec 1 et 2.

```
1 2 3          '1re combinaison fondamentale ELU.
1.35 1.5 1     'coefficients.
1              'durée de combinaison > 24 h.
1 2 3          '2e combinaison ELU.
1.35 1 1.5     'coefficients
1              'durée > 24 h
0              'fin des combinaisons ELU.
1 2 4          'combinaison accidentelle ELU.
1 1 1          'coefficients.
0.85           'durée inférieure à 1 heure.
0              'fin des combinaisons accidentelles.
1 2 3          '1re combinaison ELS.
1 1 0.77       'coefficients
1 2 3          '2e combinaison ELS.
1 0.6 1        'coefficients.
0              'fin des combinaisons ELS.
```

F. EXEMPLE

1) Données (fig. 1)

```
Poutre 3 travées   'titre.
0                  'BAEL entre nus des appuis.
0.67               'Caquot minoré de 1/3 des charges
                   'permanentes sur appuis.
4 8                '4 appuis et 8 tronçons.
0                  'pas de console gauche.
7.6 1.8 .8 .4 .15  'travée 1 : L, b, h, b0, h0 en m.
8.2 *              'idem pour la travée 2.
7.6 *              'idem pour la travée 3.
```

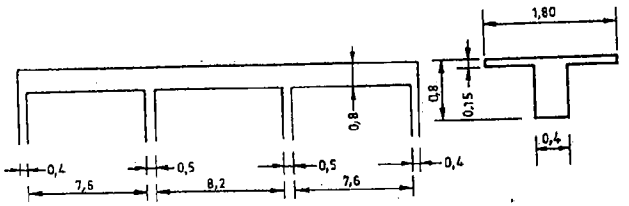


Fig. 1.


```
0                  'pas de console droite.
0.4 .5 .5 .4       'largeur d'appui.
20000              'module d'Young.
1 1 1 0.052        'cas de charge 1, travée 1, type 1,
                   'charge répartie en MN/m.
1 2 *              'idem pour la travée 2.
1 3 *              'idem pour la travée 3.
2 1 1 0.04         'cas 2 (travées impaires), travée 1,
                   'type 1, charge répartie.
2 3 *              'idem pour la travée 3.
3 2 *              'cas 3 (travées paires), travée 2.
0                  'fin de description des cas de charges.
0                  'pas de détails des cas de charges.
25                 'fc28.
400                'fe.
0                  'sans reprise de bétonnage.
1                  'acier HA.
0                  'fissuration peu préjudiciable.
1 2                'cas de charge 1 et 2 en ELU (ch.
                   perm. 'maxi).
1.35 1.5           'coefficients.
1                  'coefficient 0, combinaison > 24 h.
1 3                'cas 1 et 3 ELU.
1.35 1.5           'coefficients.
1                  'coefficient 0, combinaison > 24 h.
1 2                'cas de charge 1 et 2 en ELU (ch.
                   perm. 'mini).
1 1.5              'coefficients.
1                  'coefficient 0, combinaison > 24 h.
1 3                'cas 1 et 3 ELU.
1 1.5              'coefficients.
1                  'coefficient 0, combinaison > 24 h.
1 2 3              'cas 1, 2 et 3 ELU.
1.35 1.5 1.5       'coefficients.
1                  'coefficient 0, combinaison > 24 h.
0                  'fin des combinaisons ELU.
0                  'pas de combinaisons accidentelles.
1 2                'cas 1 et 2 en ELS.
1 1                'coefficients.
1 3                'cas 1 et 3 en ELS.
1 1                'coefficients
1 2 3              'cas 1, 2 et 3 en ELS.
1 1 1              'coefficients
0                  'fin du cas ELS.
1                  'détail des calculs demandé.
0                  'FIN.
```

```
BAEL
fc28(MPa)=? 25
fe(MPa)  =? 400
Reprise de Betonnage: Non=0 ,Oui=1 :? 0
Acier Lisse=0 , Acier H.A.=1 :? 1

Fissuration: Peu Prej.    =0
             Prejudidic. =1
             Tres Prej.  =2
       =? 0

Combinaisons E.L.U. (Fondam.)
-----------------------------

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1.35 1.5
Coefficient theta( >24h=1; <1h=0.85; sinon=0.9)=? 1

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1.35 1.5
Coefficient theta( >24h=1; <1h=0.85; sinon=0.9)=? 1

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1 1.5
Coefficient theta( >24h=1; <1h=0.85; sinon=0.9)=? 1

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1 1.5
Coefficient theta( >24h=1; <1h=0.85; sinon=0.9)=? 1

 No des Cas =? 1 2 3
Coefficients=? 1.35 1.5 1.5
Coefficient theta( >24h=1; <1h=0.85; sinon=0.9)=? 1

 No des Cas =? 0

Combinaisons Accidentelles
--------------------------

 No des Cas =? 0

Combinaisons E.L.S.
-------------------

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1 1

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1 1

 No des Cas =? 1 2 3
Coefficients=? 1 1 1

 No des Cas =? 0

Voulez-vous le Detail des Calculs: oui=1 , non=0? 1

Voulez-vous re-executer avec de Nouvelles Donnees sur les Materiaux
ou de Nouvelles Combinaisons de Cas de Charge?
    Oui=1  ,Non=0? 0
```


2) Résultats

```
I BETON: Compression a 28 jours   I  25 MPa I
I        Traction    a 28 jours   I2.10 MPa I
I        Compression admissib.ELS I  15 MPa I
I        Module d'Young           I32164MPa I
I        Cisail. adm. ELU (At=0)  I1.17 MPa I
I        Cisail. adm. ELU (90deg) I3.33 MPa I
I        Cisail. adm. ELU (45deg) I4.50 MPa I
I                                 I
I ACIER: Limite elastique         I 400 MPa I
I        Contr. admissible (ELS)  I 400 MPa I
I        Longueur d'ancrage droit I 36 diam I
I        Pourcentage minimum      I 0.121 % I

I Fissuration peu prejudiciable  I
I Sans reprise de betonnage      I
I Acier a haute adherence        I

I ACIERS:  AIRES en mm2                                                          I
I ------   POIDS en grammes/metre                                                I
I          Longueur de Scellement = Longueur de Recouvrement ( Ld=Lr) en mm       I

I Phi  I  6 I  8 I 10 I 12 I 14 I 16 I 20 I 25 I 32 I 40 I
I Aire I 28 I 50 I 79 I 113 I 154 I 201 I 314 I 491 I 804 I 1257 I
I Poids I 223 I 396 I 618 I 889 I 1209 I 1579 I 2467 I 3854 I 6314 I 9866 I
I Lr=Ld=I 212 I 282 I 353 I 423 I 494 I 564 I 705 I 882 I 1129 I 1411 I

I Combinaisons E.L.U. ( Fond.)
I Cas de Charges No: 1   2
I Coefficients     :1.35 1.50
   Duree d'Application de la Combinaison > 24 heures

I Cas de Charges No: 1   3
I Coefficients     :1.35 1.50
   Duree d'Application de la Combinaison > 24 heures

I Cas de Charges No: 1   2
I Coefficients     :1.00 1.50
   Duree d'Application de la Combinaison > 24 heures

I Cas de Charges No: 1   3
I Coefficients     :1.00 1.50
   Duree d'Application de la Combinaison > 24 heures

I Cas de Charges No: 1   2   3
I Coefficients     :1.35 1.50 1.50
   Duree d'Application de la Combinaison > 24 heures
```

```
| Combinaisons Accidentelles
|-----------------------------------------------------------------------------
| Combinaisons E.L.S.
|-----------------------------------------------------------------------------
| Cas de Charges No: 1    2
| Coefficients      :1.00 1.00
=============================================================================
| Combinaisons Accidentelles
|-----------------------------------------------------------------------------
| Combinaisons E.L.S.
|-----------------------------------------------------------------------------
| Cas de Charges No: 1    2
| Coefficients      :1.00 1.00

| Cas de Charges No: 1    3
| Coefficients      :1.00 1.00

| Cas de Charges No: 1    2    3
| Coefficients      :1.00 1.00 1.00
=============================================================================
```

: Travee No 1 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile = 0.735 m
(b=1.800;ho=0.150) Largeur effective Table= 1.800 m

K	Absc. m	Vu MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	A C I E R S cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	CONTRAINTES (MPa) Beton H/B	Acier H/B	Cls.	5HA 6 Espac: mm
0	0.000	0.3421	0.00000	0.00000	0.00	6.82	0.00	0.0	1.16	207
			0.00000	0.00000	9.83	0.00	0.00	0.0	0.00	
1	0.950	0.3052	0.34868	0.24627	0.00	5.21	3.45	0.0	1.04	271
			0.00000	0.00000	13.83	5.04	0.00	256.6	1.17	
2	1.900	0.1815	0.57986	0.40951	0.00	4.00	4.42	0.0	0.62	353
			0.00000	0.00000	23.18	3.07	0.00	257.9	0.71	
3	2.850	0.0578	0.69353	0.48972	0.00	4.00	4.92	0.0	0.20	353
			0.00000	0.00000	27.85	0.98	0.00	258.2	0.23	
4	3.800	0.0844	0.68970	0.48690	0.00	4.00	4.90	0.0	0.29	353
			0.00000	0.00000	27.69	1.43	0.00	258.1	0.33	
5	4.750	0.2081	0.56836	0.40105	0.00	4.00	4.37	0.0	0.71	353
			0.00000	0.00000	22.71	3.52	0.00	257.7	0.82	
6	5.700	0.3318	0.32952	0.23218	0.00	6.37	3.19	0.0	1.13	222
			0.00000	0.00000	13.05	5.61	0.00	255.6	1.30	
7	6.650	0.4555	0.00000	0.00000	9.46	11.75	0.00	159.9	1.55	120
			-0.14997	-0.10182	4.85	0.00	3.61	0.0	0.00	
8	7.600	0.4924	0.00000	0.00000	28.48	13.35	0.00	246.0	1.67	106
			-0.64142	-0.44849	4.85	0.00	10.89	0.0	0.00	

: Travee No 2 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile = 0.735 m
(b=1.800;ho=0.150) Largeur effective Table= 1.800 m

K	Absc. m	Vu MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	A C I E R S cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	CONTRAINTES (MPa) Beton H/B	Acier H/B	Cls.	4HA 6 Espac: mm
0	0.000	0.4470	0.00000	0.00000	28.48	11.38	0.00	246.0	1.52	99
			-0.64142	-0.44849	4.85	0.00	10.89	0.0	0.00	
1	1.025	0.4004	0.06233	0.03570	9.90	9.35	0.76	245.9	1.36	121
			-0.24255	-0.16346	4.85	6.73	5.70	103.6	1.56	
2	2.050	0.2669	0.39816	0.27734	9.46	4.00	3.40	42.0	0.91	283
			-0.09982	-0.02688	15.81	4.51	0.83	253.4	1.05	
3	3.075	0.1335	0.60335	0.42233	9.46	4.00	4.34	0.0	0.45	283
			-0.01787	0.00000	24.14	2.26	0.00	255.6	0.52	
4	4.100	0.0000	0.67174	0.47066	0.00	4.00	4.79	0.0	0.00	283
			0.00000	0.00000	26.95	0.00	0.00	256.2	0.00	
5	5.125	0.1335	0.60335	0.42233	9.46	4.00	4.34	0.0	0.45	283
			-0.01787	0.00000	24.14	2.26	0.00	255.6	0.52	
6	6.150	0.2669	0.39816	0.27734	9.46	4.00	3.40	42.0	0.91	283
			-0.09982	-0.02688	15.81	4.51	0.83	253.4	1.05	
7	7.175	0.4004	0.06233	0.03570	9.90	9.35	0.76	245.9	1.36	121
			-0.24255	-0.16346	4.85	6.73	5.70	103.6	1.56	
8	8.200	0.4470	0.00000	0.00000	28.48	11.38	0.00	246.0	1.52	99
			-0.64142	-0.44849	4.85	0.00	10.89	0.0	0.00	

: Travee No 3 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile = 0.735 m
(b=1.800;ho=0.150) Largeur effective Table= 1.800 m

K	Absc. m	Vu MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	A C I E R S cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	CONTRAINTES (MPa) Beton H/B	Acier H/B	Cls.	5HA 6 Espac: mm
0	0.000	0.4924	0.00000	0.00000	28.48	13.35	0.00	246.0	1.67	106
			-0.64142	-0.44849	4.85	0.00	10.89	0.0	0.00	
1	0.950	0.4555	0.00000	0.00000	9.46	11.75	0.00	159.9	1.55	120
			-0.14997	-0.10182	4.85	0.00	3.61	0.0	0.00	
2	1.900	0.3318	0.32952	0.23218	0.00	6.37	3.19	0.0	1.13	222
			0.00000	0.00000	13.05	5.61	0.00	255.6	1.30	
3	2.850	0.2081	0.56836	0.40105	0.00	4.00	4.37	0.0	0.71	353
			0.00000	0.00000	22.71	3.52	0.00	257.7	0.82	
4	3.800	0.0844	0.68970	0.48690	0.00	4.00	4.90	0.0	0.29	353
			0.00000	0.00000	27.69	1.43	0.00	258.1	0.33	

5	4.750	0.0578	0.69353	0.48972	0.00	4.00	4.92	0.0	0.20		353
			0.00000	0.00000	27.85	0.98	0.00	258.2	0.23		
6	5.700	0.1815	0.57986	0.40951	0.00	4.00	4.42	0.0	0.62		353
			0.00000	0.00000	23.18	3.07	0.00	257.9	0.71		
7	6.650	0.3052	0.34868	0.24627	0.00	5.21	3.45	0.0	1.04		271
			0.00000	0.00000	13.83	5.04	0.00	256.6	1.17		
8	7.600	0.3421	0.00000	0.00000	0.00	6.82	0.00	0.0	1.16		207
			-0.00000	-0.00000	9.83	0.00	0.00	0.0	0.00		

La Deuxieme Ligne du Cisaillement et des Aciers Tranversaux
est relative a la Liaison Table-Nervure

DECALAGE DES ARRETS DE BARRES = 0,8 x Hauteur Totale

CONTRAINTES MAXIMALES		ADMISSIBLES		
Compression Beton	= 10.89	15.00	OK	
Traction Acier	= 258.2	400.0	OK	
Cisaillement Beton	= 1.67	3.33	OK	(Comb. Fonda.)
Cisaillement Table	= 1.56	3.33	OK	(Comb. Fonda.)

Pourcentage maximum d'Acier= 0.97% par rapport a la Nervure
Pourcentage maximum d'Acier= 0.56% par rapport a (Nervure + Table)

Quantites Estimees

Aciers Longitudinaux = 748.6 kg
Aciers Transversaux = 133.2 kg
Total Aciers = 881.8 kg
Quantite Beton(Nerv.)= 7.49 m3
Quantite Coffrage = 39.78 m2
Densite Acier =117.77 kg/m3

LA POUTRE CONTINUE SUR MICRO-ORDINATEUR

Poutre continue règlement européen - Programme « EC2 »

Henry THONIER

RÈGLEMENT EUROPÉEN - EC2 (Version décembre 1989)

A. LES ACTIONS

Les actions sont les mêmes que celles décrites pour le programme « POCO » :

- charges réparties triangulaires, trapézoïdales ou rectangulaires,
- charges concentrées fixes ou mobiles.

Les combinaisons d'actions sont des pondérations des différents cas de charges :

— 1,35 pour les charges permanentes,

— 1,5 pour les charges variables.

B. LES SOLLICITATIONS

Les moments sont calculés par la méthode des 3 moments avec les portées entre axes des appuis. Si la poutre est construite monolithiquement avec ses appuis et que ces derniers sont bien situés *sous* la bielle d'appui, les moments sur appui sont pris égaux aux moments au nu de l'appui (fig. 1).

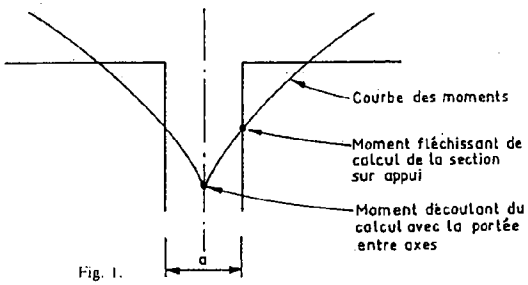

Courbe des moments
Moment fléchissant de calcul de la section sur appui
Moment découlant du calcul avec la portée entre axes
a

Fig. 1.

C. ACIERS DE FLEXION

Le diagramme des contraintes du béton peut être assimilé à un rectangle de hauteur $0,8\,x$ (fig. 2).

La résistance du béton f_{ck} est définie pour des cylindres $h = 200$, $\varnothing = 200$ mm.

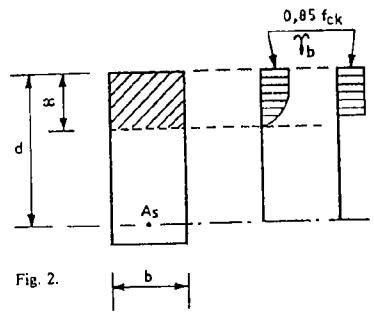


Fig. 2.

La contrainte de calcul du béton vaut

$0,85\,f_{cd} = 0,85\,f_{ck}/\gamma_c$ avec $f_{cd} = f_{ck}/\gamma_c$ et celle de l'acier f_{yk}/γ_s

avec $\gamma_c = 1,5$ et $\gamma_s = 1,15$,

(sauf pour les combinaisons accidentelles où $\gamma_c = 1,3$ et $\gamma_s = 1,0$).

Les calculs deviennent alors :

$$\mu = \frac{M_{Sd}}{bd^2\,(0,85\,f_{cd})}$$

avec M_{Sd} = moment pondéré de calcul.

Posons : $\xi = 1,25\,(1 - \sqrt{1 - 2\,\mu})$

le bras de levier vaut $z = d(1 - 0,4\,\xi)$ et l'acier $A_s = \dfrac{M_{Sd}}{z f_{yd}}$ avec $f_{yd} = f_{yk}/\gamma_s$ et f_{yk} = limite élastique.

Exemple : Moment ultime appliqué : $M_{Sd} = 0,33$ MNm.

Pour un béton $f_{ck} = 25$ MPa : $f_{cd} = 25/1,5 = 16,67$ MPa.

Acier de limite élastique $f_{yk} = 400$ MPa.

Dimensions : $b = 0,30$ m et $d = 0,50$ m.

On trouve :

$$\mu = \frac{0,33}{0,3 \times 0,25 \times 0,85 \times 16,67} = 0,3105 < 0,5$$

d'où $\xi = 0,4805$ et $z = 0,5(1 - 0,5\,\xi) = 0,4039$ m

et $$A_s = \frac{0,33 \times 10^4}{0,4039 \times 400/1,15} = 23,49\ \text{cm}^2$$

Le pourcentage minimal est égal à $\dfrac{A_s}{b_0 d} = \dfrac{0,6}{f_{yk}} > 0,0015$

soit 0,15 % pour $f_{yk} = 400$ MPa.

Le pourcentage maximal est égal à 4 %.

D. ACIERS D'EFFORT TRANCHANT

a) Dalles non armées à l'effort tranchant

L'effort tranchant agissant pondéré V_{Sd} doit vérifier l'inégalité :

$$V_{Sd} \leqslant V_{Rd1}$$

avec $V_{Rd1} = [\tau_{Rd}\,\kappa\,(1,2 + 40\,\rho_L) + 0,15\,\sigma_{cp}]\,b_w\,d$

$\tau_{Rd} = f_{ck}/125 + 0,1$ MPa pour $f_{ck} \geqslant 20$ MPa

$\kappa = 1,6 - d \geqslant 1$ avec d en mètres, $\kappa = 1$ si plus de 50 % des aciers sont arrêtés avant l'appui.

$\rho_L = A_{s,L}/(b_w d) \leqslant 0,02$, pourcentage d'acier longitudinal,

$A_{s,L}$ étant ancré au-delà du point étudié (L_b = voir plus loin)

$\sigma_{cp} = N/A_c$ (effort normal N sur section de béton A_c)

$\nu = 0,7 - f_{ck}/200 \geqslant 0,5$.

b) Poutres et dalles armées à l'effort tranchant

L'effort tranchant agissant pondéré V_{Sd} doit vérifier les inégalités de la méthode standard :

$$V_{Sd} \leqslant V_{Rd3} = V_{Rd1} + V_{wd}$$

et $$V_{Sd} \leqslant V_{Rd2}$$

avec V_{Rd1} défini ci-dessus,

$$V_{wd} = \frac{A_s}{s}\,(0,9\,d)\,f_{ywd}\,(1 + \operatorname{cotg}\alpha)\sin\alpha$$

α = angle d'inclinaison des cadres sur l'horizontale.

$$V_{Rd2} = 0,5\,\nu\,f_{cd}\,b_w\,(0,9\,d)\,(1 + \operatorname{cotg}\alpha)$$

L'espacement des aciers transversaux doit être inférieur à :

- Min (0,8 d ; 0,30 m) si $V_{Sd} \leqslant 0,2\,V_{Rd2}$
- Min (0,6 d ; 0,30 m) si $V_{Sd} \leqslant 2/3\,V_{Rd2}$
- Min (0,3 d ; 0,20 m) si $V_{Sd} \leqslant V_{Rd2}$

L'espacement maximal des brins d'un même cours est égal au minimum de d et 800 mm.

Pourcentage minimal des aciers transversaux :

$$\rho_w = \frac{A_s}{s\,b_w \sin\alpha} \geqslant \rho_{w,min}$$

Bétons	$\rho_{w,min}$
C 12 ou C 20	$0,36/f_{yk}$
C 25 à C 35	$0,52/f_{yk}$
C 40 à C 50	$0,64/f_{yk}$

Acier de glissement : $A_v = \left[|V_u| + \frac{M_u}{0{,}9\,d} \right] \times \frac{1}{f_{yd}}$

Décalage pour arrêt des barres : $a_l = 0{,}9\,d$ pour poutres ou dalles avec cadres et $a_l = d$ pour dalles non armées à l'effort tranchant.

E. DISPOSITIONS DIVERSES

1. Longueur d'ancrage et de recouvrement

a) Bonnes conditions d'adhérence :

- hauteur < 250 mm : bonnes conditions pour toutes les barres (inférieures et supérieures),
- 250 < h < 600 mm : bonnes conditions seulement pour les barres situées dans la demi-hauteur inférieure à h/2,
- h > 600 mm : bonnes conditions pour les barres situées hors de la partie supérieure de hauteur 300 mm.

b) Contrainte d'adhérence ultime f_{bd}

Pour $f_{ck} \geq 20$ MPa et $\varnothing \leq 32$.

Pour les conditions de bonne adhérence satisfaites, on a :

Acier à haute adhérence : $f_{bd} = f_{ctd}/15 + 1$ MPa

Acier lisse : $f_{bd} = 0{,}02\,f_{ck} + 0{,}7$ MPa

Sinon multiplier les valeurs ci-dessus par 0,7.

La longueur de scellement vaut : $L_b = \frac{\varnothing\, f_{yd}}{4\, f_{bd}}$

c) Longueur d'ancrage et longueur de recouvrement $= \alpha\, l_b$

cas a : $\alpha = 1{,}0$ si compression ; ou si traction avec moins de 50 % de recouvrement et si $a \geq 10\,\varnothing$ et $b \geq 5\,\varnothing$

cas b : $\alpha = 1{,}4$ si traction et si plus de 50 % de recouvrement *ou* si $a < 10\,\varnothing$ ou $b < 5\,\varnothing$

cas c : $\alpha = 2$ si traction et si plus de 50 % de recouvrement *et* si $a < 10\,\varnothing$ ou $b < 5\,\varnothing$

a représente la distance libre horizontale entre deux aciers longitudinaux, b la distance libre entre un acier et la paroi la plus proche.

Les longueurs sont à multiplier par le rapport $A_{mis\ en\ place}/A_{nécessaire}$ en respectant les minima suivants :

- en traction : $\geq 0{,}3\ L_b$, 15 $\varnothing$ et 200 mm
- en compression : $\geq 10\,\varnothing$ et 100 mm.

d) Pourcentage de barres à recouvrir : valeurs maximales autorisées (Aciers à haute adhérence)

% Maximum de barres en recouvrement	En traction		En compression
	Charges statiques dominantes	Charges répétées dominantes	
Un lit de barre	100 %	100 %	100 %
Plus de un lit	50 %	50 %	

2. Aciers de liaison table-nervure

L'effort de compression du débord de table vaut (fig. 3) :

$$F_{d,max} \leq \frac{M_{Sd}}{z} \cdot \frac{b - b_w}{2\,b}$$

avec le signe = pour une table partiellement comprimée et le signe < pour une table entièrement comprimée.

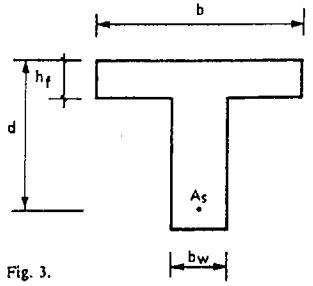


Fig. 3.

L'effort de glissement longitudinal moyen vaut par unité de longueur de poutre :

$$V_{Sd} = F_{d,max}/a_v$$

avec a_v = distance entre le point de moment maximal M_{Sd} et le point de moment nul.

On doit vérifier :

$$V_{Sd} \leq V_{Rd2} = 0{,}2\,f_{cd}\,h_f$$

$$V_{Sd} \leq V_{Rd3} = V_{Rd1} + V_{wd} = 2{,}5\,\tau_{Rd}\,h_f + A_{sf}\,f_{yd}/s_f$$

Si $F_{d,max}$ est susceptible d'être une traction : $\tau_{Rd} = 0$.

3. Largeur de table des poutres en Té : b_{eff}

Débord égal à $L_0/10$ (d'où $b_{eff} = b_w + L_0/5$ pour une section Té et $b_{eff} = b_w + L_0/10$ pour une section en L).

La longueur de poutre en Té comprise entre les deux points de moments nuls peut être prise forfaitairement égal à :

$L_0 = L$ pour une travée simplement appuyée de portée L,

$L_0 = 0{,}85\ L$ pour une travée de rive de poutre continue,

$L_0 = 0{,}70\ L$ pour une travée intermédiaire de poutre continue,

$L_0 = 2\ L$ pour une console de portée L.

F. EXEMPLE

1. Données (A la suite de celles de « POCO »)

Lignes 1 à 11 : Voir Programme « POCO »

12e ligne. f_{ck} — Résistance du béton sur cylindres en MPa.

13e ligne. f_{yk} — Limite élastique de l'acier en MPa.

15e ligne. CAS. ... — Liste des cas de charges pour constituer une combinaison, affectés des coefficients ci-dessous.
CAS = 0, = fin de description de la série. Aller en ligne 17.

16e ligne. COEF. ... — Liste des coefficients pondérateurs correspondant aux cas donnés dans la ligne 15.
Retour ligne 15.

17e ligne. RES — = 1 pour obtenir les résultats détaillés,
= 0 dans le cas contraire.

18e ligne. FIN — = 1 pour un retour à de nouvelles combinaisons de cas de charges et nouveaux matériaux, = 0 pour terminer le travail.

EXEMPLE :

```
Poutre 3 Travées        ' Titre
8                       ' Eurocode 2
2                       ' moments au nu des appuis
4 8                     ' 4 appuis et 8 tronçons
0                       ' pas de console gauche
7.6 1.8 0.8 0.4 0.15    ' portée, b, h, ba, ha de la travée 1
8.2 *                   ' idem pour la travée 2
7.6 *                   ' idem pour la travée 3
0                       ' pas de console droite
0.4 0.5 0.5 0.4         ' largeurs des appuis
20000                   ' module d'Young
1 1 1 0.052             ' cas de charge, travée 1, type 1, charge perm. répartie en MN/m
1 2 *                   ' idem pour la travée 2
```

```
1 3 *          ' idem pour la travée 3
2 1 1 0.04     ' cas 2, travée 1, type 1, charge répartie variable
2 3 *          ' cas 2, travée 3, idem (travées impaires)
3 2 *          ' cas 3, travée 2, idem (travées paires)
0              ' fin de description des cas de charges
0              ' pas de charges mobiles
0              ' pas de détails des cas de charge
25             ' fck = fc28 = 25 MPa
400            ' fyk = fe
1 2            ' cas de charge 1 et 2 en ELU
1.35 1.5       ' coefficients
1 3            ' cas 1 et 3 en ELU
1.35 1.5       ' coefficients
1 2 3          ' cas 1, 2 et 3 en ELU
1.35 1.5 1.5   ' coefficients
0              ' fin de combinaisons ELU
0              ' fin des combinaisons accidentelles
1 2            ' cas de charge 1 et 2 en ELS
1 1            ' coefficients
1 3            ' cas de charge 1 et 3 en ELS
1 1            ' coefficients
1 2 3          ' cas 1, 2 et 3 en ELS
1 1 1          ' coefficients
0              ' fin des combinaisons ELS
1              ' détail des calculs demandé
0              ' FIN
```


POCO

```
Titre? Poutre 3 Travees

Reglement de Calcul:
--------------------

0= BAEL,Entre Nus (Charges Statiques)
1= BAEL,Entre Axes,au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
2= BAEL,Entre Axes (Appuis Ponctuels,Maconnerie), avec Ecretage Va/4
3= ACI-318,Entre Axes au Droit de l'Appui
4= ACI-318,Id+Decalage Moment Va/6
5= ACI-318,Entre Axes, avec Ecretage Va/4
6= BS-8110, Entre Axes, avec Ecretage Va/4
7= DIN-1045 , Entre Axes, avec Ecretage Va/4
8= EUROCODE 2,Entre Axes au Droit de l'Appui ou Entre Axes, avec Ecretage Va/4
10= BPEL,Dalles de Plancher Precontraint
11= BAEL,Planchers-Dalles
12= Construction Metallique (Portee entre Axes)

                =? 8

Le Calcul des Moments est a effectuer:
     1- dans l'axe de l'appui, avec Ecretage Va/4
     2- au nu de l'appui.
   = ? 2

Nombre d'Appuis et Nombre de Troncons=? 4 8

----------Longueurs en m,Charges en MN ,Contraintes en MPa------------

Console Gauche:L(Nus),b,h,bw,hf=? 0
Travees 1      :L(Nus),b,h,bw,hf=? 7.6 1.8 .8 .4 .15
Travees 2      :L(Nus),b,h,bw,hf=? 8.2 *
Travees 3      :L(Nus),b,h,bw,hf=? 7.6 *
Console Droite:L(Nus),b,h,bw,hf=? 0

Largeurs des Appuis(m)=? .4 .5 .5 .4

Module d'Young(MPa)=? 20000

Lecture des Charges (MN ou MN/m)   (FIN=0)
-------------------------------

Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 1 1 .052
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 1 1 .04
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 3 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 0

No du Cas de Charge et Nombre de Charges Mobiles =? 0

Voulez-vous les Resultats par Cas de Charge (Oui=1, Non=0)=? 0
```

```
                    EC2
BETON: fck(MPa)  =? 25
ACIER: fyk(MPa)  =? 400

Combinaisons E.L.U.
-------------------

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1.35 1.5

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1.35 1.5

 No des Cas =? 1 2 3
Coefficients=? 1.35 1.5 1.5

 No des Cas =? 0

Combinaisons Accidentelles
--------------------------

 No des Cas =? 0

Combinaisons E.L.S.
-------------------

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1 1

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1 1

 No des Cas =? 1 2 3
Coefficients=? 1 1 1

 No des Cas =? 0

Voulez-vous le Detail des Calculs: oui=1 , non=0? 1

Voulez-vous Re-executer avec de Nouvelles Donnees sur les Materiaux
ou de Nouvelles Combinaisons de Cas de Charge?
    Oui=1  ,Non=0? 0
```


2. Résultats

RAPPEL DES DONNEES

TITRE: Poutre 3 Travees

Reglement: EUROCODE 2

Module d'YOUNG= 20000 MPa

DONNEES GEOMETRIQUES (m, m2, m4)

I	Portee	b tot.	h tot.	b ame	h tab.	Inertie	v	S
1	7.600	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000
2	8.200	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000
3	7.600	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000

Largeur d'Appui= 0.400 0.500 0.500 0.400

CHARGES REPARTIES

Cas No	Trav No	Absc. Gauche	Long. Charge	Gauche MN/m	Droite MN/m
1	1	0.000	8.050	0.0520	0.0520
1	2	0.000	8.700	0.0520	0.0520
1	3	0.000	8.050	0.0520	0.0520
2	1	0.000	8.050	0.0400	0.0400
2	3	0.000	8.050	0.0400	0.0400
3	2	0.000	8.700	0.0400	0.0400

TRANSMISSION DIRECTE aux Appuis:
- pour les Charges Reparties situees a moins de d de l'Appui
- pour les Charges Concentrees partiellement a moins de 2,5 d de l'Appui

EUROCODE 2, VERSION DECEMBRE 1989

BETON:	Compression a 28 jours	25 MPa
	Tau rd	0.30 MPa
	Compression admissib.ELS	15 MPa
	Compr. adm. ch. perm.ELS	11.3 MPa
	Module d'Young	30472MPa
	Cisail. lim. ELU (90deg)	4.31 MPa
	Cisail. lim. Table ELU	3.33 MPa
ACIER:	Limite elastique	400 MPa
	Contr. admissible (ELS)	320 MPa
	Pourcentage minimum	0.150 %

I Acier a haute adherence I

BONNES CONDITIONS D'ADHERENCE (BCA),Cas contraire:(MCA):

Pour h < 0,25 m : toutes les barres longitudinales,
Pour 0,25 m < h < 0,60 m : les barres de la partie inferieure de hauteur h/2
Pour h > 0,60 m : les barres de la partie inferieure de hauteur h-0,30 m

I ACIERS: AIRES en mm2 I
I ------ POIDS en grammes/metre I
I Longueur de Scellement (Ld) en mm I

I Phi I	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
I Aire I	28	50	79	113	154	201	314	491	804	1257
I Poids I	223	396	618	889	1209	1579	2467	3854	6314	9866
ILd(BCA)I	196	261	326	391	457	522	652	815	1043	1304
ILd(MCA)I	321	429	536	643	750	857	1071	1339	1714	2143

Pour les Longueurs d'Ancrage et de Recouvrement, MULTIPLIER Ld par :

Cas a: 1,00 si l'acier est comprime, ou si pour un acier tendu
on a moins de 50% de recouvrement avec
a >10 Phi et b > 5 Phi
Cas b: 1,40 si l'acier est tendu avec plus de 50% d'acier en recouvrement
OU si a <10 Phi et b < 5 Phi
Cas c: 2,00 si l'acier est tendu avec plus de 50% en recouvrement
ET si a < 10 Phi ou b < 5 Phi

AVEC Phi= diametre de l'acier, a = distance entre nus des aciers,
et b = enrobage des aciers

MULTIPLIER par le rapport Acier calcule/Acier necessaire

VERIFIER que la valeur trouvee est superieure a:
0,3 Ld , 15 Phi et 0.20 m en Traction
10 Phi et 0.10 m en Compression

Le pourcentage Maximum de Recouvrement est de 100%, SAUF:
pour des Aciers en Traction sur plus de 1 lit ou il est de 50%

I Combinaisons E.L.U.
I Cas de Charges No: 1 2
I Coefficients :1.35 1.50
I Cas de Charges No: 1 3
I Coefficients :1.35 1.50
I Cas de Charges No: 1 2 3
I Coefficients :1.35 1.50 1.50

I Combinaisons Accidentelles

I Combinaisons E.L.S.
I Cas de Charges No: 1 2
I Coefficients :1.00 1.00
I Cas de Charges No: 1 3
I Coefficients :1.00 1.00
I Cas de Charges No: 1 2 3
I Coefficients :1.00 1.00 1.00

Travee No 1 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile = 0.735 m
(b=1.800;hf=0.150) Largeur effective Table = 1.800 m

:E :	Absc. m	VSd MN	MOMENTS ELU Max/Min	MNm ELS Max/Min	ACIERS cm2 Sup/Inf	cm2/m Trans	VRd1 (MN) Comp.Bet. MPa	6HA 6 Espac. mm
:0:	0.200	0.3195	0.08541	0.06012	0.00	8.61	0.1213	197
			0.00000	0.00000	12.90	0.40	0.83	
:1:	1.150	0.2896	0.41996	0.29541	0.00	7.11	0.1259	238
			0.00000	0.00000	16.69	0.40	3.66	
:2:	2.100	0.1659	0.63702	0.44768	0.00	5.20	0.1365	300
			0.00000	0.00000	25.52	0.40	4.65	
:3:	3.050	0.0422	0.73657	0.51692	0.00	5.20	0.1414	300
			0.00000	0.00000	29.63	0.40	5.07	
:4:	4.000	0.1106	0.71861	0.50313	0.00	5.20	0.1405	300
			0.00000	0.00000	28.88	0.40	4.98	
:5:	4.950	0.2343	0.58314	0.40630	0.00	5.20	0.1338	300
			0.00000	0.00000	23.31	0.40	4.38	
:6:	5.900	0.3580	0.33017	0.22645	11.76	10.28	0.1215	165
			-0.08603	-0.05102	13.07	0.40	3.00	
:7:	6.850	0.4817	0.00000	0.00000	13.62	16.10	0.1111	105
			-0.32829	-0.22842	4.41	0.00	7.13	
:8:	7.800	0.5116	0.00000	0.00000	34.51	17.41	0.1111	97
			-0.75508	-0.53354	4.41	0.00	12.31	

ACIERS DE LIAISON TABLE-NERVURE: Largeur de Table= 1.80 m
0.40 cm2/m de l'Abscisse 0.00 a l'Abscisse 6.84 m

Travee No 2 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile = 0.735 m
(b=1.800;hf=0.150) Largeur effective Table = 1.800 m

K	Absc. m	VSd MN	MOMENTS MNm ELU Max/Min	MOMENTS MNm ELS Max/Min	ACIERS cm2 Sup/Inf	ACIERS cm2/m Trans	VRd1 (MN) Comp.Bet. MPa	6HA 6 Espac. mm
0	0.250	0.4401	0.00000	0.00000	35.49	14.30	0.1111	99
			-0.77277	-0.54604	4.41	0.00	12.49	
1	1.275	0.4004	0.00000	0.00000	14.31	12.57	0.1111	112
			-0.34394	-0.24104	4.41	0.00	7.39	
2	2.300	0.2669	0.23340	0.15752	11.76	6.52	0.1169	217
			-0.15956	-0.10445	9.21	0.00	3.22	
3	3.325	0.1335	0.43859	0.30251	11.76	5.20	0.1268	272
			-0.04892	-0.02251	17.44	0.00	3.53	
4	4.350	0.0000	0.50699	0.35083	11.76	5.20	0.1301	272
			-0.01205	0.00000	20.21	0.00	3.85	
5	5.375	0.1335	0.43859	0.30251	11.76	5.20	0.1268	272
			-0.04892	-0.02251	17.44	0.00	3.53	
6	6.400	0.2669	0.23340	0.15752	11.76	6.52	0.1169	217
			-0.15956	-0.10445	9.21	0.00	3.22	
7	7.425	0.4004	0.00000	0.00000	14.31	12.57	0.1111	112
			-0.34394	-0.24104	4.41	0.00	7.39	
8	8.450	0.4401	0.00000	0.00000	35.49	14.30	0.1111	99
			-0.77277	-0.54604	4.41	0.00	12.49	

ACIERS DE LIAISON TABLE-NERVURE: Largeur de Table= 1.80 m
0.00 cm2/m de l'Abscisse 1.31 à l'Abscisse 7.39 m

Travee No 3 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile = 0.735 m
(b=1.800;hf=0.150) Largeur effective Table = 1.800 m

K	Absc. m	VSd MN	MOMENTS MNm ELU Max/Min	MOMENTS MNm ELS Max/Min	ACIERS cm2 Sup/Inf	ACIERS cm2/m Trans	VRd1 (MN) Comp.Bet. MPa	6HA 6 Espac. mm
0	0.250	0.5116	0.00000	0.00000	34.51	17.41	0.1111	97
			-0.75508	-0.53354	4.41	0.00	12.31	
1	1.200	0.4817	0.00000	0.00000	13.62	16.10	0.1111	105
			-0.32829	-0.22842	4.41	0.00	7.13	
2	2.150	0.3580	0.33017	0.22645	11.76	10.28	0.1215	165
			-0.08603	-0.05102	13.07	0.40	3.00	
3	3.100	0.2343	0.56314	0.40630	0.00	5.20	0.1338	300
			0.00000	0.00000	23.31	0.40	4.38	
4	4.050	0.1106	0.71861	0.50313	0.00	5.20	0.1405	300
			0.00000	0.00000	28.88	0.40	4.98	
5	5.000	0.0422	0.73657	0.51692	0.00	5.20	0.1414	300
			0.00000	0.00000	29.63	0.40	5.07	
6	5.950	0.1659	0.63702	0.44768	0.00	5.20	0.1365	300
			0.00000	0.00000	25.52	0.40	4.65	
7	6.900	0.2896	0.41997	0.29541	0.00	7.11	0.1259	238
			0.00000	0.00000	16.69	0.40	3.66	
8	7.850	0.3195	0.08541	0.06012	0.00	8.61	0.1213	197
			0.00000	0.00000	12.90	0.40	0.89	

ACIERS DE LIAISON TABLE-NERVURE: Largeur de Table= 1.80 m
0.40 cm2/m de l'Abscisse 1.21 à l'Abscisse 8.05 m

DECALAGE DES ARRETS DE BARRES = 0.45 x Hauteur Utile d

CONTRAINTES MAXIMALES		ADMISSIBLES		
Compression Beton =	12.49	15.00 MPa	OK	
Comp.Bet.(ch.perm.)=	7.06	11.25 MPa	OK	
Traction Acier =	256.9	320.0 MPa	OK	
Cisaillement Beton =	1.74	4.31 MPa	OK	(Comb. Fonda.)
Cisaillement Table =	0.84	3.33 MPa	OK	(Comb. Fonda.)

Pourcentage maximum d'Acier= 1.21% par rapport à la Nervure
Pourcentage maximum d'Acier= 0.70% par rapport à (Nervure + Table)

Quantites Estimees

Aciers Longitudinaux = 798.2 kg
Aciers Transversaux = 181.3 kg
Total Aciers = 979.5 kg
Quantite Beton(Nerv.)= 7.49 m3
Quantite Coffrage = 39.78 m2
Densite Acier =130.81 kg/m3

ACI

LA POUTRE CONTINUE SUR MICRO-ORDINATEUR

Poutre continue règlement américain - Programme « ACI »

Henry THONIER

RÈGLEMENT AMÉRICAIN - *ACI*-318-89

Voir « Règlement Américain de Béton Armé ACI-318-83 - Etude pratique - Exemples numériques » par Henry THONIER - Annales ITBTP - Septembre 1984 - Série Béton 223.

(Il n'y a que très peu de modifications entre l'ACI-318-89 et l'ACI-318-83, principalement les longueurs de scellement).

A. LES ACTIONS

Les actions sont les mêmes que celles décrites pour le programme « POCO » :

- charges réparties triangulaires, trapézoïdales ou rectangulaires,
- charges concentrées fixes ou mobiles.

Les combinaisons d'actions sont des pondérations des différents cas de charges :

- 1,4 pour les charges permanentes (dead loads),
- 1,7 pour les charges variables (live loads).

B. LES SOLLICITATIONS

Les moments sont calculés par la méthode des 3 moments avec les portées entre axes des appuis. Si la poutre est construite monolithiquement avec ses appuis et que ces derniers sont bien situés *sous* la bielle d'appui, les moments sur appui sont pris égaux aux moments au nu de l'appui (fig. 1).

Ils peuvent être redistribués en plus ou en moins, d'une certaine fraction dépendant du pourcentage d'acier longitudinal tendu ρ et comprimé ρ' :

$$20\ \%\ [1 - (\rho - \rho')/\rho_b]$$

La valeur ρ_b est définie en E-3 ci-après.

(Article 8.7.3. du Code ACI - Voir également « Portée de calcul des éléments fléchis en Béton Armé » - Henry THONIER - Annales ITBTP - Juin 1987 - Série Béton 247, page 29).

Les sollicitations de calcul sont à comparer à une fraction Φ des sollicitations résistantes : $\Phi = 0{,}9$ pour la flexion et $\Phi = 0{,}85$ pour l'effort tranchant.

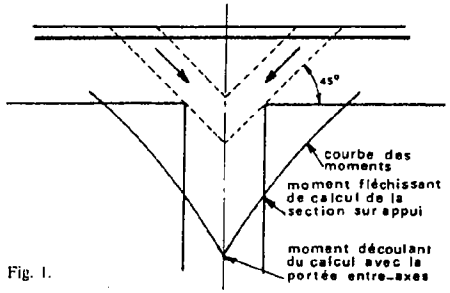

45°
courbe des moments
moment fléchissant de calcul de la section sur appui
moment découlant du calcul avec la portée entre-axes

Fig. 1.

C. ACIERS DE FLEXION

Le diagramme des contraintes du béton peut être assimilé à un rectangle de hauteur $\beta_1 x$ avec :

$\beta_1 = 0{,}85$ pour $f'_c \leqslant 30$ MPa

$\beta_1 = 0{,}65$ pour $f'_c \geqslant 55$ MPa

et interpolation linéaire entre les deux.

La résistance du béton f'_c n'a pas la même définition que f_{c28} et l'on pourra prendre :

$$f'_c = 1{,}07 f_{c28}$$

La contrainte de calcul vaut $0{,}85 f'_c$.

Les calculs deviennent alors :

$$\mu = \frac{M_u}{\Phi b d^2 (0{,}85 f'_c)}$$

avec M_u = moment pondéré de calcul et $\Phi = 0{,}9$.

Posons : $\gamma = 1 - \sqrt{1 - 2\mu}$

le bras de levier vaut : $z = d\ (1 - 0{,}5\gamma)$ et l'acier $A_s = \dfrac{M_u}{\Phi z f_y}$ avec $f_y = f_e$ = limite élastique.

Exemple : moment ultime appliqué : $M_u = 0{,}43$ MNm.

Pour un béton correspondant à 25 MPa suivant le BAEL : $f'_c = 25 \times 1{,}07 = 26{,}75$ MPa.

Acier de limite élastique $f_y = 400$ MPa. Dimensions : $b = 0{,}30$ m et $d = 0{,}50$ m.

On trouve :

$$\mu = \frac{0{,}43}{0{,}9 \times 0{,}3 \times 0{,}25 \times 0{,}85 \times 26{,}75} = 0{,}2802 < 0.5$$

d'où $\gamma = 0{,}3369$ et $z = 0{,}5(1 - 0{,}5\ \gamma) = 0{,}4158$ m

et $$A_s = \frac{0{,}43 \times 10^4}{0{,}9 \times 0{,}4158 \times 400} = 28{,}73\ \text{cm}^2$$

Le pourcentage minimal est égal à $\dfrac{A_s}{b_0 d} = \dfrac{1{,}4}{f_y}$ soit 0,35 % pour $f_y = f_e = 400$ MPa.

Cependant, cette condition n'est pas à vérifier si la section d'acier mise en place est au moins égale aux 4/3 de la section nécessaire.

D. ACIERS D'EFFORT TRANCHANT

L'effort tranchant agissant pondéré V_u doit vérifier l'inéquation :

$$V_u \leqslant \Phi (V_c + V_s)$$

avec $V_c = 0$ en cas de reprise de bétonnage

$V_c = 0{,}17 \sqrt{f'_c}\ b_0 d$ dans le cas contraire.

$V_s = \dfrac{A_v}{s} d f_y \leqslant 0{,}66 \sqrt{f'_c}\ b_0 d$ et $\Phi = 0{,}85$

L'espacement des aciers transversaux doit être inférieur à :

- Min (0,50 d ; 0,60 m) si $V_s \leqslant 0{,}33 \sqrt{f'_c}\ b_0 d$
- Min (0,25 d ; 0,30 m) si $V_s \geqslant 0{,}33 \sqrt{f'_c}\ b_0 d$

Acier de glissement : $A_s = \left(|V_u| + \dfrac{M_u}{0{,}9\ d}\right) \times \dfrac{1}{\Phi f_y}$ avec $\Phi = 0.85$

E. DISPOSITIONS DIVERSES

1. Longueur d'ancrage et de recouvrement

Ces longueurs dépendent d'un certain nombre de paramètres et figurent sur le listing de sortie des résultats de calcul.

2. Acier de liaisons table-nervure

La section d'acier par mètre vaut :

$$\left(\frac{A_s}{s}\right)_t = \frac{\dfrac{V_u}{\Phi} - V_c}{d f_e} \times \frac{b_t}{b}$$

b étant limité à L/4 et 8 h_f.

L = portée entre nus et h_f = épaisseur de la table (flange).

3. Pourcentage maximal d'aciers longitudinaux

Pour une poutre en Té, la condition de déformations équilibrées (« balanced strain condition »), c'est-à-dire correspondant à un raccourcissement du béton de 3 ‰ et de l'acier de f_y/E_s, donne un pourcentage ρ_b (notation US) :

$$\rho_b = \frac{h_f (b - b_w) + \beta_1 c b_w}{h_f (b - b_w) + d b_w} \times \frac{0{,}85 f'_c}{f_y}$$

avec β_1 défini en C ci-dessus,

b_w = épaisseur de l'âme, = b_0

h_f = épaisseur de la table,

$$c = \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_c + \varepsilon_s} d = \frac{600}{600 + f_s} d$$

Le pourcentage maximal ne doit pas dépasser 0,75 ρ_b.

Cette valeur varie donc, pour une poutre en Té, suivant que le moment est positif (section en Té) ou négatif (section rectangulaire).

4. Décalage des armatures longitudinales

Pour la détermination des arrêts des barres longitudinales, le décalage est indiqué dans le listing de sortie des résultats.

F. EXEMPLE

1. Données (A la suite de celles de « POCO »)

Lignes 1 à 11 : Voir Programme « POCO »

12e ligne. f_c — Résistance du béton sur cylindres en MPa.

13e ligne. f_s — Limite élastique de l'acier en MPa.

14e ligne. KR
= 0, sans reprise de bétonnage
= 1, avec reprise de bétonnage et indentations supérieures à 5 mm
= 2, avec reprise de bétonnage et indentations inférieures à 5 mm
(pour la détermination des cadres).

15e ligne. CAS, ...
Liste des cas de charges pour constituer une combinaison, affectés des coefficients ci-dessous.
CAS = 0 = fin de description de la série. Aller en ligne 17.

16e ligne. COEF, ...
Liste des coefficients pondérateurs correspondant aux cas donnés dans la ligne 15.
Retour ligne 15.

17e ligne. RES
= 1 pour obtenir les résultats détaillés.
= 0 dans le cas contraire.

18e ligne. FIN
= 1 pour un retour à de nouvelles combinaisons de cas de charges et nouveaux matériaux, = 0 pour terminer le travail.

EXEMPLE :

```
Poutre 3 travées          ' Titre
3                         ' ACI 318-89, moments au droit des appuis
4 8                       ' 4 appuis et 8 tronçons
0                         ' pas de console gauche
7.6 1.8 8.4 .15           ' portée entre nus, b, h, ba, ha, travée 1
8.2 *                     ' idem pour la travée 2
7.6 *                     ' idem pour la travée 3
0                         ' pas de console
0.4 0.5 0.5 0.4           ' largeurs d'appui
20000                     ' module d'Young
1 1 1 0.052               ' cas de charge 1, travée 1, type 1, charge permanente répartie en MN/m
1 2 *                     ' idem pour la travée 2
1 3 *                     ' idem pour la travée 3
2 1 1 0.04                ' cas 2, travée 1, type 1, charge répartie variable
2 3 *                     ' cas 2, travée 3, idem
3 2 *                     ' cas 3, travée 2, idem
0                         ' fin de description des cas de charges
0                         ' pas de charges mobiles
0                         ' pas de détails des cas de charge
26.5                      ' f'c équivalent à f'c28 = 25 MPa
400                       ' fe = fs
0                         ' pas de reprise de bétonnage
1 2                       ' cas de charge 1 et 2
1.4 1.7                   ' coefficients
1 3                       ' cas 1 et 3
1.4 1.7                   ' coefficients
1 2 3                     ' cas 1, 2 et 3
1.4 1.7 1.7               ' coefficients
0                         ' fin de combinaisons
1                         ' détail des calculs demandés
0                         ' FIN
```

```
poco

Titre? Poutre 3 Travees

Reglement de Calcul :
---------------------

0= BAEL,Entre Nus (Charges Statiques)
1= BAEL,Entre Axes,au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
2= BAEL,Entre Axes (Appuis Ponctuels,Maconnerie),avec Ecretage Va/4
3= ACI-318,Entre Axes au Droit de l'Appui
4= ACI-318,Id+Decalage Moment Va/6
5= ACI-318,Entre Axes,avec Ecretage Va/4
6= BS-8110,avec Ecretage Va/4
7= DIN-1045,avec Ecretage Va/4
8= EUROCODE 2,Entre Axes avec Ecretage ou au Droit de l'Appui
10= BPEL,Dalles de Plancher
11= BAEL,Planchers-Dalles
12= Construction Metallique (Portee entre Axes)

                =? 3


Nombre d'Appuis et Nombre de Troncons=? 4 8
```

```
----------Longueurs en m,Charges en MN ,Contraintes en MPa----------

Console Gauche:L(Nus),b,h,bw,hf=? 0
Travees 1      :L(Nus),b,h,bw,hf=? 7.6 1.8 .8 .4 .15
Travees 2      :L(Nus),b,h,bw,hf=? 8.2 *
Travees 3      :L(Nus),b,h,bw,hf=? 7.6 *
Console Droite:L(Nus),b,h,bw,hf=? 0

Largeurs des Appuis(m)=? .4 .5 .5 .4

Module d'Young(MPa)=? 20000

Lecture des Charges (MN ou MN/m)   (FIN=0)
-----------------------------------

Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 1 1 .052
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 1 1 .04
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 3 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 0

No du Cas de Charge et Nombre de Charges Mobiles =? 0

Voulez-vous les Resultats par Cas de Charge (Oui=1, Non=0)=? 0
```

```
ACI
f'c(MPa)=? 26.5
fy(MPa)  =? 400

0 = Sans Reprise de Betonnage
1 = Avec Reprise et Indentations Superieures a 5 mm
2 = Avec Reprise et Indentations < 5 mm: ? 0

Combinaisons E.L.U.
-------------------

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1.4 1.7

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1.4 1.7

 No des Cas =? 1 2 3
Coefficients=? 1.4 1.7 1.7

 No des Cas =? 0

Voulez-vous le Detail des Calculs. oui=1 , non=0? 1

Voulez-vous re-executer avec de Nouvelles Donnees sur les Materiaux
ou de Nouvelles Combinaisons de Cas de Charge?
    Oui=1  ,Non=0? 0
```


2. Résultats

RAPPEL DES DONNEES

TITRE: Poutre 3 Travees

Reglement: ACI 318-89

Module d'YOUNG= 20000 MPa

DONNEES GEOMETRIQUES (m, m2, m4)

I	Portee	b tot.	h tot.	b ame	h tab.	Inertie	v	S
1	7.600	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000
2	8.200	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000
3	7.600	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000

Largeur d'Appuis= 0.400 0.500 0.500 0.400

CHARGES REPARTIES

Cas No	Trav No	Absc. Gauche	Long. Charge	Gauche MN/m	Droite MN/m
1	1	0.000	8.050	0.0520	0.0520
1	2	0.000	8.700	0.0520	0.0520
1	3	0.000	8.050	0.0520	0.0520
2	1	0.000	8.050	0.0400	0.0400
2	3	0.000	8.050	0.0400	0.0400
3	2	0.000	8.700	0.0400	0.0400

TRANSMISSION DIRECTE aux Appuis:
- pour les Charges Reparties situees a moins de d de l'Appui

BETONS:	GRADE	3000	3500	4000	4500	5000	6000
	f'c(MPa)	20.7	24.1	27.6	31.0	34.5	41.4
	Equiv.fc28	19.5	22.8	26.0	29.3	32.5	39.0

	fc28 (MPa)	20	25	30	35	40
	Equiv. f'c (MPa)	21.2	26.5	31.8	37.1	42.5
	Equiv. f'c (psi)	3080	3850	4620	5400	6160

ACIERS:	GRADE	50	60	65	70
	fy(MPa)	344.8	413.8	448.3	482.8

fy (MPa)	400	450	500
fy (ksi)	58	65.3	72.6

Metrique U.S.

No	10	15	20	25	30	35	45	55
mm	11.3	16.0	19.5	25.2	29.9	35.7	43.7	56.4
mm2	100	200	300	500	700	1000	1500	2500

Unites U.S.

No	3	4	5	6	7	8	9	10	11	14	18
mm	9.52	12.70	15.87	19.05	22.22	25.40	28.65	32.26	35.81	43.00	57.33
mm2	71	127	198	285	388	507	645	817	1007	1452	2581

BETON:	Compression à 28 Jours	26.5 MPa
	Compression à 28 Jours	3842 psi
	Module d'Young	24349MPa
	Module d'Young	3530ksi
	Cis, repris par le beton	0.858MPa
ACIER:	Limite elastique	400 MPa
	Limite elastique	58.0 ksi
	Pourcentage mini.(4/3As)	0.350 %
	Pourcentage max.(rectang)	2.154 %

Sans reprise de betonnage

ACIERS: AIRES en mm2
------ POIDS en grammes/metre
LONGUEUR DE SCELLEMENT Ld en mm (en Traction)

Phi	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
Aire	28	50	79	113	154	201	314	491	804	1257
Poids	223	396	618	889	1209	1579	2467	3854	6314	9866
Ld =1	300	300	300	336	392	448	559	763	1250	2331
Ld/Phi	50.0	37.5	30.0	28.0	28.0	28.0	28.0	30.5	39.1	58.3

Dans l'ordre, la Valeur precedente Ld est a:
- Multiplier par 0.8 si Enrobage au nu >2.5 Phi et Espacement > 5Phi et Phi<=35mm
- Verifier qu'elle est > 20.0 Phi
- Verifier > 12 Phi
- Multiplier par A necessaire/ A mis en place

LONGUEURS DE RECOUVREMENT = Ld a multiplie par 1.3 si :
Aneces/Amis >0.50 OU si plus de 50% d'Acier en Recouvrement

Combinaisons E.L.U.

Cas de Charges No:	1	2	
Coefficients	1.40	1.70	
Cas de Charges No:	1	3	
Coefficients	1.40	1.70	
Cas de Charges No:	1	2	3
Coefficients	1.40	1.70	1.70

Travee No 1 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile =0.735 m
(b=1.800;hf=0.150) Largeur efficace de Table = 1.800 m

K	Absc. m	V MN	M Max/Min	Aciers(cm2 ou cm2/m: Sup/Inf	Trans	3HA 8 Espac
0	0.200	0.3470	0.09266	0.00	5.31	284
			0.00000	14.33	5.40	
1	1.150	0.3146	0.45589	0.00	4.01	368
			0.00000	17.43	4.90	
2	2.100	0.1809	0.69205	0.00	3.40	368
			0.00000	26.63	2.81	
3	3.050	0.0471	0.80114	0.00	3.40	368
			0.00000	30.92	0.73	
4	4.000	0.1196	0.78315	0.00	3.40	368
			0.00000	30.21	1.86	
5	4.950	0.2534	0.63809	0.00	3.40	368
			0.00000	24.52	3.94	
6	5.900	0.3871	0.36596	5.39	6.91	218
			-0.10573	14.07	6.02	
7	6.850	0.5209	0.00000	18.93	12.26	123
			-0.35963	0.00	0.00	
8	7.800	0.5533	0.00000	34.44	13.56	111
			-0.81655	0.00	0.00	

Travee No 2 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile =0.735 m
(b=1.800;hf=0.150) Largeur efficace de Table = 1.800 m

K	Absc. m	V MN	M Max/Min	Aciers(cm2 ou cm2/m: Sup/Inf	Trans	2HA 8 Espac
0	0.250	0.4759	0.00000	35.36	10.46	96
			-0.83568	0.00	0.00	
1	1.275	0.4330	0.00000	19.76	8.75	115
			-0.37453	0.00	0.00	
2	2.300	0.2886	0.26203	9.44	3.40	296
			-0.18332	13.29	4.49	
3	3.325	0.1443	0.48393	3.48	3.40	296
			-0.06859	18.52	2.25	
4	4.350	0.0000	0.55789	1.53	3.40	296
			-0.03035	21.39	0.00	
5	5.375	0.1443	0.48393	3.48	3.40	296
			-0.06859	18.52	2.25	
6	6.400	0.2886	0.26203	9.44	3.40	296
			-0.18332	13.29	4.49	
7	7.425	0.4330	0.00000	19.76	8.75	115
			-0.37453	0.00	0.00	
8	8.450	0.4759	0.00000	35.36	10.46	96
			-0.83568	0.00	0.00	

: Travee No 3 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile =0.735 m
(b=1.800;hf=0.150) Largeur efficace de Table = 1.800 m

:K : Absc. m	V MN	M Max/Min	Aciers(cm2 ou cm2/m: Sup/Inf	Trans	3HA 8 Espac
: 0: 0.250	0.5533	0.00000	34.44	13.56	111
		:-0.81655	0.00	0.00	
: 1: 1.200	0.5209	0.00000	18.93	12.26	123
		:-0.35963	0.00	0.00	
: 2: 2.150	0.3871	0.36596	5.39	6.91	218
		:-0.10573	14.07	6.02	
: 3: 3.100	0.2534	0.63809	0.00	3.40	368
		0.00000	24.52	3.94	
: 4: 4.050	0.1196	0.78315	0.00	3.40	368
		0.00000	30.21	1.86	
: 5: 5.000	0.0471	0.80114	0.00	3.40	368
		0.00000	30.92	0.73	
: 6: 5.950	0.1809	0.69205	0.00	3.40	368
		0.00000	26.63	2.81	
: 7: 6.900	0.3146	0.45589	0.00	4.01	368
		0.00000	17.43	4.90	
: 8: 7.850	0.3470	0.09266	0.00	5.31	284
		0.00000	14.33	5.40	

La Deuxieme Ligne des Aciers Tranversaux
est relative a la Liaison Table-Nervure

DECALAGE DES ARRETS DE BARRES

- Aciers inferieurs : Max(d ;12 diam)
- Aciers superieurs : Max(d ;12 diam ; Ln/16)
(Ln = portee entre nus, d = hauteur utile)

VALEURS MAXIMALES		ADMISSIBLES	
Pourcent.Maxi.Beton=	0.558	1.000	OK
Cisaillem. Ame =	2.214	4.29 MPa	OK
Cisaillem. Table =	1.606	4.29 MPa	OK

: Pourcentage maximum d'Acier= 1.20% par rapport a la Nervure :
: Pourcentage maximum d'Acier= 0.70% par rapport a (Nervure + Table) :

Quantites Estimees

Aciers Longitudinaux = 811.5 kg
Aciers Transversaux = 122.8 kg
Total Aciers = 934.4 kg
Quantite Beton(Nerv.)= 7.49 m3
Quantite Coffrage = 39.78 m2
Densite Acier = 124.78 kg/m3

DIN

LA POUTRE CONTINUE SUR MICRO-ORDINATEUR

Poutre continue règlement allemand - Programme « DIN » 1045

Henry THONIER

Ingénieur Civil des Ponts et Chaussées

A. LES ACTIONS

Les actions sont les mêmes que celles décrites pour le programme « POCO » :

- charges réparties triangulaires, trapézoïdales ou rectangulaires.
- charges concentrées fixes ou mobiles.

Les combinaisons d'actions se font par addition, **sans coefficients pondérateurs**, des différents cas de charges.

B. LES SOLLICITATIONS

1° Calcul des moments

La méthode utilisée est celle de CLAPEYRON (3 moments). Les moments sur appuis peuvent être écrêtés sur la longueur de l'appui, dans les conditions vues dans la 1re partie.

2° Calcul des efforts tranchants

On peut admettre une transmission directement dans l'appui des charges situées près de ces appuis (voir 1re partie).

C. ACIERS DE FLEXION

Les diagrammes contrainte-déformation de l'acier et du béton sont identiques à ceux du BAEL avec les correctifs suivants :

- l'allongement maximal de l'acier est de 5 ‰,
- le module d'YOUNG de l'acier est de 210 000 MPa.

La résistance de calcul du béton β_R est définie en fonction de la classe du béton choisie « B » :

	B25	B35	B45	B55
β_R	17,5	23	27	30

La valeur β_R peut être reliée au f_{c28} du BAEL par

$$\beta_R = 0{,}9\, f_{c28}$$

Le coefficient de sécurité γ à appliquer est fonction de l'allongement de l'acier (fig. 1) :

Soient M le moment fléchissant appliqué à la section et m_s le moment réduit (fig. 2)

$$m_s = \frac{M}{bd^2\,\beta_R}$$

Les notations utilisées sont celles du BAEL à l'exception de β_R.

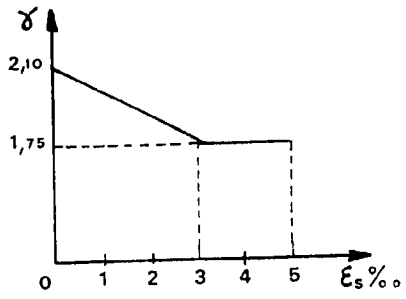


Fig. 1. — Coefficient de sécurité.

a) Cas où $m_s = \dfrac{M}{bd^2\,\beta_R} < m_s^* = \dfrac{0{,}3383}{1{,}75} = 0{,}1933$

Calculons m_s, puis

$$z = 0{,}5\,d\left(1 + \sqrt{1 - \frac{2079}{578}\,m_s}\right)$$

soit $\quad z = 0{,}5\,d\,(1 + \sqrt{1 - 3{,}597\,m_s})$

et $\quad A_s = \dfrac{1{,}75\,M}{z\beta_s}$

avec $\beta_s = f_e$ = limite élastique de l'acier.

b) Cas où $m_s > m_s^* = 0{,}1933$

Nous nous imposerons la condition que le moment repris par le béton soit égal au moment $M^* = m_s\,bd^2\,\beta_R$.

Cette solution donne la plus faible quantité $A_s + A'_s$.

Le moment repris par les aciers comprimés vaut alors :

$\gamma\,(M - M^*) = A'_s\,(d - d')\,\beta_s$

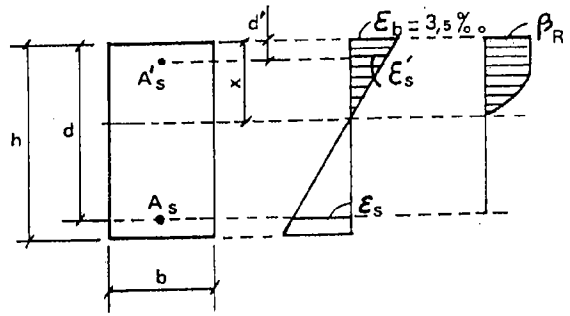


Fig. 2. — Déformations et contraintes.

Le problème revient donc à comparer le moment réduit m_s à la valeur correspondant à un allongement de l'acier égal à 3 ‰ (fig. 1).

Pour $\varepsilon_s = 3$ ‰, on a $x = \dfrac{3{,}5}{6{,}5}\,d = \dfrac{7}{13}\,d$

d'où $z = d - \dfrac{99}{238}\,x = \dfrac{343}{442}\,d = 0{,}776\,d$

Le moment résistant réduit correspondant vaut :

$$\gamma_{m^*} = \frac{\gamma_{M^*}}{bd^2\,\beta_R} = \frac{343}{1\,014} = 0{,}3383$$

Si $m_s = \dfrac{M}{bd^2\,\beta_R}$ est supérieur à m_s^*, le coefficient de sécurité augmente de 1,75 à 2,10 et il est alors plus économique de disposer des aciers comprimés que l'on déterminera par la méthode ci-après.

d'où $A'_s = \dfrac{\gamma\,(M - M^*)}{(d - d')\,\beta_s}$ avec $\gamma = 1{,}75$ (car $\varepsilon_s = 3$ ‰)

$$\boxed{A'_s = \frac{7\,(M - M^*)}{4\,\beta_s\,(d - d')}}$$

et l'acier tendu : $A_s = \dfrac{1{,}75\,M^*}{z^*\beta_s} + A'_s$

avec $\beta_s = f_e$ et $z^* = 0{,}5\,d\left(1 + \sqrt{1 - \dfrac{2\,079}{578}\,m_s^*}\right) = \dfrac{343}{442}\,d$

soit $\quad \boxed{A_s = \dfrac{17}{39}\,b\,d\,\dfrac{\beta_R}{\beta_s} + A'_s}$

c) Exemple numérique (fig. 3)

Béton β_R = 23 MPa (B35)

Acier β_S = 400 MPa

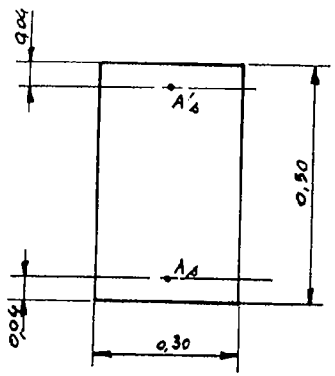


Fig. 3.

• **Moment limite M*** :

$M^* = m_s\, bd^2\, \beta_R = 0{,}1933 \times 0{,}3 \times 0{,}25 \times 23 = 0{,}3334$ MNm

• **Moment fléchissant M = 0,28 MNm**

On a :

$$m_s = \frac{M}{bd^2\,\beta_R} = \frac{0{,}28}{0{,}3 \times 0{,}25 \times 23}$$

$$= 0{,}1623 < m_s^* = 0{,}1933$$

$z = 0{,}5 \times 0{,}5\,(1 + \sqrt{1 - 3{,}597 \times 0{,}1623}) = 0{,}4113$ m

$$A_s = \frac{1{,}75 \times 0{,}28}{0{,}4113 \times 400} \times 10^4 = 29{,}79\ \text{cm}^2$$

• **Moment fléchissant M = 0,38 MNm avec aciers comprimés**

$$m_s = \frac{0{,}38}{0{,}3 \times 0{,}25 \times 23} = 0{,}2203 > m_s^* = 0{,}1933$$

mais $m_s < 578/2079 = 0{,}278$ (sinon pas de racine)

Aciers comprimés :

$$A_s' = \frac{7}{4} \times \frac{(0{,}38 - 0{,}3334)}{400 \times 0{,}46} = 0{,}000443\ \text{m}^2$$

Aciers tendus :

$$A_s = \frac{17}{39} \times 0{,}3 \times 0{,}5 \times \frac{23}{400} + 0{,}000443$$

$$= 0{,}004202\ \text{m}^2$$

d'où : $A_s = 42{,}02\ \text{cm}^2$ et $A_s' = 4{,}43\ \text{cm}^2$

• **Moment fléchissant M = 0,38 MNm sans aciers comprimés**

La valeur du coefficient de sécurité γ dépend de l'allongement de l'acier ε_s qui lui-même dépend du moment de calcul γM.

On procédera alors par approximations successives :

$$m_s = \frac{M}{bd^2\,\beta_R}$$

$$\xi = \frac{119}{99}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{594\,\gamma\, m_s}{289}}\right)$$

$$\varepsilon_s = 3{,}5\,\frac{1 - \xi}{\xi}$$

Si $\varepsilon_s > 3\,‰ \rightarrow \gamma = 1{,}75$

$\varepsilon_s < 3\,‰ \rightarrow \gamma = 2{,}1 - \dfrac{7\,\varepsilon_s}{60}$

Puis la contrainte de l'acier :

si $0 < \varepsilon_s < \beta_S/210 \rightarrow \sigma_s = 210\,\varepsilon_s$

si $\beta_S/210 < \varepsilon_s \rightarrow \sigma_s = \beta_S = f_e$

Le bras de levier $z = d\left(1 - \dfrac{99}{238}\,\xi\right)$ et la section d'acier tendu : $A_s = \dfrac{\gamma M}{z\,\beta_s}$.

Soit ici, avec $\gamma = 1{,}75$ au départ :

$m_s = 0{,}2203 \quad \xi = 0{,}65429 \quad \varepsilon_s = 1{,}849\,‰ < 3\,‰$

d'où $\gamma = 1{,}8843$ (> 1,75)

puis $\xi = 0{,}74138 \quad \varepsilon_s = 1{,}2209 \quad \gamma = 1{,}9576$

$\xi = 0{,}79677 \quad \varepsilon_s = 0{,}89275 \quad \gamma = 1{,}99585$

$\xi = 0{,}82895 \quad \varepsilon_s = 0{,}72222 \quad \gamma = 2{,}01574$

au 17e tour, on obtient une valeur convergente

$\xi = 0{,}86768 \quad \varepsilon_s = 0{,}53373 \quad \gamma = 2{,}03773$

Pour $\beta_S = 400$ MPa, on a

$$\varepsilon_s = 0{,}53373 < \frac{\beta_S}{210} = 1.904\,‰$$

donc $\sigma_s = 210\,\varepsilon_s = 112{,}08$ MPa

$$z = d(1 - 99\,\xi/238) = 0{,}3195\ \text{m}$$

$$A_s = \frac{2{,}03773 \times 0{,}38}{0{,}3195 \times 112{,}08} \times 10^4 = 216\ \text{cm}^2$$

valeur bien supérieure à 39,04 + 1,45 = 40,49 cm² trouvée précédemment avec la solution des aciers comprimés.

D. ACIERS D'EFFORT TRANCHANT

1. Contrainte de cisaillement

La valeur de la contrainte de cisaillement vaut :

$\tau_0 = \dfrac{V}{bz}$ avec $z = 0{,}85\,d$ pour une section rectangulaire et $z = d - h_0/2$ pour une section en Té.

Cette valeur permettra de déterminer un coefficient α dont dépendra la quantité d'acier transversal à disposer.

Les cisaillements limites sont donnés dans le tableau ci-après.

Béton	Classe	B25	B35	B45	B55
	β_R	17,5	23	27	30
Dalles	τ_1	0,5	0,6	0,7	0,8
	τ_2	1,8	2,4	2,7	3,0
Poutres	τ_1	0,8	1,0	1,1	1,3
	τ_2	1,8	2,4	2,7	3,0
	τ_3 (*)	3	4	4,5	5

(*) Seulement pour $d \geqslant 0{,}45$ m et aciers à haute adhérence.

Le coefficient α est donné dans le tableau ci-après en fonction de la contrainte de cisaillement τ_0.

Dalles	$\tau_0 < \tau_1$ (*)	$\alpha = 0$ Pas d'acier
	$\tau_1 < \tau_0 < \tau_2$	$\alpha = \tau_0/\tau_2 \leqslant 0{,}4$
Poutres	$\tau_0 < \tau_1$	$\alpha = 0{,}25$
	$\tau_1 < \tau_0 < \tau_2$	$\alpha = \tau_0/\tau_2 \leqslant 0{,}4$
	$\tau_2 < \tau_0 < \tau_3$ (si $d \geqslant 0{,}45$ m)	$\alpha = 1$

(*) pour $d > 0{,}30$ m, la limite τ_1 est à multiplier par $k = \dfrac{0{,}2}{d} + 0{,}33$ avec $k \leqslant 0{,}5$ et $k \geqslant 1$.

En cas de reprise de bétonnage, voir 1re partie.

2. Armatures transversales

La section par unité de longueur est calculée par :

$\dfrac{A_t}{s} = \dfrac{\alpha\gamma V}{z\,\beta_S}$ avec $\gamma = 1{,}75 \quad \beta_S = f_e$

et V = effort tranchant de service.

Il n'y a pas de condition de pourcentage minimal, mais des conditions d'écartements maximaux qui sont indiquées dans le listing de sortie des résultats de calcul.

ESPACEMENT DES ÉTRIERS ET CADRES

h = hauteur totale		f_e = 400/420 MPa	f_e = 450 MPa
Dalles	Cas 2	0,6 d et 0,80 m	0,6 d et 0,80 m
Poutre	Cas 1	0,8 d et 0,30 m	0,8 d et 0,25 m
	Cas 2	0,6 d et 0,25 m	0,6 d et 0,20 m
	Cas 3	0,3 d et 0,20 m	0,3 d et 0,15 m

Cas 1 : si $\tau_0 < \tau_1$
Cas 2 : si $\tau_1 < \tau_0 < \tau_2$
Cas 3 : si $\tau_2 < \tau_0 < \tau_3$
(Pour τ_1, τ_2, τ_3 voir ci-dessus ; τ_0 = Cisaillement réel).

E. DISPOSITIONS DIVERSES

1° Longueur d'ancrage - Longueur de recouvrement :

Le calcul des longueurs d'ancrage et de recouvrement des armatures est l'un des plus compliqué comparé aux autres règlements.

On trouvera, dans le listing de sortie des résultats, les valeurs pour les classes de béton et d'acier utilisés.

2° Décalage des armatures longitudinales

Le décalage pour l'arrêt des barres dépend de la position des armatures, du taux de cisaillement et de la longueur d'ancrage l_s.

DOMAINE 1 : = Barres horizontales situées à moins de 0,25 m du fond, et à plus de 0,30 m au-dessus de l'arrêt de bétonnage.

DOMAINE 2 : = Autres barres.

Décalage	Domaine 1	Domaine 2
Si $\tau_0 < \tau_2$	$l_s + d$	$2\,l_s + d$
si $\tau_0 > \tau_2$ et Poutre $h > 0{,}45$ m	$l_s + 0{,}75\,d$	$2\,l_s + 0{,}75\,d$

3° Pourcentage minimal d'armatures longitudinales

Il n'y a pas de pourcentage minimal d'armatures longitudinales à respecter.

```
                    POCO

Titre? Poutre 3 Travees

Reglement de Calcul
-------------------

0= BAEL,Entre Nus (Charges Statiques)
1= BAEL,Entre Axes,au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
2= BAEL,Entre Axes (Appuis Ponctuels,Maconnerie),avec Ecretage Va/4
3= ACI-318,Entre Axes au Droit de l'Appui
4= ACI-318,Id+Decalage Moment Va/6
5= ACI-318,Entre Axes,avec Ecretage Va/4
6= BS-8110,avec Ecretage Va/4
7= DIN-1045,avec Ecretage Va/4
8= EUROCODE 2,Entre Axes avec Ecretage ou au Droit de l'Appui
10= BPEL,Dalles de Plancher Precontraint
11= BAEL,Planchers-Dalles
12= Construction Metallique (Portee entre Axes)

                =? 7


Nombre d'Appuis et Nombre de Troncons=? 4 8

----------Longueurs en m,Charges en MN ,Contraintes en MPa----------

Console Gauche:L(Nus),b,d(haut.tot.),bo,ho=? 0
Travees 1      :L(Nus),b,d(haut.tot.),bo,ho=? 7.6 1.8 .8 .4 .15
Travees 2      :L(Nus),b,d(haut.tot.),bo,ho=? 8.2 *
Travees 3      :L(Nus),b,d(haut.tot.),bo,ho=? 7.6 *
Console Droite:L(Nus),b,d(haut.tot.),bo,ho=? 0

Largeurs des Appuis(m)=? .4 .5 .5 .4

Module d'Young(MPa)=? 20000

Lecture des Charges (MN ou MN/m)   (FIN=0)
-------------------------------

Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 1 1 .052
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 1 1 0.04
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 3 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 0

No du Cas de Charge et Nombre de Charges Mobiles =? 0

Voulez-vous les Resultats par Cas de Charge (Oui=1, Non=0)=? 0
```


F. DONNÉES

Lignes 1 à 11. Voir Programme « POCO ».

12e ligne. BETAR — β_R = Résistance de calcul du béton en MPa (voir en C ci dessus).

13e ligne. BETAS — β_S = Limite élastique de l'acier en MPa.

14e ligne. KR
= 1, avec reprise de bétonnage, surface non traitée ou $q > 5$ kN/m²
= 0,5, avec reprise de bétonnage, surface rugueuse et $q < 5$ kN/m².
= 0, sans reprise de bétonnage
(pour la détermination des cadres).

15e ligne. CAS.... Liste des cas de charges pour constituer une combinaison, affectés des coefficients ci-dessous.
CAS = 0 fin de description de la série, aller en ligne 17.

16e ligne. COEFF..... Liste des coefficients pondérateurs correspondants aux cas donnés dans la ligne 15.
Retour ligne 15 (le nombre de combinaisons n'est pas limité).

17e ligne. RES — = 1 pour obtenir les résultats, = 0 dans le cas contraire.

18e ligne. FIN — = 1 pour un retour à de nouvelles combinaisons de cas de charges ou nouveaux matériaux, = 0 pour terminer le travail.

G. EXEMPLE

1) Données

Poutre 3 travées	Titre
7	DIN 1045
4 8	4 appuis et 8 tronçons
0	pas de console gauche
7.6 1.8 0.8 0.4 0.15	portée, b, h, b_o, h_0 de la travée 1
8.2 *	idem travée 2
7.6 *	idem travée 3
0	pas de console droite
0.4 0.5 0.5 0.4	largeurs d'appui
20000	module d'Young
1 1 1 0.052	cas de charge 1, travée 1, type 1, charge répartie en MN/m
1 2 *	idem travée 2
1 3 *	idem travée 3
2 1 1 0.04	cas 2, travée 1, type 1, charge répartie
2 3 *	cas 2, travée 3, type 1, charge répartie
3 2 *	cas 3, travée 2, idem
0	fin de description des cas de charges
0	pas de charges mobiles
0	pas de détails des cas de charges
22.5	β_R équivalent à $f_{c28} = 25$ MPa
400	$\beta_S = f_e$
0	sans reprise de bétonnage
1 2	cas de charge 1 et 2
1 1	coefficients
1 3	cas 1 et 3
1 1	coefficients
1 2 3	cas 1, 2 et 3
1 1 1	coefficients
0	fin des combinaisons
1	détail des calculs demandé
0	fin

```
                    DIN
Beta R (beton)(MPa)  =? 22.5
Beta S (acier)(MPa)  =? 400
Reprise de Betonnage:
     0   = Pas de Reprise,
     0.5 = Reprise avec Surface rugueuse et q < 5 kN/m2,
     1   = Reprise quelconque.
  =? 0

Combinaisons de Cas de Charges ( coeff.=1 en general)
-----------------------------

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1 1

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1 1

 No des Cas =? 1 2 3
Coefficients=? 1 1 1

 No des Cas =? 0

Voulez-vous le Detail des Calculs: oui=1 , non=0? 1

Voulez-vous re-executer avec de Nouvelles Donnees sur les Materiaux
ou de Nouvelles Combinaisons de Cas de Charge?
    Oui=1   ,Non=0? 0
```

2) Résultats

RAPPEL DES DONNEES

TITRE: Poutre 3 Travees

Reglement: DIN 1045

Module d'YOUNG= 20000 MPa

DONNEES GEOMETRIQUES (m, m2, m4)

	Portee	b tot.	h tot.	b ame	h tab.	Inertie	v	S
1	7.600	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000
2	8.200	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000
3	7.600	1.800	0.800	0.4000	0.150	0.0308529	0.27123	0.53000

Largeur d'Appuis= 0.400 0.500 0.400

CHARGES REPARTIES

Cas No	Trav No	Absc. Gauche	Long. Charge	Gauche MN/m	Droite MN/m
1	1	0.000	8.050	0.0520	0.0520
1	2	0.000	8.700	0.0520	0.0520
1	3	0.000	8.050	0.0520	0.0520
2	1	0.000	8.050	0.0400	0.0400
2	3	0.000	8.050	0.0400	0.0400
3	2	0.000	8.700	0.0400	0.0400

TRANSMISSION DIRECTE aux Appuis:
- pour les Charges Reparties situees a moins de 0,5 d de l'Appui
- pour les Charges Concentrees partiellement a moins de 2d de l'Axe de l'Appui

ECRETAGE DES MOMENTS SUR APPUIS DE (Vg-Vd)a/8

BETONS:	Classe	B25	B35	B45	B55
	Beta R	17.5	23.0	27.0	30.0
	Equiv.fc28	19.4	25.5	30.0	33.3

	fc28(MPa)	20	25	30	35	40
	Beta R equiv.	18	22.5	27	31.5	36

ACIERS:	Beta S (MPa)	420	500

BETON:	Compression a 28 Jours	22.5MPa
	Module d'Young	33000MPa
	Classe	B34
	Tau1	0.98MPa
	Tau2	2.35MPa
	Tau3	3.91MPa
ACIER:	Limite elastique	400 MPa

Acier a haute Adherence

Sans reprise de betonnage

DOMAINE 1: (D1) = Barres horizontales situees a moins de 0,25 m du fond,
et a plus de 0,30 m au-dessus de l'arret de betonnage.
DOMAINE 2: (D2) = Autres barres.

DECALAGE	Domaine 1	Domaine 2
si Tauo<Tau2	Ls+d	2Ls+ d
si Tauo>Tau2 et Poutre h>0,45m	Ls+0.75d	2Ls+0,75d

Pour Ls , voir ci-apres , d = hauteur utile , Tau0=Cisaillement Reel

ACIEPS: AIRES en mm2
------ POIDS en grammes/metre

Phi	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
Aire	28	50	79	113	154	201	314	491	804	1257
Poids	223	396	618	889	1209	1579	2467	3854	6314	9866

- D1=Domaine 1 , D2=Domaine 2
- Ls = Longueur de Scellement en mm
- Lr = Longueur de Recouvrement en mm
- % = Pourcentage d'acier en recouvrement

		6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
D1	Ls=	158	211	264	317	370	423	528	660	845	1056
	%<=20 Lr =	200	254	317	380	444	507	739	924	1183	1479
	20<%<50 Lr =	222	296	370	444	518	592	951	1188	1521	1902
	50<% Lr =	254	338	423	507	592	676	1162	1453	1859	2324
D2	Ls=	317	423	528	634	739	845	1056	1321	1690	2113
	%<=20 Lr =	285	380	475	570	666	761	1109	1387	1775	2218
	20<%<50 Lr =	333	444	555	666	776	887	1426	1783	2282	2852
	50<% Lr =	380	507	634	761	887	1014	1743	2179	2789	3486

- Lr est a multiplier par : A necessaire/ A mis en place
  et par 0,7 si espacement barres >10 diametres et enrobage > 5 diametres

La Proportion Maximale de Barres en Recouvrement dans une Meme Section est :
- 100% pour un seul lit,
- 50% pour plusieurs lits

ESPACEMENT DES ETRIEPS ET CADRES

h=hauteur totale	fe=400/420 MPa	fe=450 MPa
DALLES Cas 2	0,6d et 0,80 m	0,6d et 0,80 m
POUTRES Cas 1	0,8d et 0,30 m	0,8d et 0,25 m
Cas 2	0,6d et 0,25 m	0,6d et 0,20 m
Cas 3	0,3d et 0,20 m	0,3d et 0,15 m

Cas 1: si Tauo < Tau1
Cas 2: si Tau1 < Tauo < Tau2
Cas 3: si Tau2 < Tauo < Tau3
(Pour Tau1,Tau2,Tau3 voir ci-dessus; Tauo=Cisaillement Reel)

Combinaisons de Cas de Charges
Cas de Charges No: 1 2
Coefficients :1.00 1.00
Cas de Charges No: 1 3
Coefficients :1.00 1.00
Cas de Charges No: 1 2 3
Coefficients :1.00 1.00 1.00

Travee No 1 : (0.400 x 0.800) (b=1.800;ho=0.150) Hauteur utile h = 0.735 m Largeur effective Table = 1.800 m

X	Absc. m	TR MN	M(MNm) Max/Min	Tauo MPa	Aciers(cm2 ou cm2/m: Sup/Inf	Trans	3HA 8 Espac
0:	0.000	0.2579	0.00000	1.03	0.00	7.95	190
			0.00000	0.00	11.28	0.00	
1:	1.006	0.2169	0.26514	0.82	0.00	5.00	300
			0.00000	0.85	15.96	1.40	
2:	2.013	0.1243	0.43713	0.47	0.00	5.00	300
			0.00000	0.49	26.50	0.80	
3:	3.019	0.0317	0.51596	0.12	0.00	5.00	300
			0.00000	0.12	31.39	0.20	
4:	4.025	0.0802	0.50164	0.30	0.00	5.00	300
			0.00000	0.32	30.50	0.52	
5:	5.031	0.1728	0.39417	0.65	0.00	5.00	300
			0.00000	0.68	23.86	1.11	
6:	6.038	0.2654	0.19354	1.01	4.45	7.54	200
			-0.07379	1.04	11.61	3.04	
7:	7.044	0.3580	0.00000	1.43	16.99	15.31	99
			-0.27037	0.00	0.00	0.00	
8:	8.050	0.3944	0.00000	1.58	40.68	18.59	81
			-0.59706	0.00	0.00	0.00	

Travee No 2 : (0.400 x 0.800) (b=1.800;ho=0.150) Hauteur utile h = 0.735 m Largeur effective Table = 1.800 m

X	Absc. m	TR MN	M(MNm) Max/Min	Tauo MPa	Aciers(cm2 ou cm2/m: Sup/Inf	Trans	4HA 6 Espac
0:	0.000	0.3441	0.00000	1.38	40.68	14.14	80
			-0.59706	0.00	0.00	0.00	
1:	1.087	0.3002	0.00000	1.20	17.09	10.76	105
			-0.27193	0.00	0.00	0.00	
2:	2.175	0.2001	0.13323	0.76	7.20	5.00	226
			-0.11819	0.79	7.97	1.29	
3:	3.262	0.1001	0.29643	0.38	1.55	5.00	226
			-0.02594	0.39	17.87	0.64	
4:	4.350	0.0000	0.35083	0.00	0.00	5.00	226
			0.00000	0.00	21.19	0.00	
5:	5.438	0.1000	0.29643	0.38	1.55	5.00	226
			-0.02594	0.39	17.87	0.64	
6:	6.525	0.2001	0.13323	0.76	7.20	5.00	226
			-0.11819	0.79	7.97	1.29	
7:	7.612	0.3001	0.00000	1.20	17.09	10.76	105
			-0.27193	0.00	0.00	0.00	
8:	8.700	0.3441	0.00000	1.38	40.68	14.14	80
			-0.59706	0.00	0.00	0.00	

: Travee No 3 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile h = 0.735 m
(b=1.800;ho=0.150) Largeur effective Table = 1.800 m

:K :	Absc. m	TR MN	M(MNm) Max/Min	Tauo MPa	Aciers(cm2 ou cm2/m: Sup/Inf	Trans	3HA 8 Espac
0:	0.000	0.3944	0.00000	1.58	40.68	18.59	81
			-0.59706	0.00	0.00	0.00	
1:	1.006	0.3580	0.00000	1.43	16.99	15.31	99
			-0.27037	0.00	0.00	0.00	
2:	2.013	0.2654	0.19354	1.01	4.45	7.54	200
			-0.07379	1.04	11.61	3.04	
3:	3.019	0.1728	0.39417	0.65	0.00	5.00	300
			0.00000	0.68	23.86	1.11	
4:	4.025	0.0802	0.50164	0.30	0.00	5.00	300
			0.00000	0.32	30.50	0.52	
5:	5.031	0.0317	0.51596	0.12	0.00	5.00	300
			0.00000	0.12	31.39	0.20	
6:	6.038	0.1243	0.43713	0.47	0.00	5.00	300
			0.00000	0.49	26.50	0.80	
7:	7.044	0.2169	0.26514	0.82	0.00	5.00	300
			0.00000	0.85	15.96	1.40	
8:	8.050	0.2579	0.00000	0.98	0.00	5.00	250
			0.00000	0.00	11.28	0.00	

La Deuxieme Ligne des Aciers Tranversaux
est relative a la Liaison Table-Nervure

VALEURS MAXIMALES		ADMISSIBLES	
Moments ms/ms*	= 0.635	1.000	OK
Cisaillem. Ame	= 1.578	3.91	OK (Ratio = 0.404)
Cisaillem. Table	= 1.042	2.35	OK

: Pourcentage maximum d'Acier= 1.38% par rapport a la Nervure :
: Pourcentage maximum d'Acier= 0.81% par rapport a (Nervure + Table) :

Quantites Estimees

Aciers Longitudinaux = 955.5 kg
Aciers Transversaux = 162.3 kg
Total Aciers = 1117.7 kg
Quantite Beton(Nerv.)= 7.49 m3
Quantite Coffrage = 39.78 m2
Densite Acier =149.27 kg/m3

BS

LA POUTRE CONTINUE SUR MICRO-ORDINATEUR

Poutre continue règlement britannique - Programme « BS »

Henry THONIER

RÈGLEMENT BRITANNIQUE - BS 8110 (1985)

La norme British Standard BS 8110 remplace les Codes of Practice CP 104 et CP 110.

A. LES ACTIONS

Les actions sont les mêmes que celles décrites pour le programme « POCO » :

- charges réparties triangulaires, trapézoïdales ou rectangulaires,
- charges concentrées fixes ou mobiles.

Les combinaisons d'actions sont des pondérations des différents cas de charges, suivant les dispositions du tableau ci-dessous :

	TYPE DE CHARGE					
	Permanentes		Exploitation		Poussées des terres, pression de l'eau	Vent
	Défavor.	Favor.	Défavor.	Favor.		
1) Permanente et exploitation (et terre et eau)	1,4	1	1,6	0	1,4	–
2) Permanente et vent (et terre et eau)	1,4	1	–	–	1,4	1,4
3) Permanente et exploitation et vent (et terre et eau)	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2	1,2

B. LES SOLLICITATIONS

1° Calcul des moments

La méthode utilisée est celle des 3 moments (CLAPEYRON).

Les moments sur appuis peuvent être écrêtés sur la longueur de l'appui dans les conditions précisées dans la 1re partie.

2° Calcul des efforts tranchants

Charges situées près des appuis (fig. 1)

A l'abscisse $a_v < 2\,d$, la part de l'effort tranchant reprise par le béton comprimé est augmentée dans le rapport $2\,d/a_v$.

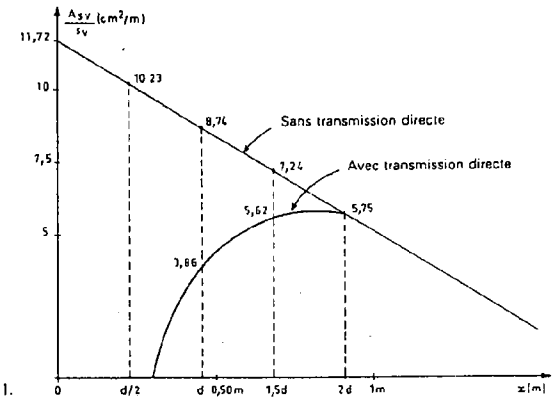


Fig. 1.

Pour une charge répartie uniforme, l'effort tranchant varie suivant l'abscisse a_v comme :

$$V = V_0\left(1 - \frac{2\,a_v}{L}\right)$$

d'où le cisaillement $v' = v_0\left(1 - \frac{2\,a_v}{L}\right)$

Le Code BS 8110 autorise un accroissement du cisaillement résistant v_c dans le rapport $2\,d/a_v$

soit $v'_c = v_c\,\frac{2\,d}{a_v}$

d'où la section d'acier par unité de longueur pour une épaisseur d'âme b_w :

$$\frac{A_{sv}}{s} = \frac{b_w}{0{,}87\,f_{yv}}\left[v_0\left(1 - \frac{2\,a_v}{L}\right) - v_c\,\frac{2\,d}{a_v}\right]$$

Le maximum est obtenu pour $\frac{d\,(v' - v'_c)}{da_v} = 0$ soit pour $a_v = \sqrt{\frac{d\,L\,v_c}{v_0}}$

Si $a_v > 2\,d$, prendre $a_v = 2\,d$ d'où $v'_0\,(a_v)$ et $v'_c\,(a_v)$ et $\frac{A_{sv}}{s}$ à disposer sur la longueur a_v

EXEMPLE : (fig. 1)

$d = 0{,}45$ m, $b = 0{,}30$ m, $f_{cu} = 30$ MPa, acier longitudinal inférieur à l'appui $A_s = 8{,}04$ cm² supposé le même de l'abscisse 0 à $2\,d$, soit $100\,A_s/(b_w d) = 0{,}6$ %, d'où $v_c = 0{,}565$ MPa (voir en D ci-après).

Charge répartie uniforme avec V = 0,26 MN, portée L = 5 m, v au nu de l'appui : $v = 0{,}26/(0{,}3 \times 0{,}45) = 1{,}926 < 0{,}8\sqrt{30} = 4{,}38 < 5$ MPa.

v à l'abscisse x vaut $v = 1{,}926\,(1 - 2\,x/5)$ puis v_c est à majorer par $2\,d/a_v$.

$x = a_v$	v	v_c	$v - v_c$	$\frac{A_{sv}}{s_v}$ sans	$\frac{2\,d}{a_v}$	v'_c	$v - v'_c$	$\frac{A_{sv}}{s_v}$ avec
0	1,926	0,566	1,360	11,72	∞	–	–	–
0,50 d	1,753	0,566	1,187	10,23	4,00	2,264	−0,511	(−4,41)
0,75 d	1,666	0,566	1,100	9,48	2,67	1,509	0,157	1,35
d	1,579	0,566	1,013	8,74	2,00	1,132	0,447	3,86
1,25 d	1,493	0,566	0,927	7,99	1,60	0,906	0,587	5,06
1,5 d	1,406	0,566	0,840	7,24	1,33	0,755	0,651	5,62
1,75 d	1,319	0,566	0,753	6,49	1,143	0,647	0,672	5,80
2 d	1,233	0,566	0,667	5,75	1	0,566	0,667	5,75

Le maximum d'acier est obtenu à l'abscisse $\sqrt{0,45 \times 0,565 \times 5/1,926} = 0,812$ m (avec $v = 1,300$, $v_r = 0,6259$) et vaut : 5,811 cm².

On constate que l'on ne fait pas une grande erreur en prenant la valeur à l'abscisse $2\,d$ (1 ‰).

Cette méthode compliquée, cependant utilisée dans le programme « BS », peut être remplacée par la méthode plus simple et plus conservative suivante (§ 3.45.10) : on calcule la section d'acier transversal avec un effort tranchant correspondant à l'abscisse d ; c'est cette méthode que le programme utilise lorsque le terme v_r est nul (lorsqu'il y a reprise de coulage).

Remarque. Il peut arriver que la section d'acier transversal destiné à reprendre l'effort tranchant soit plus importante à une abscisse $x > 2\,d$ qu'à l'abscisse 0.

Cela provient du fait que le cisaillement repris par le béton v_c est plus faible, conséquence d'une section d'acier longitudinal plus faible également.

Si l'on dispose de la même section d'acier longitudinal inférieur à cette abscisse qu'au nu de l'appui, on peut remplacer la section d'acier transversal nécessaire par la valeur indiquée à l'appui.

C. ACIERS DE FLEXION

Le diagramme de contrainte-déformation du béton est du type parabole-rectangle avec une déformation maximale de 3,5 ‰, mais la déformation du sommet de la parabole est variable suivant la résistance sur cube du béton f_{cu}. Cette déformation vaut $0,196\sqrt{f_{cu}}$ et varie de 0,98 ‰ pour $f_{cu} = 25$ MPa à 1,24 ‰ pour $f_{cu} = 40$ MPa (valeurs assez différentes du 2 ‰ du BAEL).

Comme diagramme de contrainte, le BS 8110 autorise l'utilisation d'un diagramme rectangulaire de hauteur $0,9\,x$ et de contrainte constante égale à $0,67\,f_{cu}/\gamma_m$ avec $\gamma_m = 1,5$.

Le coefficient 0,67 résulte du produit de 0,85 (coefficient utilisé dans les autres codes) et de 0,79 qui représente le rapport des résistances d'une éprouvette cylindrique (CEB/FIP 78) par rapport à une éprouvette cubique (BS 8110).

Le diagramme contrainte-déformation de l'acier est un diagramme bi-linéaire, identique à celui du BAEL 90, avec un module d'Young de 200 000 MPa et un coefficient de réduction de 1,15.

Le programme utilise la même méthode pour le BS 8110 que pour le BAEL où la position de la fibre neutre est mesurée par x, racine d'une équation du 2e degré (fig. 2).

$C = (0,9\,bx) \cdot (0,67\,f_{cu}/1,5)$

$T = A_s f_y/1,15$.

Le moment ultime M vaut : $M = Cz = Tz$

d'où $M = (0,9\,bx)(0,67\,f_{cu}/1,5)\,d(1 - 0,45\,x/d)$

et $$\frac{M}{bd^2\,(0,67\,f_{cu}/1,5)} = 0,9\,\frac{x}{d}\left(1 - 0,45\,\frac{x}{d}\right)$$

Posons $\xi = \dfrac{x}{d}$ et $\mu = \dfrac{M}{0,67\,bd^2 f_{cu}/1,5}$

on a alors $\mu = 0,9\,\xi\,(1 - 0,45\,\xi)$

dont la racine est $\xi = (1/0,9)\,(1 - \sqrt{1 - 2\,\mu})$

et $z = d\,(1 - 0,45\,\xi) = 0,5\,d\,(1 + \sqrt{1 - 2\,\mu})$

La section d'acier vaut

$$A_s = \frac{M}{z\sigma_s} = \frac{M}{0,87\,zf_y}$$

Lorsque l'allongement de l'acier

$\varepsilon_s = \varepsilon_b \dfrac{d - x}{x} = 3,5$ ‰ $\dfrac{d - x}{x}$ est inférieur à

$$\varepsilon_{st} = \frac{f_y}{\gamma_m E_s} = \frac{f_y}{230}\text{ ‰}$$

la contrainte de travail de l'acier est inférieure à $f_y/1,15$ et devient $\sigma_s = \varepsilon_s E_s = 700\,(d - x)/x$; ce cas se présente pour la position de la fibre neutre

$$x > x_L = \frac{d}{1 + f_y/805}$$

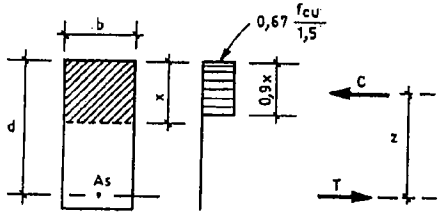


Fig. 2.

		f_y =	400	460*	500
ε_{st} ‰			1,739	2	2,174
x_L			0,668 d	0,636 d	0,629 d
Pourcentage A_s/bd à partir duquel l'allongement de l'acier est $< \varepsilon_{st}$	f_{cu} = 25		2,45 %	2,03 %	1,81 %
	f_{cu} = 30		2,94 %	2,43 %	2,17 %
	f_{cu} = 35		3,43 %	2,84 %	2,53 %
	f_{cu} = 40		3,92 % < 4	3,25 %	2,89 %

* Cette valeur est celle indiquée par le BS 8110.

Exemple numérique. Section rectangulaire $b = 0,30$ m, $d = 0,50$ m, $f_{cu} = 30$ MPa et $f_y = 400$ MPa (30 MPa sur cube correspondant à 24 MPa sur cylindre).

Moment dû aux charges permanentes

$M_g = 0,16$ MNm

Moment dû aux charges d'exploitation

$M_q = 0,12$ MNm

Moment ultime = $1,4\,M_g + 1,6\,M_q = 0,416$ MNm.

$$\mu = \frac{M}{bd^2\,(0,67\,f_{cu}/1,5)} = 0,4139$$

$\xi = 0,650 < 0,668$ donc $\sigma_s = f_y/1,15$ et $x = 0,325$ m

$z = d\,(1 - 0,45\,\xi) = 0,354$ m

d'où $$A_s = \frac{0,416 \times 10^4}{0,354 \times 0,87 \times 400} = 33,79\text{ cm}^2$$

Le pourcentage qui vaut : $p = \dfrac{A_s}{bd} = 2,25$ % est assez élevé et on aurait intérêt à disposer des aciers de compression.

Lorsque $M/(bd^2 f_{cu})$ est supérieur à 0,156, c'est-à-dire si $\mu = M/(0,67\,bd^2 f_{cu}/1,5) > \mu_L = 0,35$, le Code Britannique recommande l'emploi d'aciers comprimés.

On aura alors :

— Moment repris par le béton comprimé $M_L = 0,156 \times 0,3 \times 25 \times 30 = 0,35$ MNm.

— Moment à reprendre par les aciers comprimés = $M - M_L = 0,065$ MNm.

— Aciers comprimés $A'_s = (0,065 \times 10^4)/(0,87\,f'_y) = 1,87$ cm².

— Aciers tendus = $M_L/(z_L\,0,87\,f_y) + A'_s$

avec

$z_L = 0,5\,d\,(1 + \sqrt{1 - 2\mu_L}) = 0,7739\,d = 0,3869$ m

$$A_s = \frac{0,351 \times 10^4}{0,3869 \times 0,87 \times 400} + 1,87 = 27,94\text{ cm}^2$$

au lieu de 33,79 cm², soit une économie de 17 % sur la section totale d'acier.

D. ACIERS D'EFFORT TRANCHANT

La contrainte de cisaillement se calcule par $v = V/(bd)$. Elle doit être inférieure à $0,8\sqrt{f_{cu}}$ et 5 MPa.

Les aciers sont déterminés par :

$$\frac{A_{sv}}{s_v} = \frac{b_w\,(v - v_c)}{0,87\,f_y}$$

avec b_w = épaisseur de l'âme et v_c = cisaillement limite.

$$v_c = \frac{0,79}{1,25}\left(\frac{100A_s}{b_w d}\right)^{1/3}\left(\frac{0,4}{d}\right)^{1/4}\left(\frac{f_{cu}}{25}\right)^{1/3}$$

avec $\quad > 0,15 \quad > 1 \quad > 1$
$\quad < 3$

et $f_{cu} < 40$.

La section d'acier obtenue doit être supérieure au pourcentage minimal :

$$\frac{A_{sv}}{s_v} \geqslant \frac{0,4\,b_v}{0,87 f_y}$$

sauf pour les dalles lorsque le cisaillement ne dépasse pas la valeur v_c et il n'est alors pas nécessaire de disposer d'armatures verticales.

Les espacements des étriers ne doivent pas excéder $0,75\,d$.

E. DISPOSITIONS DIVERSES

1° Longueur d'ancrage et de scellement (anchorage bond length)

La formule classique de l'essai d'arrachement d'une barre scellée (Pull-out test) s'écrit :

$$L = \frac{\varnothing\sigma_s}{4 f_{cu}}$$

avec L = longueur d'ancrage
$\varnothing$ = diamètre de la barre
$f_{cu} = \beta\sqrt{f_{cu}}$ = contrainte d'adhérence ultime
β = coefficient d'ancrage :

β	Barres en traction
Acier lisse	0,28
Acier à haute adhérence type 1	0,40
Acier à haute adhérence type 2*	0,50

* Type d'acier qui correspond aux aciers à haute adhérence français.

Exemple. Pour f_e = 400 MPa, f_{cw} = 30 MPa (soit $f_{c,s}$ = 0,79f_{cw} = 23,7 MPa), on trouve :

$$L = \frac{\varnothing \times 0{,}87 \times 400}{4 \times 0{,}50 \times \sqrt{30}} = 31{,}8\,\varnothing$$

A titre de comparaison, le BAEL 90 donnerait :

f_{c28} = 23,7, f_{t28} = 2,022, τ_s = 0,6 × 1,5² × 2,022 = 2,73 MPa

d'où $L_s = \frac{\varnothing \times 400}{4 \times 2{,}73} = 36{,}6\,\varnothing$

2° Longueur de recouvrement (lap length)

La longueur de recouvrement est égale à la longueur d'ancrage multipliée par :

a) 1,4 pour des aciers en partie supérieure du coulage de béton (chapeaux) avec un enrobage minimal inférieur à 2 diamètres,

b) 1,4 pour un recouvrement dans un angle avec un enrobage inférieur à 2 diamètres ou lorsque la distance entre deux recouvrements adjacents est inférieur à 75 mm ou 6 diamètres,

c) 2 lorsque les 2 conditions a) et b) ci-dessus sont réunies.

d) 1 dans les cas non visés ci-dessus.

3° Décalage des armatures longitudinales

Le décalage pour l'arrêt des barres est pris égal à L + Max [d ; 12 Ø]

avec d = hauteur utile
Ø = diamètre maximal des barres arrêtées
L = longueur de scellement vue ci-dessus.

4° Pourcentage minimal d'armatures longitudinales

$\rho = \frac{100\,A_s}{b_w h}$ avec b_w = épaisseur de l'âme, b = largeur de la table et h = hauteur totale.

Aciers tendus de flexion		f_e = 400	f_e = 460	f_e = 500
Dalle : à prévoir dans les 2 directions		0,15	0,13	0,12
Poutre	— rectangulaire	0,15	0,13	0,12
	— Té table comprimée $b_w/b < 0{,}4$ $b_w/b \geq 0{,}4$	 0,21 0,15	 0,18 0,13	 0,17 0,12
	— Té, table tendue — L, table tendue	0,30 0,23	0,26 0,20	0,24 0,185

F. EXEMPLE

1. Données (à la suite de celles de « POCO »

Lignes 1 à 11 : voir Programme « POCO »

12e ligne	f_{cw}	Résistance du béton sur cubes en MPa.
13e ligne	f_e	Limite élastique de l'acier en MPa
13e ligne	KR	= 1 : avec reprise de bétonnage, surface non traitée = 0,8 : avec reprise de bétonnage, surface brossée et striée = 0,4 : avec reprise, laitance enlevée ou retardateur = 0 : sans reprise de bétonnage. (pour la détermination des cadres).
15e ligne	CAS...	Liste des cas de charges pour constituer une combinaison, affectés des coefficients ci-dessous. CAS = 0, = fin de description de la série. Aller en ligne 17.
16e ligne	COEF....	Liste des coefficients pondérateurs correspondant aux cas donnés dans la ligne 15. Retour ligne 15.
17e ligne	RES	= 1 pour obtenir les résultats détaillés, = 0 dans le cas contraire.
18e ligne	FIN	= 1 pour un retour à de nouvelles combinaisons de cas de charges et nouveaux matériaux. = 0 pour terminer le travail.

EXEMPLE :

```
Poutre 3 travées        ' Titre
6                       ' BS 8110
4 8                     ' 4 appuis et 8 tronçons
0                       ' pas de console gauche
7.6 1.8 0.8 0.4 0.15    ' portée, largeur b, hauteur totale h, largeur bo, hauteur ho travée 1
8.2 *                   ' idem pour la travée 2
7.6 *                   ' idem pour la travée 3
0                       ' pas de console
0.4 0.5 0.5 0.4         ' largeurs d'appui
20000                   ' module d'Young
1 1 1 0.052             ' cas de charge 1, travée 1, type 1, charge perm. trav. impaires
1 3 *                   ' idem pour la travée 3
2 2 *                   ' cas 2, travée 2, type 1, ch. perm. trav. paires
3 1 1 0.04              ' cas 3, travée 1, type 1, charge variable trav. impaires
3 3 *                   ' idem pour la travée 3
4 2 *                   ' cas 4, travée 2, type 1, ch. var. trav. paires
0                       ' fin de description des cas de charges
0                       ' pas de charges mobiles
0                       ' pas de détail des cas de charges
32                      ' fcw équivalent à fc28 = 25 MPa
400                     ' fe = fe
0                       ' pas de reprise de bétonnage
1 2 3                   ' cas de charge 1 2 et 3
1.4 1 1.6               ' coefficients
1 2 4                   ' cas 1, 2 et 4
1 1.4 1.6               ' coefficients
1 2 3 4                 ' cas 1, 2, 3 et 4
1.4 1.4 1.6 1.6         coefficients
0                       ' fin des combinaisons
1                       ' détail des calculs demandé
0                       ' fin
```

```
                    POCO

Titre? Poutre 3 Travees

Reglement de Calcul:
--------------------

0= BAEL,Entre Nus (Charges Statiques)
1= BAEL,Entre Axes,au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
2= BAEL,Entre Axes (Appuis Ponctuels,Maconnerie),avec Ecretage Va/4
3= ACI-318,Entre Axes au Droit de l'Appui
4= ACI-318,Id+Decalage Moment Va/6
5= ACI-318,Entre Axes,avec Ecretage Va/4
6= BS-8110,avec Ecretage Va/4
7= DIN-1045,avec Ecretage Va/4
8= EUROCODE 2,Entre Axes avec Ecretage ou au Droit de l'Appui
10= BPEL,Dalles de Plancher
11= BAEL,Planchers-Dalles
12= Construction Metallique (Portee entre Axes)

                =? 6


Nombre d'Appuis et Nombre de Troncons=? 4 8
```

```
----------Longueurs en m,Charges en MN ,Contraintes en MPa----------

Console Gauche:L(Mus),b,h,bw,hf=? 0
Travees 1      :L(Mus),b,h,bw,hf=? 7.6 1.8 .8 .4 .15
Travees 2      :L(Mus),b,h,bw,hf=? 8.2 *
Travees 3      :L(Mus),b,h,bw,hf=? 7.6 *
Console Droite:L(Mus),b,h,bw,hf=? 0

Largeurs des Appuis(m)=? .4 .5 .5 .4

Module d'Young(MPa)=? 20000

Lecture des Charges (MN ou MN/m)   (FIN=0)
 ---------------------------------

Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 1 1 .052
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 3 1 1 .04
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 3 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 4 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 0

No du Cas de Charge et Nombre de Charges Mobiles =? 0

Voulez-vous les Resultats par Cas de Charge (Oui=1, Non=0)=? 0
```

```
BS
fcu (beton) (MPa)  =? 32
fy  (acier) (MPa)  =? 400
Reprise de Betonnage:
 =   1 , Surface non traitee
 = 0.8 , Surface brossee et striee
 = 0.4 , Surface lavee et laitance enlevee ou retardateur de prise et nettoyage
 =   0 , Sans Reprise
? 0

Combinaisons de Cas de Charges
 ----------------------------

 No des Cas =? 1 2 3
Coefficients=? 1.4 1 1.6

 No des Cas =? 1 2 4
Coefficients=? 1 1.4 1.6

 No des Cas =? 1 2 3 4
Coefficients=? 1.4 1.4 1.6 1.6

 No des Cas =? 0

Voulez-vous le Detail des Calculs: oui=1 , non=0? 1

Voulez-vous re-executer avec de Nouvelles Donnees sur les Materiaux
ou de Nouvelles Combinaisons de Cas de Charge?
   Oui=1  ,Non=0? 0
```


2. Résultats

```
RAPPEL DES DONNEES
------------------
TITRE: Poutre 3 Travees

Reglement: BS 8110

Module d'YOUNG= 20000 MPa

                DONNEES GEOMETRIQUES ( m, m2, m4)
=================================================================================
I   I Portee I b tot.I h tot.I b ame  I h tab.I Inertie   I   v     I   S    I
=================================================================================
I 1 I 7.600 I 1.800 I 0.800 I 0.4000 I 0.150 I 0.0306529 I 0.27123 I 0.53000 I
I 2 I 8.200 I 1.800 I 0.800 I 0.4000 I 0.150 I 0.0306529 I 0.27123 I 0.53000 I
I 3 I 7.600 I 1.800 I 0.800 I 0.4000 I 0.150 I 0.0306529 I 0.27123 I 0.53000 I
=================================================================================

Largeur d'Appuis= 0.400 0.500 0.500 0.400

          CHARGES  REPARTIES
=============================================
I Cas I Trav I Absc. I Long. I Gauche I Droite I
I No I No  I Gauche I Charge I  MN/m  I  MN/m  I
---------------------------------------------
I  1 I   1 I 0.000 I 8.050 I 0.0520 I 0.0520 I
I  1 I   3 I 0.000 I 8.050 I 0.0520 I 0.0520 I
I  2 I   2 I 0.000 I 8.700 I 0.0520 I 0.0520 I
I  3 I   1 I 0.000 I 8.050 I 0.0400 I 0.0400 I
I  3 I   3 I 0.000 I 8.050 I 0.0400 I 0.0400 I
I  4 I   2 I 0.000 I 8.700 I 0.0400 I 0.0400 I
=============================================

       TRANSMISSION DIRECTE aux Appuis:
Augmentation de la Resistance du Beton au Cisaillement pour x< 2 d

       ECRETAGE DES MOMENTS SUR APPUIS DE (Vg-Vd)a/8

       ---------------------------------------------------------
BETON I fcu  (MPa)   I  25 I  30 I  35 I  40 I  45 I  50 I
-----  ---------------------------------------------------------
       I fc28 equiv. I  20 I  24 I  28 I  32 I  36 I  40 I
       ---------------------------------------------------------

       ---------------------------------------
       I fc28 (MPa)   I  25 I  30 I  35 I  40 I
       ---------------------------------------
       I fcu equival. I  32 I  38 I  44 I  51 I
       ---------------------------------------

       ---------------------------
ACIER: I fy   (MPa) I  460 I 500  I
-----  ---------------------------

      ========================================
      I BETON: Compression a 28 jours   I 32.0MPa I
      I        Module d'Young           I25403MPa I
      I        Cisail. adm. ELU ( At>0) I4.53 MPa I
      I                                 I
      I ACIER: Limite elastique         I 400 MPa I
      I        Pourcentage maximum      I 4.000 % I
      ========================================
```

I Sans reprise de betonnage I

I ACIERS: AIRES en mm2 I
I ------ POIDS en grammes/metre I
I LONGUEUP DE SCELLEMENT en mm (pour Aciers de Type 2) I

Phi	6	8	10	12	14	16	20	25	32	40
Aire	28	50	79	113	154	201	314	491	804	1257
Poids	223	396	618	889	1209	1579	2467	3854	6314	9866
Ld	184	246	307	369	430	492	615	769	984	1230

Les Barres Haute Adherence Francaises correspondent au type 2
(pour le type 1, majorer de 25% la longueur trouvee)
Verifier Ld >15 diam. et 300 mm

LONGUEUR DE RECOUVREMENT = Longueur de Scellement multiplie par:

a) 1,4 Pour les Chapeaux enrobes de moins de deux diametres
b) 1,4 pour les Armatures situees dans les angles et enrobes de moins de 2 diametres.
ou si la distance libre entre deux recouvrements est < 75 mm ou 6 diametres
c) 2.0 pour les deux conditions a) et b) ci-dessus reunies
d) 1.0 pour les autres cas

I Combinaisons de Cas de Charges
I Cas de Charges No: 1 2 3
I Coefficients :1.40 1.00 1.60
I Cas de Charges No: 1 2 4
I Coefficients :1.00 1.40 1.60
I Cas de Charges No: 1 2 3 4
I Coefficients :1.40 1.40 1.60 1.60

Travee No 1 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile d = 0.735 m
(b=1.800;hf=0.150) Largeur de Table efficace = 1.769 m

K	Absc. m	V MN	M(MNm) Max/Min	v MPa	Aciers(cm2 ou cm2/m: Sup/Inf	Trans	4HA 6 Espac
0	0.000	0.4454	0.00000	1.51	0.00	4.60	246
			0.00000	0.00	16.74	0.00	
1	1.006	0.3351	0.40660	1.14	0.00	4.60	246
			0.00000	1.31	16.74	5.63	
2	2.013	0.1974	0.67469	0.67	0.00	4.60	246
			0.00000	0.77	27.78	3.32	
3	3.019	0.0597	0.80426	0.20	0.00	4.60	246
			0.00000	0.23	33.11	1.00	
4	4.025	0.1190	0.79531	0.40	0.00	4.60	246
			0.00000	0.46	32.75	2.00	
5	5.031	0.2567	0.64785	0.87	8.79	4.60	246
			-0.03909	1.00	26.67	4.32	
6	6.038	0.3943	0.36187	1.34	8.79	9.13	124
			-0.20486	1.54	14.90	6.63	
7	7.044	0.5320	0.00000	1.81	17.88	12.95	87
			-0.42329	0.00	4.41	0.00	
8	8.050	0.6354	0.00000	2.16	41.67	12.95	87
			-0.88167	0.00	4.41	0.00	

Travee No 2 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile d = 0.735 m
(b=1.800;hf=0.150) Largeur de Table efficace = 1.618 m

K	Absc. m	V MN	M(MNm) Max/Min	v MPa	Aciers(cm2 ou cm2/m: Sup/Inf	Trans	3HA 6 Espac
0	0.000	0.5609	0.00000	1.91	41.67	10.02	85
			-0.88167	0.00	4.41	0.00	
1	1.088	0.4463	0.00000	1.52	17.29	10.02	85
			-0.41038	0.00	4.41	0.00	
2	2.175	0.2975	0.27635	1.01	10.57	5.89	144
			-0.25663	1.13	11.38	4.87	
3	3.263	0.1488	0.51904	0.51	8.79	4.60	184
			-0.16439	0.56	21.37	2.43	
4	4.350	0.0000	0.59993	0.00	8.79	4.60	184
			-0.13364	0.00	24.70	0.00	
5	5.438	0.1488	0.51904	0.51	8.79	4.60	184
			-0.16439	0.56	21.37	2.43	
6	6.525	0.2975	0.27635	1.01	10.57	5.89	144
			-0.25663	1.13	11.38	4.87	
7	7.613	0.4463	0.00000	1.52	17.29	10.02	85
			-0.41038	0.00	4.41	0.00	
8	8.700	0.5609	0.00000	1.91	41.67	10.02	85
			-0.88167	0.00	4.41	0.00	

Travee No 3 : (0.400 x 0.800) Hauteur utile d = 0.735 m
(b=1.800;hf=0.150) Largeur de Table efficace = 1.769 m

K	Absc. m	V MN	M(MNm) Max/Min	v MPa	Aciers(cm2 ou cm2/m: Sup/Inf	Trans	4HA 6 Espac
0	0.000	0.6354	0.00000	2.16	41.67	12.95	87
			-0.88167	0.00	4.41	0.00	
1	1.006	0.5320	0.00000	1.81	17.88	12.95	87
			-0.42329	0.00	4.41	0.00	
2	2.013	0.3943	0.36187	1.34	8.79	9.13	124
			-0.20486	1.54	14.90	6.63	
3	3.019	0.2567	0.64785	0.87	8.79	4.60	246
			-0.03909	1.00	26.67	4.32	
4	4.025	0.1190	0.79531	0.40	0.00	4.60	246
			0.00000	0.46	32.75	2.00	
5	5.031	0.0597	0.80426	0.20	0.00	4.60	246
			0.00000	0.23	33.11	1.00	
6	6.038	0.1974	0.67469	0.67	0.00	4.60	246
			0.00000	0.77	27.78	3.32	
7	7.044	0.3351	0.40660	1.14	0.00	4.60	246
			0.00000	1.31	16.74	5.63	
8	8.050	0.4454	0.00000	1.51	0.00	4.60	246
			-0.00000	0.00	16.74	0.00	

```
La Deuxieme Ligne des Aciers Tranversaux
est relative a la Liaison Table-Nervure


DECALAGE DES ARRETS DE BARRES = Ld + Max( d ; 12 Phi )    ( pour Ld voir plus haut)

-----------------------------------------
:      VALEURS MAXIMALES      : ADMISSIBLES :
-----------------------------------------
: Moment Reduit      =  0.816 :   1.000     : OK
: Cisaillem.  Ame    =  2.161 :    4.53     : OK
: Cisaillem.  Table  =  1.538 :    4.53     : OK

-------------------------------------------------------------------------
: Pourcentage maximum d'Acier=  1.42% par rapport a  la Nervure         :
: Pourcentage maximum d'Acier=  0.83% par rapport a  (Nervure + Table) :
-------------------------------------------------------------------------


Quantites Estimees
------------------
Aciers Longitudinaux = 1059.8 kg
Aciers Transversaux  =  146.2 kg
      Total Aciers   = 1206.0 kg
Quantite Beton(Nerv.)=  7.49 m3
Quantite Coffrage    = 39.78 m2
Densite Acier        =161.06 kg/m3
```

ERRATA : ANNALES N° 479 - DÉCEMBRE 1989 - IA/68
M. Henry THONIER - LA POUTRE CONTINUE SUR MICRO-ORDINATEUR

Le listing du programme POCO est à modifier ainsi :

page 138
```
870  IF U(1)=17 THEN P1(J)=U(2):A1(J)=-U(3):IF A1(J)=0 THEN A1(J)=-.0001
875  GOTO  900
```

page 142
```
2790 IF CAS=10 THEN LPRINT TITRE$:LPRINT: CHAIN"POCO10"
```
page 144
```
4140 AX=-A1(I):U2=AX
```
page 144
```
4180 IF LX>.95*L(J) THEN 4220
```
page 144
```
4210 U1=LX-AX:U2=LX+AX-L(J)
```
page 144
```
4230 OD(J)=OD(J)+PY*AX*U1*(LX+U2)/6/LY
```
page 149
```
6780 FB=-(P3+P4/5)*A4^4/24+VA*A4^3/6+MA*A4*A4/2+OA*A4+FA
```
page 150
```
7070 IF CAS<3 THEN LPRINT"BAEL 90":GOTO 7140
```
page 150
```
7120
```

La POUTRE CONTINUE sur MICRO-ORDINATEUR

Planchers - Dalles BAEL - Programme « PLADA »

Henry THONIER

Cet article constitue la troisième des neuf parties de l'étude de Henry THONIER sur « la poutre continue sur micro-ordinateur ».

PROGRAMME « PLADA »

A. GÉNÉRALITÉS

Le programme est le reflet de l'annexe du BAEL. concernant le calcul des planchers-dalles, avec les mêmes restrictions d'emploi et conditions d'appui sur les rives.

Le découpage en portiques de rive ou intermédiaires devra être réalisé préalablement à l'introduction des données (fig. 1)

Conditions d'emploi :

- Tous les poteaux intérieurs sont identiques $B_p \times H_p$
- Tous les poteaux d'angle sont identiques $\frac{B_p}{2} \times \frac{H_p}{2}$
- Tous les poteaux de rive sont identiques $\frac{B_p}{2} \times H_p$ ou $B_p \times \frac{H_p}{2}$
- Pour tout panneau, le rapport des côtés est compris entre 0,5 et 2.
- Pour les poteaux intérieurs, le rapport des côtés est compris entre 0,5 et 2.
- Pour tout poteau intérieur, la dimension du poteau est inférieure au 1/5 de la longueur du panneau dans la même direction.

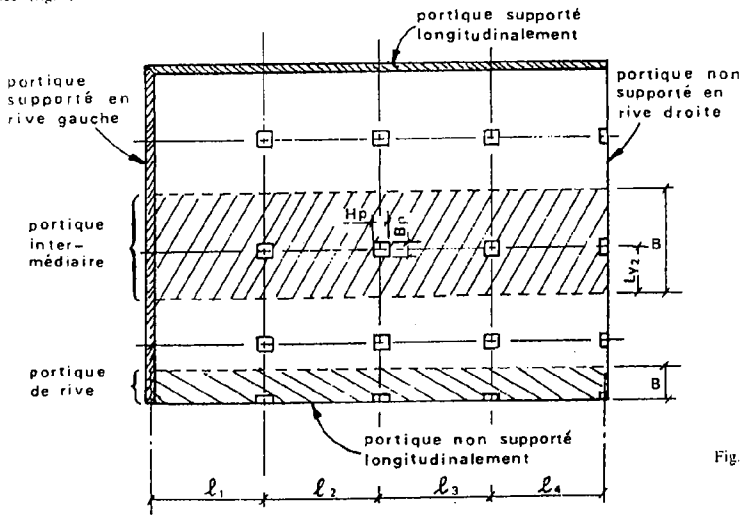


Fig. 1

Le calcul doit être effectué pour chaque portique de rive et pour chaque portique intermédiaire (sauf s'ils sont identiques évidemment), et ceci pour chaque direction.

Les aciers sont déterminés en ELU. La vérification des contraintes en ELS n'est pas faite (ce qui n'a aucune conséquence en fissuration peu préjudiciable de l'ELS).

B. DONNÉES

(A la suite des lignes 1 et 2 de « POCO »).

3e ligne.	TIT	Titre du portique étudié.
4e ligne.	NA	NA = nombre d'appuis ($2 \leqslant NA \leqslant NAT$).
5e ligne.	CODP	Poteaux de mêmes caractéristiques ? oui = 1, non = 0 Si CODP = 1 aller à la ligne 14.
6e ligne.	B_r	Epaisseur du poteau de rive gauche en mètre, dans la direction perpendiculaire à la portée.
7e ligne.	H_r	Largeur du poteau de rive gauche en m (parallèlement à la portée).
8e ligne.	K_n	Coefficient d'encastrement en tête du poteau supérieur de rive gauche : $K_n = 0$ = articulé, $K_n = 0,5$ = semi-encastré. $K_n = 1$ = encastré.
9e ligne.	K_i	Coefficient d'encastrement en pied du poteau inférieur de rive gauche.
10e ligne.	B_r	d° pour le poteau de rive droite.
11e ligne.	H_r	d°
12e ligne.	K_n	d°
13e ligne.	K_i	d°
14e ligne.	B_p	Epaisseur des poteaux centraux en m.
15e ligne.	H_p	Largeur des poteaux centraux en m.
16e ligne.	K_n	Coefficient d'encastrement en tête de poteau supérieur central (de 0 à 1).
17e ligne.	K_i	Coefficient d'encastrement en pied de poteau inférieur central (de 0 à 1).
18e ligne.	H_n	Hauteur d'étage supérieur (de dessus de plancher à dessus de plancher) en m.
19e ligne.	H_i	Hauteur d'étage inférieur (de dessus de plancher à dessus de plancher) en m.
20e ligne.	h	Epaisseur de la dalle en mètre.
21e ligne.	d	Hauteur utile de la dalle en m.
22e ligne.	B	Largeur de la traverse du portique en m.
23e ligne.	CONS	Y a-t-il des consoles : oui = 1, non = 0 Si CONS = 0 aller à la ligne 30.

24e ligne.	l_g	Longueur de la console gauche en mètres.
25e ligne.	g_g	Charge permanente de la console gauche en kN/m².
26e ligne.	q_g	Charge variable d'exploitation de la console gauche (kN/m²).
27e ligne.	l_d	Longueur de la console droite en mètres.
28e ligne.	g_d	Charge permanente de la console droite en kN/m².
29e ligne.	q_d	Charge variable d'exploitation de la console droite (kN/m²).
30e ligne.	Tid	Travées de mêmes portées ? oui = 1, non = 0 Si Tid = 0, aller à la ligne 32.
31e ligne.	l	Portée entre axes identique pour toutes les travées en m, puis aller en ligne 33.
32e ligne.	l_i	Portée entre axes pour chaque travée i. Ecrire NA − 1 lignes de ce type.
33e ligne.	C_g	La charge permanente est-elle identique sur toutes les travées ? : oui = 1, non = 0 Si C_g = 0 aller à la ligne 35.
34e ligne.	g	Charge permanente identique pour toutes les travées en kN/m², puis aller à la ligne 36.
35e ligne.	g_i	Charge permanente sur la travée i en kN/m². Ecrire NA − 1 lignes de ce type.
36e ligne.	C_q	La charge variable d'exploitation est-elle identique sur toutes les travées ? : oui = 1, non = 0 Si C_q = 0, aller à la ligne 38.
37e ligne.	q	Charge variable d'exploitation identique sur toutes les travées en kN/m², puis aller à la ligne 39.
38e ligne.	q_i	Charge variable d'exploitation pour chaque travée i en kN/m². Ecrire NA − 1 lignes de ce type.
39e ligne.	f_{c28}	Résistance caractéristique du béton en MPa.
40e ligne.	C_a	Calcul des aciers ? : oui = 1, non = 0 Si C_a = 0, aller à la ligne 47.
41e ligne.	f_e	Limite élastique des aciers en MPa.
42e ligne.	Pir	Pir = 1 pour un portique de rive, aller en ligne 44 Pir = 2 pour un portique intermédiaire, aller en ligne 43.
43e ligne.	L_{n2}	Largeur du demi-panneau inférieur en m (voir figure 1) A n'écrire que si Pir = 2.
44e ligne.	S_g	Le portique est-il supporté le long de la rive gauche ? : oui = 1, non = 0.
45e ligne.	S_d	Le portique est-il supporté le long de la rive droite ? : oui = 1, non = 0.
46e ligne.	S_l	Le portique est-il supporté longitudinalement ? : oui = 1, non = 0. (A n'écrire que si Pir = 1).
47e ligne.	Cti	Cti = 1 pour effectuer un nouveau calcul de portique puis retour ligne 3. Cti = 0 pour fin de calcul.

C. EXEMPLE (fig. 2)

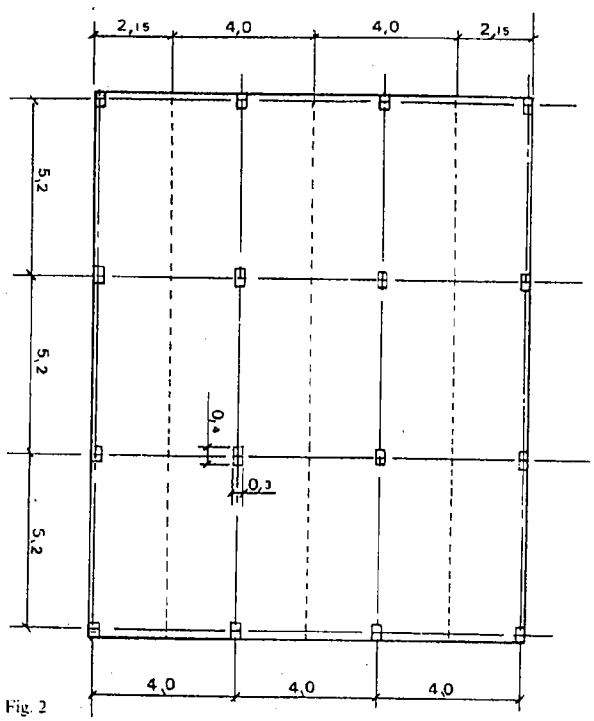


Fig. 2

1. Données

Tous les poteaux : 0,40 × 0,30.

On vérifie bien les conditions sur les poteaux et les portées.

On a 2 portiques de rive identiques et 2 portiques intermédiaires identiques.

```
PLANCHER HAUT RDC ' Titre général
11    ' Plancher-dalle
PORTIQUE INTERMÉDIAIRE (EST-OUEST)
4     ' appuis
1     ' poteaux identiques
0.3   ' épaisseur des poteaux
0.4   ' largeur des poteaux
1     ' poteau supérieur encastré en tête
1     ' poteau inférieur encastré en pied
3.1   ' hauteur d'étage au-dessus
3.1   ' hauteur d'étage au-dessous
0.2   ' épaisseur de la dalle
0.17  ' hauteur utile de la dalle
4     ' largeur du portique
0     ' pas de console
1     ' travées de même portée
5.2   ' portée
1     ' charge permanente identique
5     ' g
1     ' charge variable identique
2.5   ' q
25    ' fc28
1     ' calcul des aciers
400   ' fe
2     ' portique intermédiaire
2     ' largeur demi-panneau inférieur
0     ' portique non supporté en rive gauche
0     ' id en rive droite
1     ' retour au titre pour un nouveau portique
```

PORTIQUE DE RIVE (EST-OUEST)

```
4     ' appuis
1     ' poteaux identiques
0.3   ' épaisseur des poteaux
0.4   ' largeur des poteaux
1     ' poteau supérieur encastré en tête
1     ' poteau inférieur encastré en pied
3.1   ' hauteur d'étage au-dessus
3.1   ' hauteur d'étage au-dessous
0.2   ' épaisseur dalle
0.17  ' hauteur utile dalle
2.15  ' largeur portique
0     ' pas de console
1     ' travées de même portée
5.2   ' portée
1     ' mêmes charges permanentes
5     ' g
1     ' mêmes charges variables
2.5   ' q
25    ' f_c28
1     ' calcul des aciers
400   ' f_e
1     ' portique de rive
0     ' non supporté en rive gauche
0     ' non supporté en rive droite
0     ' non supporté longitudinalement
1     ' retour titre nouveau portique
```

PORTIQUE INTERMÉDIAIRE (NORD-SUD)

etc.

POCO

```
Titre? Plancher 3eme Etage

Reglement de Calcul:
--------------------

0= BAEL,Entre Nus (Charges Statiques)
1= BAEL,Entre Axes,au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
2= BAEL,Entre Axes (Appuis Ponctuels,Maconnerie),avec Ecretage Va/4
3= ACI-318,Entre Axes au Droit de l'Appui
4= ACI-318,Id+Decalage Moment Va/6
5= ACI-318,Entre Axes,avec Ecretage Va/4
6= BS-8110,avec Ecretage Va/4
7= DIN-1045,avec Ecretage Va/4
8= EUROCODE 2,Entre Axes ou au Droit de l'Appui
10= BPEL,Dalles de Plancher
11= BAEL,Planchers-Dalles
12= Construction Metallique (Portee entre Axes)

              =? 11
```

PLADA

```
Nom du Portique=? Sens Est-Ouest
Nombre d'Appuis en Continuite (N>2):=? 4
Poteaux de Memes Caracteristiques (Oui=1 ,Non=0)=? 1
Appuis Centraux        :Bp (m)    =? 0.3
Appuis Centraux        :Hp (m)    =? 0.4
Appuis Centraux        :Kn        =? 1
Appuis Centraux        :Ks        =? 1

Hauteur d'Etage Nord (Entre Planchers Superieurs) (m)=? 3.1
Hauteur d'Etage Sud  (Entre Planchers Superieurs) (m)=? 3.1
Epaisseur Dalle      (m)     =? 0.2
Hauteur Utile        (m)     =? 0.17
Largeur Traverse: B  (m)     =? 4
Y-a-t-il des Consoles (Oui=1 ,Non=0)= ? 0

Travees de meme Portee (Entre Axes) (Oui=1 ,Non=0)? 1
Portee (Entre Axes)  (m) =? 5.2
Charges Permanentes Identiques sur Travees (Oui=1 ,Non=0)? 1
Charge Permanentes sur Travees      (kN/m2)   =? 5
Charges Variables   Identiques sur Travees (Oui=1 ,Non=0)? 1
Charges Variables sur Travees       (kN/m2)   =? 2.5
fc28 Beton (MPa)=? 25


Calcul Acier (Oui=1 ,Non=0)=? 1
Limite Elastique de l'Acier (MPa)=? 500
Portique Intermediaire=2 ;Portique de Rive=1 ;=? 2
Largeur Demi-Panneau Inferieur: Ly2 (m)  (Voir dessin)=2
Portique Supporte Rive Gauche (Oui=1 ,Non=0) =? 0
Portique Supporte Rive Droite (Oui=1 ,Non=0) =? 0
Autre Portique (Oui=1 ,Non=0)=? 0
```

2. Résultats

Plancher 3eme Etage

```
**************************************************************************

                OOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOO
                O                PLANCHER DALLE                  O
                O      MOMENTS ENVELOPPE . SECTIONS d'ACIER      O
                OOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOOO


                   (Vue en Plan :Portique Decoupe selon BAEL 90)
                   /----------Lx-------------/
                   I                        I
                   -                        -
              /----|*|======================|*|===========/
              I    -                        -
              I    I
              Ly   I
         /----|----+----------------------------------------
         I    I    I
         I    I    I
         I    I    -                        -   /
         I    /----|*|========/==============|*|==|Bp====
         B         -        I               -   /
         I         I        I              /-/
         I         I      Ly2              Hp
         I         I       I
         I         I       I
         /---------+-------/--------------------------------


ATTENTION:  Domaine d'Utilisation du Programme.    BAEL 90
*********  ---------------------------------

            Art. E.4.0.2...1.Piliers Interieurs Identiques (Bp*Hp)
                            2. Piliers d'Angle de Sections Identiques (>Bp/2*Hp/2)
                            3. Piliers de Rive de Sections Identiques (>Bp/2*Hp ou Bp*Hp/2)

            Art.E.4.0.4....1. Ly/2 <= Lx <= 2*Ly  (Pour tout panneau)
                            2. Bp/2 <= Lxo/5 ; Bp <= Lyo/5
                            3. Hp <= Lxo/5 ; Bp <= Lyo/5
            (Lxo et Lyo : Dimensions du Panneau de plus Petite Surface).

 Kn(ou Ks): Coefficient d'Encastrement Nord (ou Sud)
         Articule: K=0   .Semi-encastre: K=0.5   .Encastre: K=1

PORTIQUE:Sens Est-Ouest
*********


DONNEES
=======

Hauteur d'Etage Nord:   3.100 m
Hauteur d'Etage Sud :   3.100 m
```

Appui No	Bp	Hp	Kn	Ks
1	0.300	0.400	1.0	1.0
2	0.300	0.400	1.0	1.0
3	0.300	0.400	1.0	1.0
4	0.300	0.400	1.0	1.0

Epaisseur Dalle: 0.200 m
Largeur Traverses: 4.000 m
Hauteur Utile: 0.170 m

Travee ou Console	Portee m	Ch.Perm kN/m2	Ch.Var. kN/m2
1	5.200	5.00	2.50
2	5.200	5.00	2.50
3	5.200	5.00	2.50

*** MOMENTS ENVELOPPE (kNm) ***

Appui No	Min aGauche	Min aDroite	Max aGauche	Max aDroite
1	0.0	-55.1	0.0	-23.8
2	-99.5	-94.8	-57.9	-54.0
3	-94.8	-99.5	-54.0	-57.9
4	-55.1	0.0	-23.8	0.0

Trav. No	Min Mi-Trav	Max Mi-Trav
1	26.8	69.9
2	13.6	56.0
3	26.8	69.9

REMARQUE :Erreur Inferieure à 1% Quand Poteaux de Rive et Centraux
ont des Sections Differentes.

fc28 Beton : 25.0 MPa

*** Eff. Tranch. - Chapeaux ***

NOTA: 1ere Ligne ---:Longueur Chapeau (m) (a partir axe appui)
       2eme Ligne ---:Effort Tranchant (V) kN
       3eme Ligne ---:Av/s (cm2/m) (-1 signifie:Section Insuffisante)

Appui No:	Gauche	Droite
1	0.000	0.614
	0.00	94.28
	0.00	0.00
2	1.259	1.433
	109.66	100.80
	0.00	0.00
3	1.433	1.259
	100.80	109.66
	0.00	0.00
4	0.614	0.000
	94.28	0.00
	0.00	0.00

```
**************************
* Repartition des Aciers *
**************************

Limite Elastique de l'Acier: 500.0 MPa

ACIERS INFERIEURS
-----------------

                NOTA:     1ere Ligne ---:Largeur  (m).
                          2eme Ligne ---:Moment  (kNm).
                          3eme Ligne ---:Aciers  (cm2/m).
```

Trav. No	Demi-Bande Centrale Superieure: Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit	Bande sur Appui: Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit	Demi-Bande Centrale Inferieure: Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit
1	1.475	1.000	1.475	1.050	2.000	1.050	1.475	1.000	1.475
	0.00	13.99	0.00	0.00	20.98	0.00	0.00	13.99	0.00
	0.000	1.926	0.000	0.000	2.915	0.000	0.000	1.926	0.000
2	1.475	1.000	1.475	1.050	2.000	1.050	1.475	1.000	1.475
	0.00	11.19	0.00	0.00	16.79	0.00	0.00	11.19	0.00
	0.000	1.536	0.000	0.000	2.320	0.000	0.000	1.536	0.000
3	1.475	1.000	1.475	1.050	2.000	1.050	1.475	1.000	1.475
	0.00	13.99	0.00	0.00	20.98	0.00	0.00	13.99	0.00
	0.000	1.926	0.000	0.000	2.915	0.000	0.000	1.926	0.000

```
Metre Approche (par exces): 121.568 kg

 Soit  1.948 kg/m2

ACIERS SUPERIEURS
-----------------

                NOTA:     1ere Ligne ---:Largeur  (m).
                          2eme Ligne ---:Moment  (kNm).
                          3eme Ligne ---:Aciers  (cm2/m).
```

Trav. No	Demi-Bande Centrale Superieure: Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit	Bande sur Appui: Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit	Demi-Bande Centrale Inferieure: Appui Gauche	Mi Trav.	Appui Droit
1	1.475	1.000	1.475	1.050	2.000	1.050	1.475	1.000	1.475
	5.51	0.00	11.94	22.03	0.00	37.81	5.51	0.00	11.94
	1.020	0.000	1.106	6.003	0.000	10.795	1.020	0.000	1.106
2	1.475	1.000	1.475	1.050	2.000	1.050	1.475	1.000	1.475
	11.38	0.00	11.38	36.03	0.00	36.03	11.38	0.00	11.38
	1.054	0.000	1.054	10.230	0.000	10.230	1.054	0.000	1.054
3	1.475	1.000	1.475	1.050	2.000	1.050	1.475	1.000	1.475
	11.94	0.00	5.51	37.81	0.00	22.03	11.94	0.00	5.51
	1.106	0.000	1.020	10.795	0.000	6.003	1.106	0.000	1.020

```
Metre Approche (par exces):  72.859 kg

 Soit  1.168 kg/m2

Densite totale d'acier=  3.116 kg/m2
**********************************************************************
```


PLB

LA POUTRE CONTINUE SUR MICRO-ORDINATEUR

Planchers précontraints règlement BPEL- programme « PLBP »

Henry THONIER

PLANCHER PRÉCONTRAINT par TORONS NON-ADHÉRENTS

A. MÉTHODE

1. Principe de calcul

Les dalles (ou plus rarement les poutres) sont calculées en flexion composée de béton armé en retenant les hypothèses suivantes :

- la section est supposée non-fissurée en ELS si la contrainte de traction est inférieure à $1{,}5\,f_{tj}$,
- le béton reste entièrement comprimé sous charges de longue durée (quasi-permanentes),
- la surtension des aciers de précontrainte n'est pas prise en compte,
- les calculs peuvent être faits en utilisant un tracé de câble théorique constitué d'une seule parabole par travée, le tracé réel étant aménagé par de faibles retouches suivant les modalités indiquées dans l'exposé ci-après.

L'avantage du procédé consiste en une méthode de calcul simple et dans l'obtention de flèches très réduites sous charges permanentes en compensant leur action par la réaction de courbure du câble de précontrainte.

2. Méthode de calcul. Choix du tracé

On pourra rechercher :

- de satisfaire à la condition de non-traction du béton sous charges de longue durée, ce qui définira une précontrainte minimale P_0,
- de compenser l'action des charges permanentes et d'avoir, de ce fait, des déformations pratiquement nulles sous ces charges, au moyen d'une précontrainte P_1 ($P_1 > P_0$),
- de mettre en œuvre toute précontrainte P comprise entre P_0 et P_1 (voire supérieure à P_1 dans des limites qui n'entraîneraient pas de traction du béton sur la face opposée au câble).

a) Tracé théorique

Le tracé théorique retenu sera celui qui utilise au mieux l'excentricité du câble sur appuis et en travées. Si l'on désigne par d' la distance minimale, pour des raisons d'enrobage, du centre de gravité du câble à la face extérieure du béton, l'amplitude de tracé (ou flèche) vaut :

$$\delta = h - 2\,d' \qquad (1)$$

On gardera une excentricité nulle aux deux appuis d'extrémité. L'action de la précontrainte se ramène donc, par la méthode externe, à (fig. 1) :

- une charge verticale ascendante uniforme p si le tracé est parabolique,
- une charge concentrée sur appui due aux points anguleux du câble,
- une charge concentrée à l'ancrage se traduisant par une compression centrée de la dalle et un effort vertical transmis directement dans l'appui.

Le moment total de précontrainte (isostatique et hyperstatique) est calculé avec le chargement p_1, p_2, p_3, p_4... sur la poutre continue.

La charge répartie p_i est donnée par la formule (*)

$$p_i = \frac{-8\,P\delta}{l_i^2} \qquad (2)$$

pour les travées centrales de « flèche » δ et

$$p_i = \frac{-6\,P\delta}{l_i^2} \qquad (3)$$

pour les travées de rive de flèche $0{,}75\,\delta$.

(*) L'équation du câble est $y = \frac{\delta}{(l/2)^2}\,x^2$, la courbure $\frac{1}{r} = y'' = \frac{8\,\delta}{l^2}$, d'où $p = \frac{P}{r} = \frac{8\,P\delta}{l^2}$.

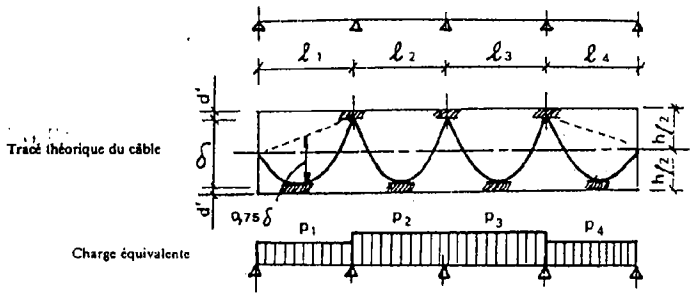


Fig. 1. — Tracé théorique et charge équivalente.

b) Tracé réel

Les points anguleux du tracé théorique ne peuvent être acceptés pour la réalisation du câble, sauf à disposer de deux ancrages sur chaque appui intermédiaire (solution coûteuse).

On disposera alors d'un tracé continu en arrondissant les angles sur appui par des paraboles de longueur l de part et d'autre de l'appui (fig. 2).

FORMULATION GÉNÉRALE	
Travée intermédiaire	
$p_1 = \frac{4\,P\delta}{\lambda L^2}$	$p_2 = \frac{-4\,P\delta}{(0{,}5 - \lambda)\,L^2}$
Travée de rive :	
$p_1 = -\frac{P\delta}{\mu^2 L^2}$	$p_2 = \frac{2\,P\delta}{(1-\mu)\,\lambda L^2}$

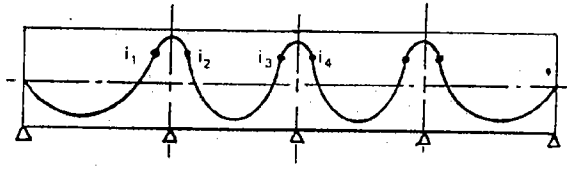


Fig. 2. — Tracé réel.

TRAVÉE INTERMÉDIAIRE (fig. 3)

La parabole inférieure a son tracé légèrement modifié pour se raccorder avec une tangente commune à la parabole d'appui.

$$p_1 = \frac{P}{r_1} = \frac{2\,P\,(e_1 - e_2)}{(0{,}1\,l)^2} = \frac{40\,P\delta}{l^2} \qquad (4)$$

et

$$p_2 = -\frac{P}{r_2} = -\frac{10\,P\delta}{l^2} \qquad (5)$$

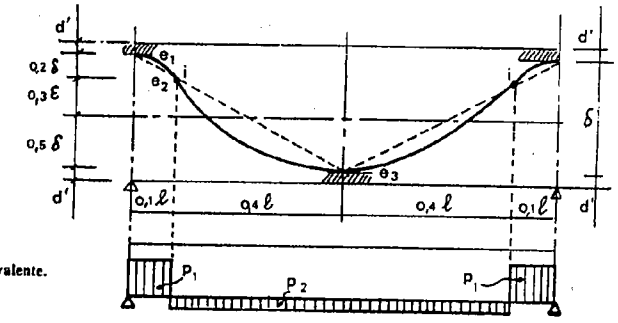


Fig. 3. — Charge équivalente. (avec $\lambda = 0{,}1$).

TRAVÉE DE RIVE (fig. 4)

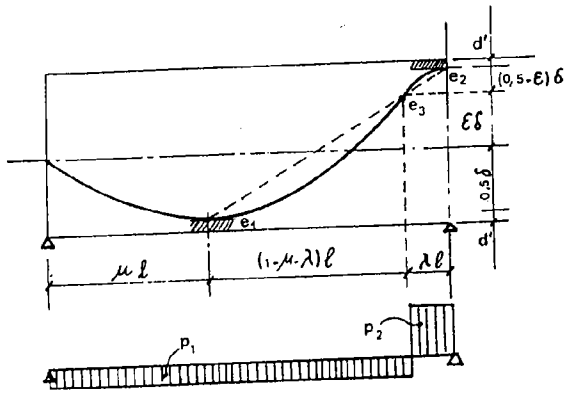


Fig. 4. — Charge équivalente.

REMARQUE. La parabole de travée est déterminée par :

- un raccordement avec tangente commune à l'abscisse 0,9 l avec la parabole d'appui ($\lambda = 0,1$),
- une excentricité minimale e_1 égale à $-0,5\,\delta$ à l'abscisse μl,
- une excentricité nulle sur l'appui de rive.

On démontre que :

$$\mu = \frac{\lambda - 2 + \sqrt{(\lambda-2)^2 + 4(1-\lambda)}}{2} \text{ avec } \lambda = 0,1$$

d'où

$$\mu = 0,392572 \text{ et } e_3 = e_1 + (e_2 - e_1)\frac{1-\lambda-\mu}{1-\mu} = \varepsilon\delta$$

avec $e_1 = -\delta/2$ et $e_2 = \delta/2$

d'où $e_3 = \varepsilon\delta = \dfrac{0,8-\mu}{1-\mu} \times \dfrac{\delta}{2} = 0,33537\,\delta$

Les charges équivalentes valent :

$$p_1 = -P/r_1 = \frac{2e_1 P}{\mu^2 l^2} = -6,48875\,\frac{P\delta}{l^2}$$

$$p_2 = P/r_2 = \frac{2P(e_2 - e_3)}{\lambda^2 l^2} = 32,9257\,\frac{P\delta}{l^2}$$

$$\boxed{p_1 = -6,49\,\frac{P\delta}{l^2} \qquad p_2 = 32,93\,\frac{P\delta}{l^2}} \quad (6)\ (7)$$

3. Détermination de l'effort de précontrainte

On suppose, pour l'exposé, que l'effort de précontrainte est constant tout le long de la travée. En effet, les pertes de précontrainte par frottement sont relativement faibles car le tracé, de faible amplitude verticale donne des variations angulaires faibles et les coefficients de frottement des torons graissés sont également peu importants.

a) Recherche de la précontrainte minimale interdisant toute traction dans le béton sous charges permanentes (tracé théorique).

La condition à satisfaire en chaque point est :

$$\frac{P}{S} \pm \frac{M_g + M_p}{I/v} \geqslant 0 \qquad (8)$$

avec M_g = moment dû aux charges permanentes
M_p = moment total de précontrainte,
$S = bh$
$I/v = bh^2/6$.

Or, dans chaque travée, on peut écrire les moments sous la forme $M_g = gl^2/k_1$ et $M_p = pl^2/k_2$ d'après (2) et (3) avec $P = \dfrac{pl^2}{8\delta}$ en travée intermédiaire et $P = \dfrac{pl^2}{6\delta}$ en travée de rive, d'où l'inéquation à vérifier :

$$\frac{ph}{k_3\delta} \pm 6\left(\frac{g}{k_1} + \frac{p}{k_2}\right) \geqslant 0 \qquad (9)$$

avec $k_3 = 8$ pour une travée intermédiaire et 6 pour une travée de rive.

Si l'on pose $\beta = -g/p$, on obtient la double inéquation à vérifier :

$$\boxed{\frac{k_1}{k_2} - \frac{k_1 h}{6 k_3 \delta} \leqslant \beta \leqslant \frac{k_1}{k_2} + \frac{k_1 h}{6 k_3 \delta}} \qquad (10)$$

La valeur de β, donc de $p = -g/\beta$ et de $P = \dfrac{pl^2}{k_3\delta}$ est déterminée par la plus grande valeur donnée par les deux membres de l'inéquation (10) pour toute section sur appui et en travée.

b) Recherche de la précontrainte compensant les charges permanentes.

Les charges permanentes sont compensées si, *en chaque section*, on a $M_g + M_p = 0$.

Ceci est impossible à réaliser exactement car :

- le chargement dû à g est uniforme sur toutes les travées (fig. 6, tableau 1),
- le chargement dû à p est différent pour les travées de rive et pour les travées intermédiaires (fig. 6, tableau 2),

sauf si :

- les travées intermédiaires sont de portées identiques,

et si

- les travées de rive ont une portée égale à $l/\sqrt{3}/2$ (d'après les équations 2 et 3).

Sinon on peut essayer de trouver une *compensation moyenne* des charges permanentes, par exemple en utilisant les moments sur appuis et à mi-travée.

La condition ci-dessus s'écrit en chaque section i

$$\sum M_{gi} + P \sum \mu_{pi} = 0$$

avec μ_{pi} = moment dû à la précontrainte unité dans la section i d'où :

$$\boxed{P = -\frac{\sum M_{gi}}{\sum \mu_{pi}}} \qquad (11)$$

soit $\dfrac{\sum g_i l_i^2}{k_{1i}} + \dfrac{\sum p_i l_i^2}{k_{2i}} = 0$ avec $p_i = -\dfrac{8P\delta}{l_i^2}$

on obtient $\dfrac{\sum g_i l_i^2}{k_{1i}} = 8P\delta \sum \dfrac{1}{k_{2i}}$

d'où $$P = \frac{1}{8\delta} \times \frac{\sum \frac{g_i l_i^2}{k_{1i}}}{\sum \frac{1}{k_{2i}}} \qquad (12)$$

4. Application à des dalles continues de portées identiques et soumises à des chargements identiques sur toutes les travées

a) Action de l'effort de précontrainte

La charge radiale perpendiculaire au câble et donc sensiblement verticale, due à la précontrainte vaut $p = \dfrac{-P\delta}{8l^2}$ en travée intermédiaire et $0,75\,p$ en travée de rive (fig. 5).

Un tableau de calcul (tableau 2 en annexe) permet de calculer les moments sur appuis et à mi-travée dus à la précontrainte.

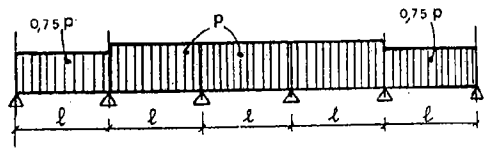


Fig. 5.

b) Action dues aux charges permanentes et variables (fig. 6)

Les moments dus aux charges permanentes et variables peuvent être calculés à l'aide des tableaux 1, 3 et 4 de l'annexe.

Fig. 6.

TABLEAU 1

Chargement identique sur toutes les travées.

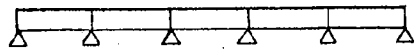


TABLEAU 2

Chargement 0.75 sur les travées de rive.

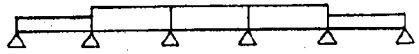


TABLEAU 3

Chargement identique sur les travées impaires.

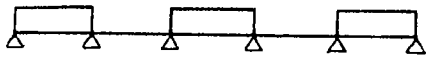
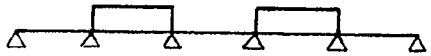


TABLEAU 4

Chargement identique sur les travées paires.



Ces tableaux donnent les valeurs des coefficients k permettant de calculer le moment dû à une charge p, q ou g par $M = pl^2/k$

Remarque : on pourra utiliser la méthode de CAQUOT, en particulier pour des travées de portées différentes avec $M_i = -\dfrac{p_i l_i'^3 + p_{i+1} l_{i+1}'^3}{8{,}5\,(l_i + l_{i+1})}$ pour une charge p_i (permanente, précontrainte ou variable) et des portées fictives $l_i' = l_i$ pour les travées de rive et $l_i' = 0{,}8\,l_i$ pour les travées intermédiaires.

5. Application numérique

a) **Données**

- Dalle de 5 travées de portée 8,00 m,
- Béton : $f_{c28} = 25$ MPa
- Acier passif : $f_e = 400$ MPa,
- Epaisseur de 1/30 à 1/50* de la portée : $h = 0{,}20$ m,
- Précontrainte par monotoron T 13 ou T 15, gainé graissé de 20 mm de diamètre extérieur (d'où $d' = 1{,}5\,\varnothing_g = 30$ mm).
- Charges d'exploitation : $q = 2{,}5$ kN/m².

b) **Moments extérieurs** : charges permanentes et variables.

- Charges permanentes :
  $g = 24{,}5 \times 0{,}2 = 4{,}9$ kN/m²
  $gl^2 = 313{,}6$ kNm
- Charges variables :
  $q = 2{,}5$ kN/m²
  $ql^2 = 160$ kNm

Moments en kNm		mi-travée 1	appui 2	mi-travée 2	appui 3	mi-travée 3
Charges permanentes (tableau 1)	$k_1 =$	13,82	− 9,50	30,40	− 12,67	21,71
	$M_g =$	22,69	− 33,01	10,32	− 24,75	14,44
Charges variables (tableau 3)	$k_3 =$	10,13	− 19	− 21,71	− 25,33	11,69
	$M_q =$	15,79	− 8,42	− 7,37	− 6,32	13,69
(tableau 4)	$k_4 =$	− 38,00	− 19	12,67	− 25,33	− 25,33
	$M_q =$	− 4,21	− 8,42	12,63	− 6,32	− 6,32
(tableau 1)	$k_4 =$	13,82	− 9,50	30,40	− 12,67	21,71
	$M_q =$	11,58	− 16,84	5,26	− 12,63	7,37
	$M_{q\,max}$	15,79	− 8,42	12,63	− 6,32	13,69
	$M_{q\,min}$	− 4,21	− 16,84	− 7,37	− 12,63	− 6,32

c) **Détermination de la précontrainte minimale : P_0**

Calcul des membres de l'inéquation (10) :

$\delta = h - 2\,d' = 0{,}2 - 2 \times 0{,}03 = 0{,}14$ m

	mi-travée 1	appui 2	mi-travée 2	appui 3	mi-travée 3	Rem.
k_1 (dû à g)	13,82	− 9,50	30,40	− 12,67	21,71	Tableau 1
k_2 (dû à p)	20,27	− 11,26	25,33	− 12,16	23,38	Tableau 2
k_3	8*	8*	8	8	8	
$\dfrac{k_1}{k_2} + \dfrac{k_1 h}{6\,k_3\,\delta}$	1,093	1,126	2,105	1,419	1,575	
$\dfrac{k_1}{k_2} - \dfrac{k_1 h}{6\,k_3\,\delta}$	0,270	0,561	0,295	0,665	0,282	

(*) 8 et non 6 dans la première travée car le coefficient k_1 tient compte d'une charge 0,75 p dans la travée de rive.

On doit donc avoir $0{,}665 < \beta < 1{,}093$.

Soit $p = \dfrac{-g}{1{,}093} = -4{,}483$ kN/m² $\rightarrow P_0 \geqslant \dfrac{-pl^2}{8\,\delta} = 256{,}1$ kN

$P_0 = 257$ kN $= 0{,}257$ MN.

d) **Précontrainte compensant en moyenne les charges permanentes : P_1**

Par application de la formule (11) avec $l = 8$ m ; $g = 4{,}90$ kN/m² ; $\delta = 0{,}14$ m, on trouve :

$$P_1 = \frac{1}{8 \times 0{,}14} \times \frac{4{,}9 \times 64 \sum 1/k_{1i}}{\sum 1/k_{2i}}$$

$$P_1 = 280 \times \frac{1/13{,}82 + 1/9{,}5 + 1/30{,}4 + 1/12{,}67 + 0{,}5/21{,}71}{1/20{,}27 + 1/11{,}26 + 1/25{,}33 + 1/12{,}16 + 0{,}5/23{,}38}$$

$P_1 = 280 \times 1{,}1086 = 310{,}4$ kN $\rightarrow P_1 = 0{,}311$ MN

6. Vérification des contraintes et détermination des aciers (tracé théorique) avec $P_0 = 0{,}257$ MN

a) **Vérification des contraintes en ELS**

La contrainte de compression moyenne vaut $\sigma = \dfrac{P_0}{h} = 1{,}285$ MPa, la charge due à la précontrainte :

$$p = \frac{-8\,P_0\,\delta}{l^2} = -\frac{8 \times 0{,}257 \times 0{,}14}{64} = -4{,}50 \text{ kN/m}^2$$

(et 0,75 p en travée de rive)

			mi-travée 1	appui 2	mi-travée 2	appui 3	mi-travée 3
Moments en kNm	dus à g : gl^2/k_1	M_g	22,69	− 33,01	10,92	− 24,75	14,44
	dus à p : pl^2/k_2	k_2	20,27	− 11,26	25,33	− 12,16	23,38
	(Tableau 2)	M_p	− 14,20	25,56	− 11,36	23,67	− 12,31
	dus à q : ql^2/k_4	M_q	15,79	− 16,84	12,63	− 12,63	13,69
Moments sous $P + g$			8,49	− 7,25	− 1,04	1,08	2,13
$P + g + q$			24,28	− 24,09	11,59	− 11,55	15,82
Contraintes minimales en MPa : $\sigma = P/S \pm Mv/I$		à vide	0,01 > 0	0,20 > 0	1,13	1,12	0,97
($\geqslant -1{,}5\,f_{c28} = -3{,}15$ MPa)		en charge	− 2,36	− 2,33	− 0,45	− 0,45	− 1,09

b) **Calculs des aciers passifs en ELU**

Contraintes de calcul : béton $\sigma_{bu} = 0{,}85\, f_{c28}/1{,}5$
$= 14{,}17$ MPa
acier $\sigma_{su} = f_e/1{,}15$
$= 347{,}8$ MPa

Hauteur utile $d = 0{,}17$ m
Précontrainte $P = P_0 = 0{,}257$ MN

	mi-travée 1	appui 2	mi-travée 2	appui 3	mi-travée 3
Moments : $1{,}35\, M_g + 1{,}5\, M_q + M_p$ kNm	40,12	− 44,26	21,52	− 28,69	27,72
Moments par rapport aux aciers tendus : $M_1 = \lvert M_u \rvert + P_0\,(d - h/2)$ MNm	0,05811	0,06225	0,03951	0,04667	0,04571
$\mu = \dfrac{M_1}{bd^2\,\sigma_{bu}}$	0,14190	0,1520	0,09648	0,11399	0,11162
$z = 0{,}5\,d\,(1 + \sqrt{1 - 2\mu})$ m	0,15693	0,15591	0,16136	0,15968	0,15990
$A_t = \left(\dfrac{M_1}{z} - P\right)/\sigma_{su} \times 10^4$ cm²	3,26	4,09	0	1,02	0,83
Acier minimal cm² $0{,}23\, bd\, \dfrac{f_{tj}}{f_e} = 2{,}05$ cm² si $A_t > 0$	3,26	4,09	0 car $A_t = 0$	2,05	2,05

REMARQUE IMPORTANTE

Pour pouvoir bénéficier au maximum de l'effort normal de précontrainte en flexion composée, il faut s'assurer que la raideur des éléments verticaux est faible. En l'absence d'effort normal P (qui serait absorbé par les éléments verticaux), on trouverait respectivement pour A_t : 7,15 7,94 3,74 5,03 et 4,86 cm².

La longueur des aciers passifs est déterminée par des calculs analogues dans les sections voisines des sections calculées jusqu'à ce que l'acier nécessaire soit nul.

7. Calcul des contraintes et aciers avec le tracé réel

a) **Charges équivalentes** (fig. 7) avec $P = P_0 = 0{,}257$ MN

Travées intermédiaires : d'après (4) et (5)

$$p_1 = \frac{40\,P\delta}{2} = 0{,}022488 \text{ MN/m}$$

$$p_2 = -\frac{10\,P\delta}{2} = -0{,}005622 \text{ MN/m}$$

Travée de rive : d'après (6) et (7)

$$p_1 = -\frac{6{,}48\,P\delta}{2} = -0{,}0036485 \text{ MN/m}$$

$$p_2 = \frac{32{,}93\,P\delta}{2} = 0{,}018513 \text{ MN/m}$$

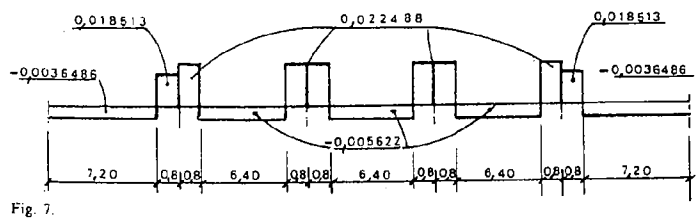


Fig. 7.

b) **Calcul des contraintes et des aciers passifs**

Un programme de calcul (POCO par exemple) permet de calculer les moments sur appuis et en travées.

ELS			mi-travée 1	appui 2	mi-travée 2	appui 3	mi-travée 3
Moments en kNm	dus à	p	− 14,56	22,24	− 14,13	21,46	− 14,52
		g	22,69	− 32,16	10,32	− 24,75	14,44
		q	15,79	− 16,41	12,63	− 12,63	13,69
	dus à	$g + p$	8,13	− 9,92	− 3,81	− 3,29	− 0,08
		$g + p + q$	23,92	− 26,33	8,82	− 15,92	13,61
Contrainte minimale $\sigma = P/S \pm Mv/I$ MPa		à vide	0,07	− 0,20	0,71	0,79	1,27
		en charge	− 2,30	− 2,66	− 0,04	− 1,10	− 0,76
Rappel des contraintes obtenues avec le tracé théorique		à vide	0	0,20	1,13	1,13	0,97
		en charge	− 2,36	− 2,26	− 0,45	− 0,45	− 0,90
ELU $M_u = 1{,}35\, M_g + 1{,}5\, M_q + M_p$			39,75	− 45,79	18,75	− 30,89	25,50
Acier tracé réel (ELU) cm²			3,18	4,40	0	1,44	0,40
Rappel tracé théorique			3,26	4,09	0	1,02	0,83
Flèches dues à en mm section non fissurée		p (E = 10 000 MPa)	11,67		8,04		8,49
		g (E = 10 000 MPa)	− 19,38	−	− 4,53	−	− 9,48
		q (E = 30 000 MPa)	− 4,98		− 3,72		− 4,14

Flèches maximales sous $p + g = -7{,}71$ mm → 1/1038e de l
$p + g + q = -12{,}69$ mm → 1/630e
en travée 1.

c) **Vérification des contraintes béton et acier.**

		mi-travée 1	appui 2	mi-travée 2	appui 3	mi-travée 3
Moments ELS	kNm	23,92	26,33	8,82	15,92	13,61
ELU	kNm	39,75	45,79	18,75	30,89	25,50
f_c = 400 MPa	A_t cm²	3,18	4,40	0	1,44	0,40
	σ_b MPa	7,17	7,58		4,35	3,63
	σ_t MPa	115,4	121,9		27,1	10,8
f_c = 500 MPa	A_t cm²	2,55	3,52		1,15	0,32
	σ_b MPa	7,48	7,95		4,37	3,63
	σ_t MPa	113,1	142,9		28,0	10,9

On constate que les contraintes dans le béton et dans l'acier sont faibles.

d) **Longueurs des aciers de la travée 1**

Aciers HA, f_e = 400 MPa.
Le tracé théorique a donné 3,25 cm²
soit HA 8 s = 0,150 (= 3,33 cm²).

Coupure N°	Abscisse m	Moment ELU MNn Tracé réel	Acier ELU A_t cm²
3	1,2	0,0232	0
4	1,6	0,0288	1,04
5	2,0	0,0333	1,91
6	2,4	0,0368	2,60
7	2,8	0,0391	3,05
8	3,2	0,0404	3,31
9	3,6	0,0406	3,35
10	4,0	0,0398	3,18
11	4,4	0,0379	2,82
12	4,8	0,0349	2,22
13	5,2	0,0308	1,42
14	5,6	0,0256	0,42
15	6,0	0,0194	0

Les aciers sont nécessaires en travée, de l'abscisse 1,20 m à 6,00 m, augmentés de deux fois le bras de levier 0,9 d soit 5,10 m.

Dans les travées centrales, du fait de la continuité, les longueurs d'acier sont encore plus courtes.

c) Equations du tracé du câble et cote du câble par rapport au fond de coffrage.

• *Travée de rive n° 1*

de 0 à 0,9 l :

$$y = \frac{h}{2} - \frac{\delta}{2} + \frac{\delta}{2}\left(\frac{x}{\mu l} - 1\right)^2 = 0,03 + 0,07\,(0,31841\,x - 1)^2$$

de 0,9 l à l :

$$y = \frac{h}{2} + \frac{\delta}{2} - 100\,\delta\left(\frac{1}{2} - \varepsilon\right)\left(\frac{x}{l} - 1\right)^2 = 0,17 - 2,3048\,(0,125\,x - 1)^2$$

• *Travée intermédiaire*

de 0 à 0,1 l :

$$y = \frac{h}{2} + \frac{\delta}{2} - 20\,\delta\left(\frac{x}{l}\right)^2 = 0,17 - 0,04375\,x^2$$

de 0,1 l à 0,9 l :

$$y = \frac{h}{2} - \frac{\delta}{2} + 5\,\delta\left(\frac{x}{l} - 0,5\right)^2 = 0,03 + 0,7\,(0,125\,x - 0,5)^2$$

de 0,9 l à l :

$$y = \frac{h}{2} + \frac{\delta}{2} - 20\,\delta\left(\frac{x}{l} - 1\right)^2 = 0,17 - 2,8\,(0,125\,x - 1)^2$$

avec $\mu = 0,392572158$ $\quad \varepsilon = 0,335371394$

Rayon de courbure minimal d'après (4) :

$$\frac{1}{r} = \frac{40\,\delta}{l^2}, \text{ soit } r = \frac{40 \times 0,14}{64} = 11,43 \text{ m sur appui.}$$

Ordonnée du dessous du câble (en mm).

Abscisse	Travée 1	Travées 2, 3, 4	Travée 5	Abscisse	Travée 1	Travées 2, 3, 4	Travée. 5
0	90	160	160	4,40	31	22	21
0,40	73	153	154	4,80	40	27	20
0,80	59	132	137	5,20	50	36	21
1,20	47	106	115	5,60	63	48	24
1,60	37	83	95	6,00	78	64	29
2,00	29	64	78	6,40	95	83	37
2,40	24	48	63	6,80	115	106	47
2,80	21	36	50	7,20	137	132	59
3,20	20	27	40	7,60	154	153	73
3,60	21	22	31	8,00	160	160	90
4,00	25	20	25				

9. Cisaillement (tracé réel)

L'effort tranchant maximal a lieu à l'abscisse l de la première travée :

$$V_r = V_g + 1,35\,V_q + 1,50\,V_q$$

$$V_g = \frac{pl}{2} + \frac{pl}{11,26} = 0,00448 \times 8\,(0,5 + 1/11,26) = -0,0211 \text{ MN}$$

$$V_g = \frac{gl}{2} + \frac{gl}{9,50} = 0,0049 \times 8\,(0,5 + 1/9,5) = 0,02373 \text{ MN}$$

$$V_q = \frac{ql}{2} + \frac{ql}{19} \times 2 = 0,0025 \times 8\,(0,5 + 1/9,5) = 0,012105 \text{ MN}$$

d'où $V_u = 0,02909$ MN

$$\tau_u = \frac{V_u}{bd} = \frac{0,02909}{0,17} = 0,17 \text{ MPa} < \bar{\tau}_u = \frac{0,07}{1,5} f_{c28} = 1,16$$

ACIER DE GLISSEMENT

$A_g = (V_u - P)\gamma_s / f_e < 0$ Pas d'acier.

10. Calcul des pertes

a) Variations angulaires

Des équations du câble, nous déduisons les variations angulaires :

• *travée de rive :*

$$\frac{\delta}{\mu l} + 2\left(\frac{0,9}{\mu} - 1\right)\frac{\delta}{\mu l} = 9,13\,\frac{\delta}{l}$$

• *travée intermédiaire :*

$$4 \times \frac{4\,\delta}{L} = 16\,\frac{\delta}{l}$$

Pour l'ensemble de la dalle de n travées de longueur $L = \sum_1^n l_i$ on a :

$$\boxed{A = \sum \alpha = 9,13\left(\frac{1}{l_1} + \frac{1}{l_n}\right) + \sum_{i=2}^{n-1} \frac{16\,\delta}{l_i}}$$

b) Pertes par frottement

Les pertes par frottement sont supposées varier linéairement :

$$\Delta\sigma_\varphi = \sigma_{pg}\,(1 - e^{-f\alpha - \varphi x}) \simeq \sigma_{pg}\,(f\alpha + \varphi x)$$

A l'ancrage mort, on a :

$$\boxed{\Delta\delta_\varphi = \sigma_{pg}\,(f\,A + \varphi L)}$$

avec $\sigma_{pg} = \text{Min}\,(0,8\,f_{prg} ; 0,9\,f_{prg})$
$f = 0,05$ pour les torons gainés graissés
$\varphi = 0,001$ id.

La longueur de répercussion du glissement à l'ancrage λ vaut [1] :

avec $\sigma_{pg} = \text{Min}\,(0,8\,f_{prg} ; 0,9\,f_{prg})$
$f = 0,05$ pour les torons gainés graissés
$\varphi = 0,001$ id.

La longueur de répercussion du glissement à l'ancrage λ vaut [1] :

$$\boxed{\lambda = \sqrt{\frac{g\,E_p L}{\Delta\sigma_\varphi}}}$$

où g est le glissement à l'ancrage en mètre.

E_p, le module d'YOUNG des torons (190 000 MPa).

c) Contrainte initiale des aciers (instant zéro)

A l'ancrage mort : $\sigma_{pi}(L) = \sigma_{pg} - \Delta\sigma_\varphi - \dfrac{\sigma_b E_p}{2 E_{ij}}$

A l'ancrage actif :

$$\sigma_{pi}(0) = \sigma_{pg} - \frac{2\lambda}{L}\Delta\sigma_\varphi - \frac{\sigma_b E_p}{2 E_{ij}} \quad \text{si } \lambda \leqslant L/2$$

$$\sigma_{pi}(0) = \sigma_{pg} - \Delta\sigma_\varphi - \frac{g E_p}{L} - \frac{\sigma_b E_p}{2 E_{ij}} \quad \text{si } \lambda > L/2$$

avec $\Delta\sigma_\varphi = \sigma_{pg}\,(f\,A + \varphi\,L)$

σ_{bi} = contrainte finale moyenne du béton $= \dfrac{P}{S}$

$E_{ij} = 11\,000\,\sqrt[3]{f_{cj}}$

d) Pertes différées

• *fluage :* $\Delta\sigma_{f1} = 2,5\,\dfrac{\sigma_b E_p}{E_i}$ avec $E_i = 11\,000\,\sqrt[3]{f_{c28}}$

• *retrait :* $\Delta\sigma_r = \varepsilon_r E_p$
avec $\varepsilon_r = 3 \times 10^{-4}$ dans le quart Sud-Est
$= 2 \times 10^{-4}$ ailleurs en France

• *relaxation :*

$$\Delta\sigma_n = \frac{\sigma_{pi}}{8}\left(\frac{\sigma_{pi}}{f_{prg}} - 0,43\right) \text{ pour des torons}$$

e) Application numérique

• *Variation angulaire :*

$A = 9,13 \times 0,14 \times 2/8 + 3 \times 16 \times 0,14/8 = 1,16$ rd
$L = 5 \times 8 = 40$ m

• *Perte par frottement à l'ancrage mort :*

$\Delta\sigma_\varphi = 1\,416\,(0,05 \times 1,16 + 0,001 \times 40) = 138,8$ MPa
avec $\sigma_{pg} = 0,8 \times 1\,770 = 1\,416$ MPa

• *Longueur d'action du glissement à l'ancrage :*

Avec $g = 6$ mm,

$$\lambda = \sqrt{\frac{0,006 \times 190\,000 \times 40}{138,8}} = 18,12 \text{ m} < L/2$$

• *Contrainte initiale minimale* (à l'ancrage mort car $\lambda < L/2$) :

$$\sigma_{pi}(L) = 1\,416 - 138,8 - \frac{0,257}{0,2} \times \frac{190\,000}{29\,860} = 1\,269 \text{ MPa}$$

avec $E_{ij} = 11\,000\,\sqrt[3]{20} = 29\,860$ MPa

• *Pertes par retrait :* $\varepsilon_r = 2 \times 10^{-4}$

$\Delta\sigma_r = 2 \times 10^{-4} \times 190\,000 = 38$ MPa

• *Pertes par fluage :* $E_i = 11\,000\,\sqrt[3]{25} = 32\,164$ MPa

$$\Delta\sigma_{f1} = 2,5 \times \frac{0,257}{0,2} \times \frac{190\,000}{32\,164} = 19 \text{ MPa}$$

• *Pertes par relaxation :*

$$\Delta\sigma_n = \frac{1\,269}{8}\left(\frac{1\,269}{1\,770} - 0,43\right) = 45,5 \text{ MPa}$$

• *Contrainte finale :* (fig. 8)

$\sigma_p = 1\,269 - 45,5 - 19 - 38 = 1\,166,5$ MPa

• *Nombre de câbles :*

$$n = \frac{P}{A_p \sigma_p} = \frac{0,2561 \times 10^6}{1\,166,5 \times 139} = 1,579 \text{ câble/m}$$

Espacement $= 0,63$ m.

Du fait de la faible variation de la contrainte $\sigma_p(x)$ et que les sections les plus sollicitées sont en général dans les travées de rive, on retiendra, dans les calculs, une précontrainte constante égale à la précontrainte minimale :

$$P_0 = \frac{139 \times 1\,166,5 \times 10^{-6}}{0,63} = 0,257 \text{ MN}$$

(1) Voir « Le Béton Précontraint aux Etats-Limites », H. THONIER, Presses des Ponts, 1985, p. 152.

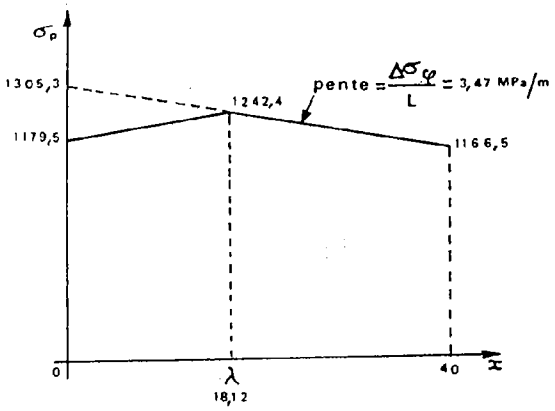


Fig. 8.

CONCLUSIONS

La méthode de calcul décrite ci-dessus, en utilisant un tracé théorique simplifié, est très suffisante.

La différence des moments obtenus suivant les tracés théoriques et réels est faible.

Cette méthode peut être utilisée sans l'aide d'ordinateur avec la méthode des 3 moments, si les travées sont égales, ou la méthode de CAQUOT.

Le tracé réel des câbles est à définir avec précision pour le chantier.

B. TABLEAUX DE CALCUL DES MOMENTS

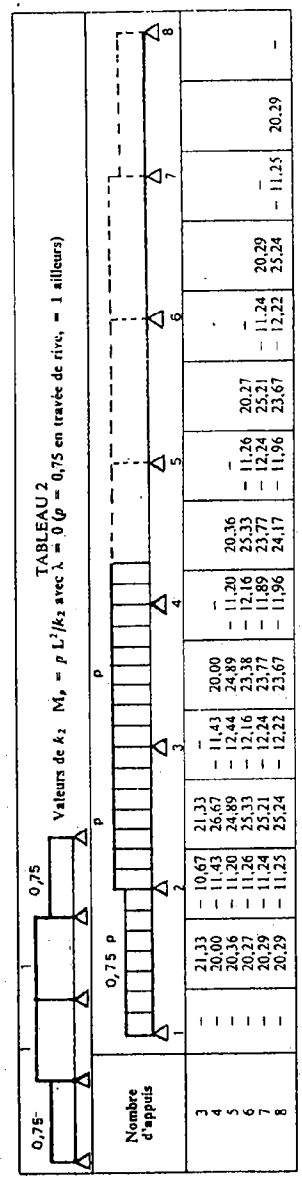
TABLEAU 1

Valeurs de k_1 ou k_4 $M_g = g\,L^2/k_1$ $M_q = q\,L^2/k_4$

Nombre d'appuis	1	2	3	4	5	6	7	8
3	–	– 8,00	16,00	– 10,00	13,33	–	–	–
	–	– 10,00	40,00	– 14,00	28,00	– 9,33		
	–	– 9,33	28,00	– 12,67	21,71	– 12,67	14,00	
	–	– 9,50	30,40	– 13,00	23,11	– 11,56	30,40	–
	–	– 9,45	29,71	– 12,91	22,72	– 11,83	23,11	– 9,50
	–	– 9,47	29,89	–	–	–	24,70	– 13,00
	–	–	–	–	–	–	–	– 11,83
4	–	– 10,67	21,33	– 11,43	20,00	–	–	–
	–	– 11,43	26,67	– 12,44	24,89	– 11,20	20,36	–
	–	– 11,20	24,89	– 12,16	23,38	– 12,16	25,33	– 11,26
	–	– 11,26	25,33	– 12,24	23,77	– 11,89	23,77	– 12,24
	–	– 11,24	25,21	– 12,22	23,67	– 11,96	24,17	– 11,96
	–	– 11,25	25,24	–	–	–	–	–
5	–	– 10,67	21,33	– 11,43	20,00	–	–	–
	–	– 11,43	26,67	– 12,44	24,89	– 11,20	20,36	–
	–	– 11,20	24,89	– 12,16	23,38	– 12,16	25,33	– 11,26
	–	– 11,26	25,33	– 12,24	23,77	– 11,89	23,77	– 12,24
	–	– 11,24	25,21	– 12,22	23,67	– 11,96	24,17	– 11,96
	–	– 11,25	25,24	–	–	–	–	–
6	–	– 10,67	21,33	– 11,43	20,00	–	–	–
	–	– 11,43	26,67	– 12,44	24,89	– 11,20	20,36	–
	–	– 11,20	24,89	– 12,16	23,38	– 12,16	25,33	– 11,26
	–	– 11,26	25,33	– 12,24	23,77	– 11,89	23,77	– 12,24
	–	– 11,24	25,21	– 12,22	23,67	– 11,96	24,17	– 11,96
	–	– 11,25	25,24	–	–	–	–	–
7	–	– 10,67	21,33	– 11,43	20,00	–	–	–
	–	– 11,43	26,67	– 12,44	24,89	– 11,20	20,36	–
	–	– 11,20	24,89	– 12,16	23,38	– 12,16	25,33	– 11,26
	–	– 11,26	25,33	– 12,24	23,77	– 11,89	23,77	– 12,24
	–	– 11,24	25,21	– 12,22	23,67	– 11,96	24,17	– 11,96
	–	– 11,25	25,24	–	–	–	–	–
8	–	– 10,67	21,33	– 11,43	20,00	–	–	–
	–	– 11,43	26,67	– 12,44	24,89	– 11,20	20,36	–
	–	– 11,20	24,89	– 12,16	23,38	– 12,16	25,33	– 11,26
	–	– 11,26	25,33	– 12,24	23,77	– 11,89	23,77	– 12,24
	–	– 11,24	25,21	– 12,22	23,67	– 11,96	24,17	– 11,96
	–	– 11,25	25,24	–	–	–	–	–

TABLEAU 2

Valeurs de k_2 $M_p = p\,L^2/k_2$ avec $\lambda = 0\ (p = 0{,}75$ en travée de rive, $= 1$ ailleurs)



Nombre d'appuis	1	2	3	4	5	6	7	8
3	–	– 10,67	21,33	– 11,43	20,00	–	–	–
	–	– 11,43	26,67	– 12,44	24,89	– 11,20	20,36	–
	–	– 11,20	24,89	– 12,16	23,38	– 12,16	25,33	– 11,26
	–	– 11,26	25,33	– 12,24	23,77	– 11,89	23,77	– 12,24
	–	– 11,24	25,21	– 12,22	23,67	– 11,96	24,17	– 11,96
	–	– 11,25	25,24	–	–	–	–	–
4	–	– 16,00	– 32,00	– 20,00	10,00	–	–	–
	–	– 20,00	– 20,00	– 28,00	12,44	– 18,67	– 37,33	–
	–	– 18,67	– 22,40	– 25,33	11,69	– 25,33	– 21,71	– 19,00
	–	– 19,00	– 21,71	– 26,00	11,89	– 23,11	– 24,47	– 26,00
	–	– 18,91	– 21,89	– 25,82	11,83	– 23,67	– 23,67	– 23,67
	–	– 18,93	– 21,85					
5	–	– 16,00	– 32,00	– 20,00	10,00	–	–	–
	–	– 20,00	– 20,00	– 28,00	12,44	– 18,67	– 37,33	–
	–	– 18,67	– 22,40	– 25,33	11,69	– 25,33	– 21,71	– 19,00
	–	– 19,00	– 21,71	– 26,00	11,89	– 23,11	– 24,47	– 26,00
	–	– 18,91	– 21,89	– 25,82	11,83	– 23,67	– 23,67	– 23,67
	–	– 18,93	– 21,85					
6	–	– 16,00	– 32,00	– 20,00	10,00	–	–	–
	–	– 20,00	– 20,00	– 28,00	12,44	– 18,67	– 37,33	–
	–	– 18,67	– 22,40	– 25,33	11,69	– 25,33	– 21,71	– 19,00
	–	– 19,00	– 21,71	– 26,00	11,89	– 23,11	– 24,47	– 26,00
	–	– 18,91	– 21,89	– 25,82	11,83	– 23,67	– 23,67	– 23,67
	–	– 18,93	– 21,85					
7	–	– 16,00	– 32,00	– 20,00	10,00	–	–	–
	–	– 20,00	– 20,00	– 28,00	12,44	– 18,67	– 37,33	–
	–	– 18,67	– 22,40	– 25,33	11,69	– 25,33	– 21,71	– 19,00
	–	– 19,00	– 21,71	– 26,00	11,89	– 23,11	– 24,47	– 26,00
	–	– 18,91	– 21,89	– 25,82	11,83	– 23,67	– 23,67	– 23,67
	–	– 18,93	– 21,85					
8	–	– 16,00	– 32,00	– 20,00	10,00	–	–	–
	–	– 20,00	– 20,00	– 28,00	12,44	– 18,67	– 37,33	–
	–	– 18,67	– 22,40	– 25,33	11,69	– 25,33	– 21,71	– 19,00
	–	– 19,00	– 21,71	– 26,00	11,89	– 23,11	– 24,47	– 26,00
	–	– 18,91	– 21,89	– 25,82	11,83	– 23,67	– 23,67	– 23,67
	–	– 18,93	– 21,85					

TABLEAU 3

Valeurs de k_4 $M_q = q\,L^2/k_4$

Nombre d'appuis	1	2	3	4	5	6	7	8
3	–	10,67	– 16,00	– 10,00	13,33	–	–	–
	–	10,00	– 20,00	– 14,00	28,00	– 9,33		
	–	10,18	– 18,67	– 12,67	21,71	– 12,67	14,00	
	–	10,13	– 19,00	– 13,00	23,11	– 11,56	30,40	–
	–	10,15	– 18,91	– 12,91	22,72	– 11,83	23,11	– 9,50
	–	10,14	– 18,93	–	–	–	24,70	– 13,00
	–	–	–	–	–	–	–	– 11,83
4	–	10,67	– 16,00	– 10,00	13,33	–	–	–
	–	10,00	– 20,00	– 14,00	28,00	– 9,33		
	–	10,18	– 18,67	– 12,67	21,71	– 12,67	14,00	
	–	10,13	– 19,00	– 13,00	23,11	– 11,56	30,40	–
	–	10,15	– 18,91	– 12,91	22,72	– 11,83	23,11	– 9,50
	–	10,14	– 18,93	–	–	–	24,70	– 13,00
	–	–	–	–	–	–	–	– 11,83
5	–	10,67	– 16,00	– 10,00	13,33	–	–	–
	–	10,00	– 20,00	– 14,00	28,00	– 9,33		
	–	10,18	– 18,67	– 12,67	21,71	– 12,67	14,00	
	–	10,13	– 19,00	– 13,00	23,11	– 11,56	30,40	–
	–	10,15	– 18,91	– 12,91	22,72	– 11,83	23,11	– 9,50
	–	10,14	– 18,93	–	–	–	24,70	– 13,00
	–	–	–	–	–	–	–	– 11,83
6	–	10,67	– 16,00	– 10,00	13,33	–	–	–
	–	10,00	– 20,00	– 14,00	28,00	– 9,33		
	–	10,18	– 18,67	– 12,67	21,71	– 12,67	14,00	
	–	10,13	– 19,00	– 13,00	23,11	– 11,56	30,40	–
	–	10,15	– 18,91	– 12,91	22,72	– 11,83	23,11	– 9,50
	–	10,14	– 18,93	–	–	–	24,70	– 13,00
	–	–	–	–	–	–	–	– 11,83
7	–	10,67	– 16,00	– 10,00	13,33	–	–	–
	–	10,00	– 20,00	– 14,00	28,00	– 9,33		
	–	10,18	– 18,67	– 12,67	21,71	– 12,67	14,00	
	–	10,13	– 19,00	– 13,00	23,11	– 11,56	30,40	–
	–	10,15	– 18,91	– 12,91	22,72	– 11,83	23,11	– 9,50
	–	10,14	– 18,93	–	–	–	24,70	– 13,00
	–	–	–	–	–	–	–	– 11,83
8	–	10,67	– 16,00	– 10,00	13,33	–	–	–
	–	10,00	– 20,00	– 14,00	28,00	– 9,33		
	–	10,18	– 18,67	– 12,67	21,71	– 12,67	14,00	
	–	10,13	– 19,00	– 13,00	23,11	– 11,56	30,40	–
	–	10,15	– 18,91	– 12,91	22,72	– 11,83	23,11	– 9,50
	–	10,14	– 18,93	–	–	–	24,70	– 13,00
	–	–	–	–	–	–	–	– 11,83

TABLEAU 4

Valeurs de k_4 $\quad M_4 = q\,L^2/k_4$

Nombre d'appuis	1	2	3	4	5	6	7	8
3	–	− 32,00	− 16,00	10,67	–			
4	–	− 40,00	− 20,00	13,33	− 20,00	− 40,00	–	
5	–	− 37,33	− 18,67	12,44	− 28,00	− 22,40	− 18,67	10,18
6	–	− 38,00	− 19,00	12,67	− 25,33	− 25,33	− 25,33	12,67
7	–	− 37,82	− 18,91	12,61	− 26,00	− 24,47	− 23,11	11,89
8	–	− 37,87	− 18,93	12,62	− 25,82	− 24,70	− 23,67	12,09

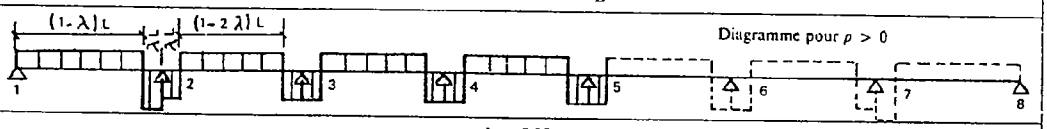
Nombre d'appuis	5	6	7	8
3	–			
4	–	–		
5	–	–	–	
6	− 19,00	− 38,00	–	
7	− 26,00	− 21,89	− 18,91	10,15
8	− 23,67	− 24,70	− 25,82	12,62

Nombre d'appuis	5	6	7	8
3				
4				
5	–			
6	–	–		
7	− 18,93	− 12,15	–	
8	− 37,87	12,62	− 18,93	− 37,87	–

TABLEAU 5

Valeurs de k_2 $\quad M_2 = p\,L^2/k_2$ avec $p = \dfrac{-8\,P\,\delta}{L^2}$

Nombre d'appuis



λ = 0,05

Nombre d'appuis	1	2	3	4	5	6	7	8
3	–	20,98	− 11,76	20,98	–			
4	–	20,23	− 12,27	23,00	− 12,27	20,23	–	
5	–	20,44	− 12,12	22,22	− 12,90	22,22	− 12,12	20,44
6	–	20,38	− 12,16	22,42	− 12,73	21,53	− 12,73	22,42
7	–	20,40	− 12,15	22,37	− 12,78	21,71	− 12,56	21,71
8	–	20,39	− 12,15	22,38	− 12,76	21,66	− 12,61	21,90

Nombre d'appuis	5	6	7	8
3				
4				
5	–			
6	− 12,16	20,38	–	
7	− 12,78	22,37	− 12,15	20,40
8	− 12,61	21,66	− 12,76	22,38	–

Nombre d'appuis	5	6	7	8
3				
4				
5	–			
6	–	–		
7	− 12,15	20,39	–	
8	− 12,76	21,66	− 12,61	21,90	–

λ = 0,10

Nombre d'appuis	1	2	3	4	5	6	7	8
3	–	20,21	− 12,63	20,21	–			
4	–	19,71	− 13,04	20,69	− 13,04	19,71	–	
5	–	19,85	− 12,92	20,24	− 13,55	20,24	− 12,92	19,85
6	–	19,81	− 12,96	20,36	− 13,41	19,83	− 13,41	20,36
7	–	19,82	− 12,95	20,32	− 13,45	19,94	− 13,28	19,94
8	–	19,82	− 12,95	20,32	− 13,44	19,91	− 13,31	20,05

Nombre d'appuis	5	6	7	8
3				
4				
5	–			
6	− 12,96	19,81	–	
7	− 13,45	20,32	− 12,95	19,82
8	− 13,31	19,91	− 13,44	20,33	–

Nombre d'appuis	5	6	7	8
3				
4				
5	–			
6	–	–		
7	− 12,95	19,82	–	
8	− 13,44	20,33	− 12,95	19,82	–

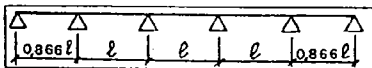
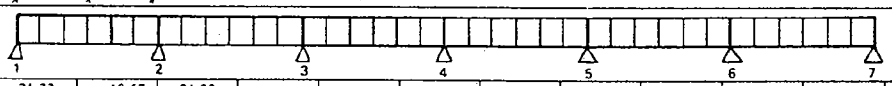


TABLEAU 6

$M_t = s\,L^2/k$ avec $s = p$, g ou q

Travée de rive = 0,866 × Travée intermédiaire

Nombre d'appuis



Nombre d'appuis	1	2	3	4	5	6	7
3	–	21,33	− 10,67	21,33	–		
4	–	19,93	− 11,47	26,42	− 11,47	19,93	–
5	–	20,29	− 11,25	24,83	− 12,42	24,83	− 11,25
6	–	20,19	− 11,31	25,24	− 12,15	23,43	− 12,15
7	–	20,22	− 11,29	25,13	− 12,22	23,79	− 11,89

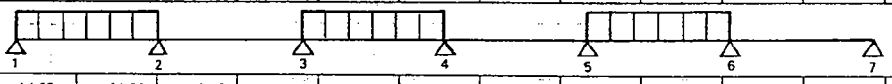
Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	20,29
7	25,24
	23,79

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	– 11,31
7	– 12,22

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	20,19
7	25,13

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	–
7	– 11,29

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	–
7	20,22	–



Nombre d'appuis	1	2	3	4	5	6	7
3	–	14,22	− 21,33	− 42,67	–		
4	–	13,06	− 29,14	− 29,14	− 29,14	13,06	–
5	–	12,92	− 30,56	− 27,40	− 24,83	13,03	− 17,79
6	–	12,85	− 31,43	− 26,51	− 22,92	12,29	− 22,92
7	–	12,84	− 31,54	− 26,40	− 22,69	12,20	− 23,79

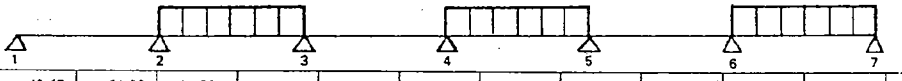
Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	− 35,59
7	− 26,51
	− 25,06

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	− 31,43
7	− 26,47

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	12,85
7	12,87

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	–
7	− 17,59

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	–
7	− 35,17	–



Nombre d'appuis	1	2	3	4	5	6	7
3	–	− 42,67	− 21,33	14,22	–		
4	–	− 37,86	− 18,93	13,86	− 18,93	− 37,86	–
5	–	− 35,59	− 17,79	13,03	− 24,83	− 27,40	− 30,56
6	–	− 35,32	− 17,66	12,93	− 25,86	− 25,86	− 25,86
7	–	− 35,17	− 17,59	12,87	− 26,47	− 25,06	− 23,79

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	12,92
7	12,93
	12,20

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	– 17,66
7	– 22,69

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	– 35,32
7	– 26,40

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	–
7	– 31,54

Nombre d'appuis	8
3	
4	
5	–
6	–
7	12,84	–

C. DONNÉES « PLBP »

Remarque. Le programme effectue les calculs avec la précontrainte probable (moyenne) P_m : $P_m = (P_1 + P_2)/2$. Si l'on souhaite effectuer les calculs avec les deux précontraintes maximale et minimale P_1, faire IP 12 = 2 à la ligne 310 du programme « POCO 10 ».

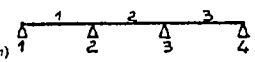
Lignes 1 et 2 : Voir données « POCO »

3e ligne — CAQ
CAQ = 0 pour la méthode des 3 moments.
CAQ = 1 pour la méthode de CAQUOT.
CAQ = 0,67 pour la méthode de CAQUOT minoré.

4e ligne. — n, k
(valeurs à séparer par un espace blanc).
n = nombre d'appuis (< NAT),
k = nombre de tronçons par travée (1, 2, 4, 5, 10 ou 20)

5e ligne. — h
h = épaisseur de la dalle (m)

6e ligne. — $L_1, L_2, L_3, L_4, \ldots L_n$ ou L si valeurs toutes égales
L_i = Portée entre nus de la travée i (m)



7e ligne. — $e_1, e_2, e_3, e_4, \ldots e_n$ ou e si valeurs toutes égales
e_i = largeur de l'appui i (m)

8e ligne. — f_{c28}
f_{c28} = contrainte caractéristique du béton à la compression (MPa)

9e ligne. — f_e
f_e = limite élastique des aciers passifs (MPa)

10e ligne. — N_c, N_t, Type, p_j ..., a_j ...
Description des charges
FIN : faire $N_c = 0$ (valeurs à séparer par des espaces blancs)
N_c = numéro du cas de charge auquel est affectée la charge ($0 < N_c < NHK$)
En ordre quelconque mais sans manque. Faire $N_c = 1$ pour les charges permanentes et 0 pour la précontrainte si le coefficient est différent de 1.
Remarque 1. Un cas de charge peut être constitué de toutes les charges permanentes, un autre des charges d'exploitation sur les travées impaires, un troisième des charges d'exploitation sur les travées paires... de sorte que leur combinaison (les cas étant multipliés par les coefficients appropriés 1,35 1,5 ...) donnent les combinaisons de cas de charge souhaitées.
Remarque 2. Toutes les abscisses de ces charges sont données par rapport à l'axe de l'appui gauche de la travée.
N_t = numéro de la travée où est située la charge
Type = nature de la charge (répartie, concentrée, triangulaire, ...)
p_j et a_j = voir tableau ci-après.

11e ligne. — TYT
Type de torons utilisés :
= 1 : Toron T 13 de 93 mm²
= 2 : Toron T 13 Super de 100 mm²
= 3 : Toron T 15 de 139 mm²
= 4 : Toron T 15 Super de 150 mm²

12e ligne. (si TYT = 1 ou 3) — f_{prg}
Limite de rupture garantie des torons (MPa) (= classe de l'acier)
= 1 770 ou 1 860 pour T 13 (TYT = 1)
= 1 670 ou 1 770 pour T 15 (TYT = 3)
Prise automatiquement égale à 1 860 pour T 13 Super et à 1 770 pour T 15 Super.

13e ligne. — g
Glissement à l'ancrage lors de la mise en tension des câbles (mm)
Les coefficients de frottement sont pris égaux à 0,05 rd^{-1} et 0,001 m^{-1}.

14e ligne. — ε_r
Coefficient de retrait en 10^{-4}
(Par exemple 3 pour le quart Sud-Est de la France et 2 pour le reste du pays)

15e ligne. — C_{PP}
C_{PP} = 1 pour ne pas avoir de traction du béton sous charges permanentes,
= 2 pour avoir les flèches minimales à mi-travée sous charges permanentes.

16e ligne. — RES
= 1 pour obtenir le détail des calculs par cas de charge
= 0 dans le cas contraire.

17e ligne. — FIS
Fissuration :
= 0 peu préjudiciable,
= 1 préjudiciable,
= 2 très préjudiciable.

18e ligne. (si IP 12 = 1) — EIT
Coefficient d'efficacité de la précontrainte par lequel l'on souhaite multiplier la section d'acier de précontrainte et donc l'effort trouvé par l'une des deux méthodes de la 15e ligne. En général égal à 1.

19e ligne. — CAS, ...
Liste des cas de charges pour constituer une combinaison, affectés des coefficients ci-dessous.
CAS = 0, = fin de description de la série ELU, ELS, ...

20e ligne. — COEF, ...
Liste des coefficients pondérateurs correspondant aux cas donnés dans la ligne 19.
Retour ligne 19.
NOTA. La précontrainte est classée dans le cas de charge numéro zéro. On pourra, sans avoir à changer la donnée A_p, section d'acier, refaire une série de combinaisons de cas de charges en mettant un coefficient différent de 1 pour ce cas de charge n° 0. La section d'acier, dans les calculs, sera corrigée automatiquement ou bien pour ne pas avoir à mettre le même coefficient pour le cas zéro dans tous les cas de charges, on utilisera le coefficient unique de la ligne 15.
Les combinaisons sont données dans l'ordre suivant :
— ELU combinaisons fondamentales,
— ELU combinaisons accidentelles,
— ELS combinaisons rares,
— ELS combinaisons fréquentes,
— ELS combinaisons quasi-permanentes et permanentes.

21e ligne. — RES
= 1 si l'on désire avoir les résultats détaillés,
= 0 dans le cas contraire.

22e ligne. — FIN
= 1 pour un retour à de nouvelles combinaisons de cas de charges et nouveaux matériaux,
= 0 pour terminer le travail.

D. EXEMPLE

1. Données

Dalle de 5 travées de 8 m entre axes, de 0,20 m d'épaisseur.
Charges permanentes : q = 4,9 kN/m
Charges d'exploitation : q = 2,5 kN/m

Matériaux : béton f_{c28} = 25 MPa
acier de précontrainte : toron T 15, classe I 770 -- TBR
acier passif : f_e = 400 MPa

PLANCHER HAUT DE RDC

```
10                  ' Dalle à torons non-adhérents
0                   ' 3 moments
6 10                ' 6 appuis et 10 tronçons
0.2                 ' épaisseur de la dalle
7.8                 ' portée entre nus (toutes égales)
0.2                 ' largeur des appuis (toutes égales)
25                  ' fc28
400                 ' fe
1 1 1 0.0049        ' charges permanentes, cas 1, travée 1
1 2 *               ' idem travée 2
1 3 *               ' idem travée 3
1 4 *               ' idem travée 4
1 5 *               ' idem pour la travée 5
2 1 1 0.0025        ' charges variables, cas 2, travée impaire 1
2 3 *               ' idem travée 3
2 5 *               ' idem travée 5
3 2 *               ' charges variables travée paire 2
3 4 *               ' idem travée 4
0                   ' fin des cas de charges
3                   ' T 15
1770                ' fprg
6                   ' glissement = 6 mm
2                   ' retrait = 2 x 10^-4
1                   ' pas de traction à vide
0                   ' pas de détail des résultats
0                   ' fissuration peu préjudiciable
1                   ' coefficient d'efficacité (1 en général)
1 2                 ' ELU cas 1 et 2
1.35 1.5            ' coefficients
1 3                 ' cas 1 et 3
1.35 1.5            ' coefficients
1 2 3               ' cas 1, 2 et 3
1.35 1.5 1.5        ' coefficients
1 2                 ' ELU cas 1 et 2
1 1.5               ' coefficients
1 3                 ' cas 1 et 3
1 1.5               ' coefficients
0                   ' fin ELU
0                   ' pas de combinaisons accidentelles
1 2                 ' ELS rares, cas 1 et 2
1 1                 ' coefficients
1 3                 ' rares cas 1 et 3
1 1                 ' coefficients
1 2 3               ' rares cas 1, 2 et 3
1 1 1               ' coefficients
0                   ' fin ELS
1                   ' détail des résultats
0                   ' FIN
```


POCO

```
Titre?  PLANCHER HAUT DE RDC


Reglement de Calcul:
--------------------

0= BAEL,Entre Nus (Charges Statiques)
1= BAEL,Entre Axes,au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
2= BAEL,Entre Axes (Appuis Ponctuels,Maconnerie),avec Ecretage Va/4
3= ACI-318,Entre Axes au Droit de l'Appui
4= ACI-318,ld+Decalage Moment Va/6
5= ACI-318,Entre Axes,avec Ecretage Va/4
6= BS-8110,avec Ecretage Va/4
7= DIN-1045,avec Ecretage Va/4
8= EUROCODE 2,Entre Axes avec Ecretage ou au Droit de l'Appui
10= BPEL,Dalles de Plancher Precontraint
11= BAEL,Planchers-Dalles
12= Construction Metallique (Portee entre Axes)

                =?  10

       0= 3 Moments
       1= Caquot non Minore
    0.67= Caquot Minore 1/3

         =? 0

Nombre d'Appuis et Nombre de Troncons(1,2,4,5,10,20) =? 6 10

----------Longueurs en m,Charges en MN ,Contraintes en MPa----------


Epaisseur de la Dalle (m)=? 0.2
Portees entre Nus (m) (1 ou  5 Valeurs)=? 7.8
Largeurs des Appuis(m)=? 0.2

Contrainte Caracteristique Beton fc28(MPa)=? 25
Limite elastique de l'Acier passif fe(MPa)=? 400

Lecture des Charges (MN/m2)  (Charges Permanentes=Cas 1) (FIN=0)
-------------------------------

Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 1 1 0.0049
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 1 1 0.0049
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 4 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 5 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 1 1 0.0025
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 2 5 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 3 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 3 4 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 0
```

```
Type de Torons:
      =1 : T13 de 93 mm2
      =2 : T13 Super de 100 mm2
      =3 : T15 de 139 mm2
      =4 : T15 Super de 150 mm2
         =? 3

fprg Toron =1670 ou 1770 (MPa):=? 1770

Glissement a l'Ancrage en mm=? 6

Retrait Final Epsilon r (en 10-4)=? 2

Voulez-vous la Precontrainte Minimum(Pas de Traction a Vide)=1
                ou bien Compenser le Poids Mort en Moyenne=2 ? 1
Voulez-vous les Resultats par Cas de Charge (Oui=1, Non=0)=? 0

Fissuration. Peu Prej.    =0
             Prejudidic.  =1
             Tres Prej.   =2
       =? 0

Coefficient d'Efficacite de l'Effort Normal =? 1

Combinaisons E.L.U.
-------------------

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1.35 1.5

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1.35 1.5

 No des Cas =? 1 2 3
Coefficients=? 1.35 1.5 1.5

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1 1.5

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1 1.5

 No des Cas =? 0

Combinaisons Accidentelles
--------------------------

 No des Cas =? 0

Combinaisons E.L.S.
-------------------

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1 1

 No des Cas =? 1 3
Coefficients=? 1 1

 No des Cas =? 1 2 3
Coefficients=? 1 1 1

 No des Cas =? 0


Voulez-vous le Detail des Calculs: oui=1 , non=0? 1

Voulez-vous re-executer avec de Nouvelles Donnees sur les Materiaux
ou de Nouvelles Combinaisons de Cas de Charge?
    Oui=1  ,Non=0? 0
```


2. Résultats

DONNEES GEOMETRIQUES

I	Portee	Larg	Haut	Inertie	v	S
1	7.800	1.000	0.200	0.000667	0.1000	0.20000
2	7.800	1.000	0.200	0.000667	0.1000	0.20000
3	7.800	1.000	0.200	0.000667	0.1000	0.20000
4	7.800	1.000	0.200	0.000667	0.1000	0.20000
5	7.800	1.000	0.200	0.000667	0.1000	0.20000

Largeur d'Appuis= 0.200 0.200 0.200 0.200 0.200 0.200

CHARGES REPARTIES

Cas No	Trav No	Absc. Gauche	Long. Charge	Gauche MN/m	Droite MN/m
1	1	0.000	8.000	0.0049	0.0049
1	2	0.000	8.000	0.0049	0.0049
1	3	0.000	8.000	0.0049	0.0049
1	4	0.000	8.000	0.0049	0.0049
1	5	0.000	8.000	0.0049	0.0049
2	1	0.000	8.000	0.0025	0.0025
2	3	0.000	8.000	0.0025	0.0025
2	5	0.000	8.000	0.0025	0.0025
3	2	0.000	8.000	0.0025	0.0025
3	4	0.000	8.000	0.0025	0.0025

```
Aciers Actifs : T15       TBR
                fprg=1770 MPa
                Ap  = 221 mm2
                Esp = 0.620 m
                f   = 0.05 rd-1
                phi = 0.001 m-1
     enrobage(nu) = 20 mm
           lambda = 18.12 m
Glissement d'Ancrage = 6.0 mm
```

```
BETON: Compression a 28 jours    25 MPa
       Traction    a 28 jours   2.10 MPa
       Compression admissible   15.0 MPa
       Cisaillement admissible  1.11 MPa
       Module d'Young (Instant.)32164MPa
       Retrait (en 10-4)         2.00

ACIER: Limite elastique          400 MPa
       Contr. admissible (ELS)   400 MPa
       Longueur d'ancrage droit  96 diam
       Pourcentage minimum       0.300 % du Beton Tendu
```

```
Fissuration peu prejudiciable
Sans reprise de betonnage
Acier a haute adherence
```

```
I Combinaisons E.L.U.
I-------------------
I Cas de Charges No: 1    2    0
I Coefficients      :1.35 1.50 1.00
I Cas de Charges No: 1    3    0
I Coefficients      :1.35 1.50 1.00
I Cas de Charges No: 1    2    3    0
I Coefficients      :1.35 1.50 1.50 1.00
I Cas de Charges No: 1    2    0
I Coefficients      :1.00 1.50 1.00
I Cas de Charges No: 1    3    0
I Coefficients      :1.00 1.50 1.00

I Combinaisons E.L.S.
I-------------------
I Cas de Charges No: 1    2    0
I Coefficients      :1.00 1.00 1.00
I Cas de Charges No: 1    3    0
I Coefficients      :1.00 1.00 1.00
I Cas de Charges No: 1    2    3    0
I Coefficients      :1.00 1.00 1.00 1.00
```

: Travee No 1 : (1.000 x 0.200) d=0.170 m

K	ABSC. (m)	Vu / P kN	MOMENTS (kNm) ELS Min / Max	MOMENTS (kNm) ELU Min / Max	CONTRAINTES BETON (MPa) p+g haut / bas	Mini haut / bas	Maxi haut / bas	Cis.	CONTR. ACIER haut / bas	ACIER mm2 haut / bas	COTE Cable: mm
0	0.00	23.7 / 261.0	0.00 / 0.00	0.00 / 0.00	1.31 / 1.31	1.31 / 1.31	1.31 / 1.31	0.12	0.0 / 0.0	0 / 0	90
1	0.80	18.2 / 261.5	2.59 / 9.79	2.17 / 16.75	1.82 / 0.79	1.70 / -0.16	2.78 / 0.92	0.09	0.0 / 0.0	0 / 0	60
2	1.60	12.7 / 262.1	4.29 / 17.09	3.45 / 29.12	2.21 / 0.41	1.95 / -1.25	3.87 / 0.67	0.06	0.0 / 7.3	0 / 104	38
3	2.40	7.2 / 262.6	5.10 / 21.90	3.84 / 37.10	2.46 / 0.17	2.08 / -1.97	4.60 / 0.55	0.04	0.0 / 14.8	0 / 260	25
4	3.20	1.8 / 263.1	5.04 / 24.24	3.36 / 40.71	2.58 / 0.05	2.07 / -2.32	4.95 / 0.56	0.01	0.0 / 18.4	0 / 331	20
5	4.00	5.3 / 263.6	4.10 / 24.10	2.00 / 39.94	2.57 / 0.07	1.93 / -2.30	4.93 / 0.70	0.03	0.0 / 18.2	0 / 315	24
6	4.80	10.7 / 264.1	2.29 / 21.49	-0.23 / 34.81	2.42 / 0.22	1.66 / -1.90	4.54 / 0.98	0.05	0.0 / 14.0	0 / 212	37
7	5.60	16.2 / 264.7	-0.38 / 16.42	-3.33 / 25.31	2.15 / 0.50	1.27 / -1.14	3.79 / 1.38	0.08	0.0 / 6.0	0 / 26	58
8	6.40	21.6 / 265.2	-3.92 / 8.88	-7.75 / 11.91	1.75 / 0.90	0.74 / -0.01	2.66 / 1.91	0.11	0.0 / 0.0	0 / 0	88
9	7.20	27.1 / 265.7	-8.69 / -1.11	-18.13 / -1.30	1.22 / 1.44	0.02 / 1.50	1.16 / 2.63	0.14	0.0 / 0.0	0 / 0	126
10	8.00	49.5 / 266.2	-25.39 / -16.97	-45.37 / -21.18	0.05 / 2.61	-2.48 / 3.88	-1.21 / 5.14	0.25	20.0 / 0.0	422 / 0	160

: Travee No 2 : (1.000 x 0.200) d=0.170 m

K	ABSC. (m)	Vu / P kN	MOMENTS (kNm) ELS Min / Max	MOMENTS (kNm) ELU Min / Max	CONTRAINTES BETON (MPa) p+g haut / bas	Mini haut / bas	Maxi haut / bas	Cis.	CONTR. ACIER haut / bas	ACIER mm2 haut / bas	COTE Cable: mm
0	0.00	43.4 / 266.2	-25.39 / -16.97	-45.37 / -21.18	0.05 / 2.61	-2.48 / 3.88	-1.21 / 5.14	0.22	20.0 / 0.0	422 / 0	160
1	0.80	18.6 / 266.8	-13.76 / -5.55	-24.70 / -6.05	0.65 / 2.01	-0.73 / 2.17	0.50 / 3.40	0.09	1.7 / 0.0	11 / 0	120
2	1.60	14.4 / 267.3	-12.49 / 0.31	-18.68 / 2.71	0.66 / 2.01	-0.54 / 1.29	1.38 / 3.21	0.07	0.0 / 0.0	0 / 0	76
3	2.40	10.3 / 267.8	-12.04 / 4.76	-15.93 / 10.10	0.70 / 1.98	-0.47 / 0.62	2.05 / 3.14	0.05	0.0 / 0.0	0 / 0	45
4	3.20	6.2 / 268.3	-11.39 / 7.81	-15.18 / 16.39	0.77 / 1.91	-0.37 / 0.17	2.51 / 3.05	0.03	0.0 / 0.0	0 / 0	26
5	4.00	2.1 / 268.8	-10.54 / 9.46	-14.23 / 19.38	0.87 / 1.82	-0.24 / -0.07	2.76 / 2.93	0.01	0.0 / 0.0	0 / 0	20
6	4.80	2.4 / 269.4	-9.48 / 9.72	-13.06 / 19.09	1.00 / 1.70	-0.08 / -0.11	2.80 / 2.77	0.01	0.0 / 0.0	0 / 0	26
7	5.60	6.5 / 269.9	-8.21 / 8.59	-11.68 / 15.51	1.16 / 1.54	0.12 / 0.06	2.64 / 2.58	0.03	0.0 / 0.0	0 / 0	45
8	6.40	10.6 / 270.4	-6.71 / 6.09	-10.54 / 9.12	1.36 / 1.35	0.35 / 0.44	2.27 / 2.36	0.05	0.0 / 0.0	0 / 0	76
9	7.20	14.7 / 270.9	-4.98 / 2.22	-12.26 / 2.56	1.59 / 1.12	0.61 / 1.02	1.69 / 2.10	0.07	0.0 / 0.0	0 / 0	120
10	8.00	39.9 / 271.4	-13.55 / -7.24	-28.54 / -10.40	1.22 / 1.50	-0.68 / 2.44	0.27 / 3.39	0.20	1.0 / 0.0	78 / 0	160

: Travee No 3 : (1.000 x 0.200) d=0.170 m

K	ABSC. (m)	Vu / P kN	MOMENTS (kNm) ELS Min / Max	MOMENTS (kNm) ELU Min / Max	CONTRAINTES BETON (MPa) p+g haut / bas	Mini haut / bas	Maxi haut / bas	Cis.	CONTR. ACIER haut / bas	ACIER mm2 haut / bas	COTE Cable: mm
0	0.00	41.5 / 271.4	-13.55 / -7.24	-28.54 / -10.40	1.22 / 1.50	-0.68 / 2.44	0.27 / 3.39	0.21	1.0 / 0.0	78 / 0	160
1	0.80	16.3 / 272.0	-4.09 / 3.11	-10.97 / 3.56	1.69 / 1.03	0.75 / 0.89	1.83 / 1.97	0.08	0.0 / 0.0	0 / 0	120
2	1.60	12.2 / 272.5	-4.92 / 7.88	-8.07 / 11.24	1.57 / 1.15	0.62 / 0.18	2.54 / 2.10	0.06	0.0 / 0.0	0 / 0	76
3	2.40	8.2 / 272.6	-5.51 / 11.29	-8.66 / 19.40	1.48 / 1.24	0.54 / -0.33	3.06 / 2.19	0.04	0.0 / 0.0	0 / 0	45
4	3.20	4.1 / 272.1	-5.86 / 13.34	-9.02 / 24.29	1.43 / 1.29	0.48 / -0.64	3.36 / 2.24	0.02	0.0 / 0.6	0 / 0	26

5	4.00	0.0	-5.98	-9.14	1.41	0.46	3.46	0.00	0.0	0	20	
		271.6	14.02	25.92	1.31	-0.75	2.25		1.7	27		
6	4.80	4.1	-5.87	-9.03	1.42	0.48	3.36	0.02	0.0	0	26	
		271.1	13.33	24.28	1.29	-0.64	2.24		0.7	0		
7	5.60	8.2	-5.53	-8.69	1.47	0.52	3.04	0.04	0.0	0	45	
		270.6	11.27	19.37	1.24	-0.34	2.18		0.0	0		
8	6.40	12.3	-4.97	-8.13	1.55	0.60	2.52	0.06	0.0	0	76	
		270.0	7.83	11.19	1.15	0.18	2.10		0.0	0		
9	7.20	16.4	-4.19	-11.07	1.67	0.72	1.80	0.08	0.0	0	120	
		269.5	3.01	3.45	1.03	0.90	1.98		0.0	0		
10	8.00	41.4	-13.70	-28.68	1.19	-0.71	0.24	0.21	1.4	85	160	
		269.0	-7.38	-10.54	1.50	2.45	3.40		0.0	0		

Travee No 4 : (1.000 x 0.200) d=0.170 m

K	ABSC. (m)	Vu P kN	MOMENTS (kNm) ELS Min Max	ELU Min Max	CONTRAINTES BETON (MPa) p+g haut bas	Mini haut bas	Maxi haut bas	Cis.	CONTR. ACIER haut bas	ACIER mm2 haut bas	COTE Cable mm	
0	0.00	39.9	-13.70	-28.68	1.19	-0.71	0.24	0.20	1.4	85	160	
		269.0	-7.38	-10.54	1.50	2.45	3.40		0.0	0		
1	0.80	14.8	-5.04	-12.31	1.57	0.59	1.67	0.07	0.0	0	120	
		268.5	2.16	2.50	1.12	1.02	2.10		0.0	0		
2	1.60	10.7	-6.67	-10.50	1.35	0.34	2.26	0.05	0.0	0	76	
		268.0	5.13	9.17	1.33	0.42	2.34		0.0	0		
3	2.40	6.6	-8.10	-11.57	1.16	0.12	2.64	0.03	0.0	0	45	
		267.4	8.70	15.62	1.51	0.03	2.55		0.0	0		
4	3.20	2.4	-9.34	-12.92	1.01	-0.07	2.81	0.01	0.0	0	26	
		266.9	9.86	19.23	1.66	-0.14	2.74		0.0	0		
5	4.00	2.1	-10.39	-14.08	0.88	-0.23	2.77	0.01	0.0	0	20	
		266.4	9.61	19.53	1.79	-0.11	2.89		0.0	0		
6	4.80	6.2	-11.27	-15.06	0.78	-0.36	2.52	0.03	0.0	0	26	
		265.9	7.93	16.52	1.88	0.14	3.02		0.0	0		
7	5.60	10.4	-11.97	-15.87	0.70	-0.47	2.05	0.05	0.0	0	45	
		265.4	4.83	10.17	1.95	0.60	3.12		0.0	0		
8	6.40	14.6	-12.51	-18.70	0.65	-0.55	1.37	0.07	0.0	0	76	
		264.8	0.29	2.69	2.00	1.28	3.20		0.0	0		
9	7.20	18.7	-13.89	-24.83	0.62	-0.76	0.47	0.09	2.1	18	120	
		264.3	-5.68	-6.19	2.02	2.17	3.41		0.0	0		
10	8.00	43.5	-25.63	-45.61	0.00	-2.53	-1.26	0.22	20.6	430	160	
		263.8	-17.21	-21.42	2.64	3.90	5.16		0.0	0		

Travee No 5 : (1.000 x 0.200) d=0.170 m

K	ABSC. (m)	Vu P kN	MOMENTS (kNm) ELS Min Max	ELU Min Max	CONTRAINTES BETON (MPa) p+g haut bas	Mini haut bas	Maxi haut bas	Cis.	CONTR. ACIER haut bas	ACIER mm2 haut bas	COTE Cable mm	
0	0.00	49.6	-25.63	-45.61	-0.00	-2.53	-1.26	0.25	20.6	430	160	
		269.8	-17.21	-21.42	2.64	3.90	5.16		0.0	0		
1	0.80	27.2	-8.85	-18.28	1.18	-0.01	1.13	0.14	0.0	0	126	
		263.3	-1.27	-1.46	1.45	1.51	2.64		0.0	0		
2	1.60	21.7	-3.97	-7.80	1.73	0.72	2.64	0.11	0.0	0	88	
		262.7	8.83	11.86	0.90	-0.01	1.91		0.0	0		
3	2.40	16.3	-0.35	-3.30	2.14	1.26	3.78	0.08	0.0	0	58	
		262.2	16.45	25.34	0.48	-1.16	1.36		6.2	31		
4	3.20	10.8	2.38	-0.15	2.42	1.67	4.55	0.05	0.0	0	37	
		261.7	21.58	34.89	0.19	-1.93	0.95		14.4	217		
5	4.00	5.3	4.23	2.12	2.57	1.94	4.94	0.03	0.0	0	24	
		261.2	24.23	40.07	0.04	-2.33	0.67		18.6	321		
6	4.80	1.8	5.18	3.50	2.59	2.08	4.96	0.01	0.0	0	20	
		260.6	24.38	40.85	0.02	-2.35	0.53		18.9	338		
7	5.60	7.3	5.24	3.98	2.47	2.09	4.61	0.04	0.0	0	25	
		260.1	22.04	37.24	0.14	-2.01	0.51		15.2	266		
8	6.40	12.8	4.40	3.56	2.21	1.96	3.88	0.06	0.0	0	38	
		259.6	17.20	29.23	0.38	-1.28	0.64		7.6	110		
9	7.20	18.3	2.66	2.24	1.82	1.69	2.77	0.09	0.0	0	60	
		259.1	9.86	16.82	0.77	-0.18	0.90		0.0	0		
10	8.00	23.8	0.00	0.00	1.29	1.29	1.29	0.12	0.0	0	90	
		258.5	0.00	0.00	1.29	1.29	1.29		0.0	0		

VERIFIER que sur Appui,
on dispose de au moins
Pour la TOTALITE de la
Largeur de la Dalle

Appui	2 :	7.04 cm2
Appui	3 :	7.04 cm2
Appui	4 :	7.04 cm2
Appui	5 :	7.04 cm2

CONTRAINTES MAXIMALES		ADMISSIBLES	
Compression Beton =	5.16	15.00	OK
Compr. Beton(Perm.)=	2.64	12.50	OK
Tract. (<0) a Vide =	-0.00	0.00	OK
Traction en Charge =	-2.59		OK Classe 3
Traction Acier =	20.59	400.00	OK
Cisaillement Beton =	0.25	1.11	OK (Comb.Fond.)

Coeff.d'Efficacite Effort Normal =1.0000
Espacement des Torons = 0.620 m

Rayon de Courbure Minimum = 6.82 m

Fleche a mi-Travee en mm : due aux Cas de Charges	Trav 1	Trav 2	Trav 3	Trav 4	Trav 5
0+1=p+g (Longue Duree)	-7.27	3.07	-0.91	2.98	-7.36
2 (Courte Duree)	-4.65	2.75	-3.86	2.75	-4.65
3 (Courte Duree)	1.57	-3.47	2.36	-3.47	1.57

Quantites Estimees (ne Comprennent pas le Recouvrement des Aciers Transversaux)

Aciers Longitudinaux = 12.1 kg (Aciers de Beton Arme)
Aciers Transversaux = 12.6 kg (Aciers de Beton Arme)
Total des Aciers B.A.= 24.7 kg
Aciers de Precontrainte 40.00 m . 72.3 kg en T15
Quantite Beton = 8.00 m3
Quantite Coffrage = 40.00 m2

Densite Acier de Beton Arme = 3.09 kg/m3 , 0.62 kg/m2
Densite Acier de Precontrainte = 9.03 kg/m3 , 1.81 kg/m2

La POUTRE CONTINUE sur MICRO-ORDINATEUR

Poutre continue métallique règlement français CM66 - Programme « CM »

Henry THONIER

POUTRE CONTINUE EN ACIER

1. PRINCIPES DE CALCUL

Les sollicitations sont calculées suivant les règles de la Résistance des Matériaux par la méthode des 3 moments avec des portées entre axes.

Les types de charges autorisés correspondent à tout type de chargement : charges concentrées fixes ou mobiles (ponts roulants), charges réparties partielles ou totales, rectangulaires ou trapézoïdales.

Pour des combinaisons d'action données par l'utilisateur par application des Règles de Construction Métalliques, le programme donne l'enveloppe des efforts tranchants, des moments et des flèches en chaque coupure de chaque travée, ainsi que les contraintes extrêmes de compression, traction et cisaillement.

Les contraintes de compression sont comparées à la limite élastique σ_e. Le cisaillement calculé est comparé au cisaillement admissible $0{,}65\ \sigma_e$.

Un tableau récapitulatif donne :

- la contrainte maximale de traction.
- la contrainte maximale de compression.
- la contrainte maximale de cisaillement.
- les flèches relative et absolue maximales.

2. DONNÉES « CM »

Lignes 1 à 11. Voir DONNÉES « POCO »

12e ligne. [σ_e] = limite élastique de l'acier en MPa.

13e ligne. [CAS, ...] Liste des cas de charges pour constituer une combinaison, affectés des coefficients ci-dessous
CAS = 0. = fin de description de la série. Aller en ligne 15.

14e ligne. [COEF, ...] Liste des coefficients pondérateurs correspondant aux cas donnés dans la ligne 13.
Retour ligne 13.

15e ligne. [RES] = 1 si l'on désire avoir les résultats détaillés.
= 0 dans le cas contraire.

16e ligne. [FIN] = 1 pour un retour à de nouvelles combinaisons de cas de charges et nouveau matériau,
= 0 pour terminer le travail.

3. EXEMPLE

a) Données (fig. 1)

Pont-roulant avec deux galets de 71 kN compris le coefficient de majoration dynamique et une charge permanente de 3 kN/m.

```
Pont roulant                ' Titre
12                          ' CAS = 12
4 10                        ' nombre d'appuis et nombre de tronçons
0                           ' pas de console gauche
6 8.5 290 1260 1260         ' L, e, h, I/v, I/v'
*                           ' 2e travée identique à la précédente
*                           ' 3e travée identique à la précédente
0                           ' pas de console droite
0                           ' largeurs d'appui nulles
1 1 1 0.003                 ' charge permanente travée 1 en MN m
1 2 *                       ' de pour la travée 2
1 3 *                       ' de pour la travée 3
0                           ' fin des charges fixes
2 2                         ' 2 charges mobiles constituant le cas n° 2
0 0.071                     ' 1e charge de 71 kN
1.5 *                       ' 2e charge de 71 kN
0                           ' fin des charges mobiles
1                           ' résultats détaillés des cas de charges élémentaires demandés
240                         ' limite élastique de l'acier
1 2                         ' cas de charge 1 et 2
1.33 1.5                    ' coefficients
0                           ' fin des combinaisons
1                           ' détail des calculs demandé pour les enveloppes de combinaisons
0                           ' FIN
```

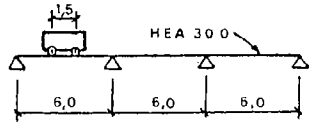


Fig. 1.

```
POCO

Titre? Pont roulant


Reglement de Calcul
-------------------

0= BAEL,Entre Nus (Charges Statiques)
1= BAEL,Entre Axes,au Droit de l'Appui (Charges Mobiles)
2= BAEL,Entre Axes (Appuis Ponctuels,Maconnerie),avec Ecretage Va/4
3= ACI-318,Entre Axes au Droit de l'Appui
4= ACI-318,Id+Decalage Moment Va/6
5= ACI-318,Entre Axes,avec Ecretage Va/4
6= BS-8110,avec Ecretage Va/4
7= DIN-1045,avec Ecretage Va/4
8= EUROCODE 2,Entre Axes avec Ecretage ou au Droit de l'Appui
10= BPEL,Dalles de Plancher
11= BAEL,Planchers-Dalles
12= Construction Metallique (Portee entre Axes)

               =? 12

Nombre d'Appuis et Nombre de Troncons=? 4 10


----------Longueurs en m,Charges en MN ,Contraintes en MPa------------

Console Gauche:L(nus) ,e(mm),h(mm),I/v(cm3),I/v'(cm3)=? 0
Travees 1      :L(nus) ,e(mm),h(mm),I/v(cm3),I/v'(cm3)=? 6 8.5 290 1260 1260
Travees 2      :L(nus) ,e(mm),h(mm),I/v(cm3),I/v'(cm3)=? *
Travees 3      :L(nus) ,e(mm),h(mm),I/v(cm3),I/v'(cm3)=? *
Console Droite:L(nus) ,e(mm),h(mm),I/v(cm3),I/v'(cm3)=? 0

Largeurs des Appuis(m)=? 0

Lecture des Charges (MN ou MN/m)   (FIN=0)
-------------------------------

Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 1 1 0.003
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 2 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 1 3 *
Cas Charge,Travee,Type,Charge(s),(Longueurs)=? 0

No du Cas de Charge et Nombre de Charges Mobiles =? 2 2
          Absc.(m) /Premiere ,Charge(MN)=? 0 0.071
          Absc.(m) /Premiere ,Charge(MN)=? 1.5 *
                       ---- PATIENTEZ ----

No du Cas de Charge et Nombre de Charges Mobiles =? 0

Voulez-vous les Resultats par Cas de Charge (Oui=1, Non=0)=? 1
```



```
CM

Sigma e (MPa)  =? 240

Combinaisons
------------

 No des Cas =? 1 2
Coefficients=? 1.33 1.5

 No des Cas =? 0

Voulez-vous le Detail des Calculs: oui=1 , non=0? 1

Voulez-vous re-executer avec de Nouvelles Donnees sur les Materiaux
ou de Nouvelles Combinaisons de Cas de Charge?
    Oui=1  ,Non=0? 0
```

b) Résultats

RAPPEL DES DONNEES

TITRE: Pont roulant

Reglement: CM 66

Module d'YOUNG=210000 MPa

DONNEES GEOMETRIQUES (m, m2, m4).

I	Portee	b tot.	h tot.	b ame	h tab.	Inertie	v	S
1	6.000		0.290	0.0085		0.0001827	0.14500	
2	6.000		0.290	0.0085		0.0001827	0.14500	
3	6.000		0.290	0.0085		0.0001827	0.14500	

Largeur d'Appuis= 0.000 0.000 0.000 0.000

CHARGES REPARTIES

Cas	Trav	Absc.	Long.	Gauche	Droite
No	No	Gauche	Charge	MN/m	MN/m
1	1	0.000	6.000	0.0030	0.0030
1	2	0.000	6.000	0.0030	0.0030
1	3	0.000	6.000	0.0030	0.0030

CHARGES CONCENTREES MOBILES (MN)

Cas	Absc.	Charge
2	0.000	0.0710
2	1.500	0.0710

Cas de Charge No 1

:Travee No 1 : Largeur= 0.0085 ,Hauteur= 0.2900 :

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.0072	0.0000	-0.42	0.00
1	0.600	0.0054	0.0038	-0.39	-0.25
2	1.200	0.0036	0.0065	-0.31	-0.46
3	1.800	0.0018	0.0081	-0.19	-0.61
4	2.400	-0.0000	0.0086	-0.06	-0.69
5	3.000	-0.0018	0.0081	0.07	-0.69
6	3.600	-0.0036	0.0065	0.19	-0.61
7	4.200	-0.0054	0.0038	0.27	-0.47
8	4.800	-0.0072	-0.0000	0.30	-0.30
9	5.400	-0.0090	-0.0049	0.26	-0.13
10	6.000	-0.0108	-0.0108	0.14	-0.00

:Travee No 2 : Largeur= 0.0085 ,Hauteur= 0.2900 :

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.0090	-0.0108	0.14	0.00
1	0.600	0.0072	-0.0059	0.01	0.04
2	1.200	0.0054	-0.0022	-0.05	0.03
3	1.800	0.0036	0.0005	-0.06	-0.01
4	2.400	0.0018	0.0022	-0.04	-0.04
5	3.000	0.0000	0.0027	-0.00	-0.05
6	3.600	-0.0018	0.0022	0.04	-0.04
7	4.200	-0.0036	0.0005	0.06	-0.01
8	4.800	-0.0054	-0.0022	0.05	0.03
9	5.400	-0.0072	-0.0059	-0.01	0.04
10	6.000	-0.0090	-0.0108	-0.14	-0.00

:Travee No 3 : Largeur= 0.0085 ,Hauteur= 0.2900 :

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.0108	-0.0108	-0.14	0.00
1	0.600	0.0090	-0.0049	-0.26	-0.13
2	1.200	0.0072	0.0000	-0.30	-0.30
3	1.800	0.0054	0.0038	-0.27	-0.47
4	2.400	0.0036	0.0065	-0.19	-0.61
5	3.000	0.0018	0.0081	-0.07	-0.69
6	3.600	-0.0000	0.0086	0.06	-0.69
7	4.200	-0.0018	0.0081	0.19	-0.61
8	4.800	-0.0036	0.0065	0.31	-0.46
9	5.400	-0.0054	0.0038	0.39	-0.25
10	6.000	-0.0072	0.0000	0.42	-0.00

Cas de Charge No 2

:Travee No 1 : Largeur= 0.0085 ,Hauteur= 0.2900 :

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.1181	0.0000	1.64	0.00
		-0.0105	0.0000	-6.02	0.00
1	0.600	0.1011	0.0606	1.59	0.97
		-0.0105	-0.0063	-5.68	-3.54
2	1.200	0.0846	0.1015	1.44	1.89
		-0.0155	-0.0126	-4.72	-6.68
3	1.800	0.0688	0.1239	1.20	2.68
		-0.0297	-0.0189	-3.20	-0.06
4	2.400	0.0540	0.1296	0.85	3.30
		-0.0465	-0.0251	-1.69	-10.38
5	3.000	0.0360	0.1240	1.14	3.69
		-0.0628	-0.0314	-0.36	-10.56
6	3.600	0.0241	0.1127	2.63	3.77
		-0.0702	-0.0377	-0.13	-9.68
7	4.200	0.0139	0.0876	3.87	3.51
		-0.0927	-0.0440	-0.77	-7.82
8	4.800	0.0055	0.0518	4.56	2.83
		-0.1060	-0.0503	-1.51	-5.28
9	5.400	0.0034	0.0183	4.55	1.68
		-0.1179	-0.0566	-2.34	-2.52
10	6.000	0.0034	0.0203	3.71	0.00
		-0.1281	-0.0814	-3.28	-0.00

:Travee No 2

Largeur= 0.0085 ,Hauteur= 0.2900

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.1243	0.0203	3.71	0.00
		-0.0169	-0.0814	-3.28	0.00
1	0.600	0.1113	0.0142	2.52	1.86
		-0.0169	-0.0712	-3.85	-2.18
2	1.200	0.0968	0.0548	1.48	3.05
		-0.0169	-0.0610	-3.70	-4.47
3	1.800	0.0815	0.0841	1.30	3.67
		-0.0177	-0.0508	-2.95	-6.44
4	2.400	0.0658	0.1001	1.06	3.82
		-0.0354	-0.0407	-1.82	-7.75
5	3.000	0.0502	0.1023	0.66	3.58
		-0.0502	-0.0305	-0.66	-8.20
6	3.600	0.0354	0.1001	1.82	3.82
		-0.0658	-0.0407	-1.06	-7.75
7	4.200	0.0219	0.0841	2.95	3.67
		-0.0815	-0.0508	-1.30	-6.44
8	4.800	0.0169	0.0548	3.70	3.05
		-0.0968	-0.0610	-1.48	-4.47
9	5.400	0.0169	0.0142	3.85	1.86
		-0.1113	-0.0712	-2.52	-2.18
10	6.000	0.0169	0.0203	3.28	0.00
		-0.1243	-0.0814	-3.71	-0.00

:Travee No 3

Largeur= 0.0085 ,Hauteur= 0.2900

K	Absc. m	Ef.Tr. MN	Moment MNm	Rot. 1000	Flec. mm
0	0.000	0.1281	0.0203	3.28	0.00
		-0.0034	-0.0814	-3.71	0.00
1	0.600	0.1179	0.0183	2.34	1.68
		-0.0034	-0.0566	-4.55	-2.52
2	1.200	0.1060	0.0518	1.51	2.83
		-0.0055	-0.0503	-4.56	-5.28
3	1.800	0.0927	0.0876	0.77	3.51
		-0.0139	-0.0440	-3.87	-7.82
4	2.400	0.0782	0.1127	0.13	3.77
		-0.0241	-0.0377	-2.63	-9.68
5	3.000	0.0628	0.1240	0.36	3.69
		-0.0360	-0.0314	-1.14	-10.56
6	3.600	0.0465	0.1296	1.69	3.30
		-0.0493	-0.0251	-0.85	-10.38
7	4.200	0.0297	0.1239	3.29	2.68
		-0.0688	-0.0189	-1.20	-9.06
8	4.800	0.0174	0.1015	4.72	1.89
		-0.0846	-0.0126	-1.44	-6.68
9	5.400	0.0105	0.0606	5.68	0.97
		-0.1011	-0.0063	-1.59	-3.54
10	6.000	0.0105	0.0000	6.02	0.00
		-0.1181	-0.0000	-1.64	-0.00

I ACIER: Limite elastique I 240 MPa I
I Contr. admissible I 240 MPa I
I Cisail. admissible I 156 MPa I

I Combinaisons
I Cas de Charges No: 1 2
I Coefficients :1.33 1.50

: Travee No 1 : h= 0.2900 , ep.(ame)= 0.0085 m

K	Absc. m	V MN	MOMENTS MNm Max/Min	Contraintes (MPa) Compr. Sup/Inf	Tract. Sup/Inf	Cisail.	Fleche Max/Min mm
0	0.000	0.1867	0.00000	0.00	0.00	75.72	0.00
			0.00000	0.00	0.00		0.00
1	0.600	0.1588	0.00599	76.18	-3.49	64.42	1.13
			-0.00440	3.49	-76.18		-5.65
2	1.200	0.1317	0.16088	127.68	-8.12	53.42	2.22
			-0.01023	8.12	-127.68		-10.54
3	1.800	0.1056	0.19660	156.03	-13.89	42.85	3.21
			-0.01750	13.89	-156.03		-14.40
4	2.400	0.0810	0.20582	163.35	-20.80	32.85	4.04
			-0.02621	20.80	-163.35		-16.49
5	3.000	0.0965	0.19675	156.15	-28.85	39.16	4.62
			-0.03636	28.85	-156.15		-16.75
6	3.600	0.1221	0.17764	140.99	-38.04	49.55	4.85
			-0.04794	38.04	-140.99		-15.32
7	4.200	0.1463	0.13649	108.33	-48.37	59.34	4.64
			-0.06095	48.37	-108.33		-12.35
8	4.800	0.1686	0.07768	61.65	-59.85	68.39	3.85
			-0.07541	59.85	-61.65		-8.32
9	5.400	0.1888	0.02099	16.66	-72.46	76.59	2.35
			-0.09129	72.46	-16.66		-3.95
10	6.000	0.2065	0.01615	12.81	-108.26	83.79	0.00
			-0.13640	108.26	-12.81		-0.00

: Travee No 2 : h= 0.2900 , ep.(ame)= 0.0085 m

K	Absc. m	V MN	MOMENTS MNm Max/Min	Contraintes (MPa) Compr. Sup/Inf	Tract. Sup/Inf	Cisail.	Fleche Max/Min mm
0	0.000	0.1984	0.01615	12.81	-108.26	80.50	0.00
			-0.13640	108.26	-12.81		0.00
1	0.600	0.1765	0.01342	10.65	-91.02	71.59	2.85
			-0.11468	91.02	-10.65		-3.21
2	1.200	0.1524	0.07939	63.01	-74.92	61.81	4.62
			-0.09440	74.92	-63.01		-6.67
3	1.800	0.1270	0.12690	100.71	-59.96	51.51	5.50
			-0.07556	59.96	-100.71		-9.67
4	2.400	0.1010	0.15296	121.40	-46.15	40.99	5.67
			-0.05815	46.15	-121.40		-11.67
5	3.000	0.0754	0.15700	124.60	-33.47	30.58	5.30
			-0.04217	33.47	-124.60		-12.37
6	3.600	0.1010	0.15296	121.40	-46.15	40.99	5.67
			-0.05815	46.15	-121.40		-11.67
7	4.200	0.1270	0.12690	100.71	-59.96	51.51	5.50
			-0.07556	59.96	-100.71		-9.67
8	4.800	0.1524	0.07939	63.01	-74.92	61.81	4.62
			-0.09440	74.92	-63.01		-6.67
9	5.400	0.1765	0.01342	10.65	-91.02	71.59	2.85
			-0.11468	91.02	-10.65		-3.21
10	6.000	0.1984	0.01615	12.81	-108.26	80.50	0.00
			-0.13640	108.26	-12.81		-0.00

Travee No 3 : h= 0.2900 . ep.(ame)= 0.0085 m

K	Absc. m	V MN	MOMENTS MNm Max/Min	Contraintes (MPa) Compr. Sup/Inf.	Tract. Sup/Inf	Cisail.	Fleche Max/Min mm
0	0.000	0.2065	0.01615	12.81	-108.26	83.79	0.00
			-0.13640	108.26	-12.81		0.00
1	0.600	0.1888	0.02099	16.66	-72.46	76.59	2.35
			-0.09129	72.46	-16.66		-3.95
2	1.200	0.1686	0.07768	61.65	-59.85	68.39	3.85
			-0.07541	59.85	-61.65		-8.32
3	1.800	0.1463	0.13640	108.33	-48.37	59.34	4.64
			-0.06095	48.37	-108.33		-12.35
4	2.400	0.1221	0.17764	140.99	-38.04	49.55	4.85
			-0.04794	38.04	-140.99		-15.32
5	3.000	0.0965	0.19675	156.15	-28.85	39.16	4.62
			-0.03636	28.85	-156.15		-16.75
6	3.600	0.0739	0.20582	163.35	-20.80	29.98	4.04
			-0.02621	20.80	-163.35		-16.49
7	4.200	0.1056	0.19660	156.03	-13.89	42.85	3.21
			-0.01750	13.89	-156.03		-14.40
8	4.800	0.1317	0.16088	127.68	-8.12	53.42	2.22
			-0.01023	8.12	-127.68		-10.64
9	5.400	0.1588	0.09500	76.18	-3.40	64.42	1.13
			-0.00440	3.40	-76.18		-5.65
10	6.000	0.1867	0.00000	0.00	-0.00	75.72	0.00
			-0.00000	0.00	-0.00		-0.00

CONTRAINTES MAXIMALES		ADMISSIBLES	
Compression	= 163.35	240.00	OK
Traction	= 163.35	240.00	OK
Cisaillement	= 83.79	156.00	OK
Fleche Maximale	=1/ 358	1/ 200	OK

Fleche Maximum = 16.75 mm

Le programme ne Verifie pas la Condition de Non-Deversement en Flexion Simple

BAEL 91 - Index des mots-clés -

MOTS-CLÉS	Art. n°	Page CSTB	Page Eyrol.
Acier minimal : voir pourcentage			
Aciers : voir armatures			
Aciers d'effort tranchant	A.5.1.23	36	55
— de glissement (planchers à poutrelles préfa.)	A.5.1.312	36	57
— de glissement (planchers à poutrelles préfa.)	B.6.8.415	77	169
— longitud. inférieurs sur appuis (dalles)	B.7.2.1	80	181
— minimal à l'effort tranchant	A.5.1.22	35	55
— minimal en flexion	A.4.2.1	35	29
— minimal en flexion (dalles)	B.7.4	81	181
Acrotères	B.5.3	68	137
Action de la température	A.3.1.33	21	17
Actions accidentelles	A.3.1.4	21	16
— accidentelles F_A	A.3.1	20	13
— de même origine et de même nature (poids propre des poutres)	A.3.3.1	24	22
— de même origine mais de nature différente (poussée et poids propre terres)	A.3.3.1	24	22
— de très courte durée (vent) : fiss. préj. ou très préj. exclus	A.4.5.31	31	45
— permanentes G	A.3.1	20	13
— variables Q	A.3.1	20	13
Adhérence d'entraînement d'un paquet de barres	A.6.1.3	47	83
— des aciers en barres	A.6.1	43	73
Ancrage	A.6.1.25	45	79
— courbe pour étrier, épingle et cadre	A.6.1.255	47	83
— des aciers en barres	A.6.1.2	43	75
— des treillis soudés lisses	A.6.2.2	48	85
Appuis intermédiaires	A.5.1.32	38	59
— simples d'about	A.5.1.31	36	57
Armatures : voir aciers			
Armatures comprimées : 15 diamètres	A.4.1.2	26	27
— de plancher	B.6.6.1	74	161
— d'angle aux extrémités des planchers (fissures à 45°)	B.5.1	66	134
— de couture	A.5.3.1	40	65
— de peau (fiss. très préj., poutres de grande hauteur)	A.4.5.34	32	47
— de peau (planchers)	B.6.6.2	74	161
— de peau : poutre	A.8.3	54	101
— de peau : poutre (fiss. préj.)	A.4.5.33	32	45
— de peau : poutre (fiss. très préj.)	A.4.5.34	32	47
— transversales (planchers)	B.6.7.1	75	161
Articulation en béton	A.8.4.3	58	109

MOTS-CLÉS	Art. n°	Page CSTB	Page Eyrol.
Balcons	B.5.3	68	137
Bielles à 45° ou d'une autre inclinaison	A.5.1.3	36	57
Chaînage	B.4	66	131
Changements de section	A.4.1.4	26	29
Chapeaux de rive minimaux (dalle) = 0,15 M_0	A.8.2.43	54	101
— de rive minimaux 0,15 M_0 (planchers à poutrelles préfa.)	B.6.8.414	77	169
Chargement par travées entières (charges d'exploitation)	B.3.1	64	127
Charges climatiques - Valeurs nominales (bâtiments)	D.1.2	97	226
— climatiques - Valeurs nominales (ponts-routes)	D.1.1	97	224
— concentrées	A.5.2.4	39	63
— concentrées : contrainte de compression limite	A.8.4.12	55	103
— concentrées mobiles (dalle)	B.7.2.1	80	179
— d'exécution	A.3.1.32	21	15
— d'exploitation	B.3.1	64	127
— d'exploitation - Valeurs nominales (bâtiments)	D.1.2	97	223
— d'exploitation - Valeurs nominales (ponts-routes)	D.1.1	97	223
— de chantier (planchers à poutrelles préfa.)	B.6.8.412	77	166
— de neige	B.3.1	64	127
— de plancher : hourdis (effort de continuité négligé)	B.6.2.2	70	147
— de plancher : plancher à surch. modérée (+10 ou 15 %)	B.6.2.11	71	147
— de plancher : surcharges relativement élevées	B.6.2.12	71	147
— de vent (= 1,2 × vent normal des NV 65 en ELU)	B.3.1	64	126
— localisées	E8	137	299
— localisées : voir pression localisée			
— modérées	B.2.1	63	123
— permanentes	B.3.1	64	127
— près des appuis pour vérif. béton et aciers à l'effort tranchant	A.5.1.2	35	53
— suspendues	A.5.1.33	38	61
Coefficient acier γ_s = 1,15 ou 1,00	A.4.3.2	27	31
— d'équivalence (calcul des déformations) : n = 15	A.4.6.12	33	47
— d'équivalence en ELS = 15	A.4.5.1	31	41
— de dilatation thermique du béton	A.3.1.33	21	16
— de fissuration = 1 ou 1,3 ou 1,6	A.4.5.33	32	45
— de frottement acier-béton = 0,4	A.6.1.21	44	75
— de frottement béton-béton (reprise, attache)	A.5.3.1	40	64
— de Poisson	A.2.1.3	18	11
— de scellement = 1 ou 1,50	A.6.1.1	43	73
— Ψ_1	A.3.3.1	24	23
— Ψ_2	A.3.3.1	24	23
— Ψ_0	A.3.3.1	24	23
	B.6.1.22	70	145
— θ	A.4.3.41	28	33
Coefficients Ψ_0, Ψ_1, Ψ_2 (bâtiments)	D.1.2	97	226

MOTS-CLÉS	Art. n°	Page CSTB	Page Eyrol.
— Ψ_0, Ψ_1, Ψ_2 (ponts-routes)	D.1.1	97	223
Coefficient béton γ_b = 1,50 ou 1,15	A.4.3.41	28	33
Combinaison retrait + fluage	A.2.1.22	18	9
Combinaisons accidentelles	A.3.3.22	24	25
— d'actions (bâtiments)	D.2.2	99	229
— d'actions (ponts-routes)	D.2.1	99	227
— d'actions (poteaux)	B.8.2.11	85	191
— de cas de charge (bâtiment)	B.6.1.2	69	143
— fondamentales	A.3.3.21	24	25
— rares	A.3.3.3	24	25
Condition de non-fragilité	A.4.2	26	29
Consoles courtes	B.6.4	72	151
	B.6.8.2	76	165
	E6	127	280
Constructions courantes	B.2.1	63	123
— industrielles	B.2.2	63	125
— spéciales	B.2.3	63	125
Contrainte d'adhérence	A.6.1.1	43	73
	A.6.1.21	43	75
— d'adhérence d'entraînement (paquet de barres)	A.6.1.3	47	83
Contrainte de calcul du béton en ELU	A.4.3.41	28	33
— de compresion limite du béton ELS = 0,6f_{cj}	A.4.5.2	31	43
— limite de cisaillement (dalles armées transv.)	A.5.2.3	39	63
— limite de cisaillement (dalles non armées trans.)	A.5.2.2	38	61
— limite de cisaillement (poutres)	A.5.1.21	35	53
— limite des aciers ELS (fiss. préj.)	A.4.5.33	32	45
— limite des aciers ELS (fiss. très préj.)	A.4.5.34	32	47
— tangente conventionnelle	A.5.1.1	34	51
Contreventement - Répartition de l'effort horizontal	B.8.1.2	84	191
Courbe enveloppe des moments (méthode Caquot)	B.6.2.32	72	149
— enveloppe des moments (méthode forfaitaire)	B.6.2.31	72	149
Courbure 1/r	A.4.6.12	33	49
Couture des ancrages rectilignes	A.6.1.23	44	77
Crochet normal	A.6.1.253	46	81
Cylindres de béton	A.2.1	17	7
Dalles : aciers longit. inférieurs sur appuis	A.8.2.43	54	101
— arm. transv. minimale	A.8.2.41	54	99
— de petite dimension non armées si ...	B.7.5	82	182
— portant dans deux directions	E3	107	243
— rectangulaires : calcul approché des moments	A.8.2.3	53	99
— sur appuis continus (une ou deux directions)	B7	80	177
Décalage de 0,8h (règle du)	A.4.1.5.	26	29
Déformation de fluage	A.2.1.22	18	11
— limites en ELU : pour le béton et l'acier	A.4.3.2	27	31
Descente de charges - Effets de la continuité (+10 % ou +15 %)	B.8.1.1	84	191

MOTS-CLÉS	Art. n°	Page CSTB	Page Eyrol.
Diagramme contrainte-déformation de l'acier	A.2.2.2	19	11
— contrainte-déformation du béton	A.4.3.41	28	33
— rectangulaire simplifié	A.4.3.42	28	35
Diamètre maximal des aciers de dalles et voiles ($< h/10$)	A.7.2.1	49	87
— maximal des armatures d'âme de poutre	A.7.2.2	49	87
— minimal : arm. transv. de poteau	A.8.1.3	52	97
— minimal aciers de peau (fiss. préj.) : 6 mm	A.4.5.33	32	47
— minimal aciers de peau (fiss. très préj.) : 8 mm	A.4.5.34	32	47
— nominal des aciers (distance entre barres)	A.7.2.5	50	88
— nominal des aciers (enrobage)	A.7.1	49	86
Dispositions constructives	A.7	49	87
— constructives : armatures long. et transv. de poteau	A.8.1	52	95
Distance entre axes d'aciers de dalles ou voiles (fiss. préj.)	A.4.5.33	32	45
— entre axes d'aciers de dalles ou voiles (fiss. très préj.)	A.4.5.34	32	47
— entre barres	A.7.2.6	50	89
— entre barres (poutres)	A.7.2.5	50	89
— entre barres (dalles)	A.8.2.42	54	99
— entre barres (poteaux)	A.8.1	52	95
Distorsions dues à l'effort tranchant	A.4.6.13	34	49
Dosage minimal en ciment : 300 kg/m³	A.1.1	16	3
Écartement des barres d'un même lit de poutre (fiss. très préj.)	A.4.5.34	32	47
Effets du second ordre forfaitaires	A.4.3.5	28	37
ELS : définition	A.1.2	16	5
— vis-à-vis de la durabilité	A.4.4.5	30	41
ELU	A.4.3	27	31
— définition	A.1.2	16	3
— de stabilité de forme	A.4.4	29	37
— de stabilité de forme - Méthode simplifiée	E7	130	287
Enrobage des aciers	A.7.1	49	87
Épaisseur minimale (dalles)	B.7.2.2	81	181
Éprouvettes	A.2.1	17	7
Équilibre statique	A.3.3.4	24	25
— statique (poutres)	B.6.1.21	69	145
— statique pur	B.3.3.1	65	129
Espacement maximal des cadres de poutres	A.5.1.22	35	53
Essais (justification par les)	A.8.5	59	113
Étais (planchers à poutrelles préfa.)	B.6.8.412	77	167
État-limite : définition	A.1.2	16	3
Excentricité additionnelle	A.4.3.5	28	37
— additionnelle d'un élément isolé	A.4.4.31	30	39
Expérimentation (justification par l')	A.8.5	59	113
— directe	A.1.2	16	5

MOTS-CLÉS	Art. n°	Page CSTB	Page Eyrol.
Feuillet moyen (dalle sous charge localisée)	A.3.2.5	23	21
	A.5.2.4	39	63
Fissuration peu préjudiciable	A.4.5.32	32	45
	B.2.4	64	125
— peu préjudiciable (flexion)	A.4.5.32	32	45
— peu préjudiciable - Effort tranchant	A.5.1.211	35	53
— préjudiciable	A.4.5.33	32	45
	B.2.4	64	125
— préjudiciable (flexion)	A.4.5.33	32	45
— préjudiciable - Effort tranchant	A.5.1.211	35	53
— très préjudiciable	A.4.5.34	32	47
	B.2.4	64	125
— très préjudiciable (flexion)	A.4.5.34	32	47
— très préjudiciable - Effort tranchant	A.5.1.212	35	53
Flèche (calcul non indispensable en constr. courantes si ...)	B.6.5.1	73	155
— (calcul non indispensable pour la dalle si...)	B.7.5	82	183
— calcul	B.6.5.2	73	155
— valeur limite	B.6.5.3	74	159
Flexion composée avec compression	A.4.3.5	28	35
Fondations	B9	90	209
Forces localisées	A.5.2.4	39	63
— localisées sur dalles ou revêtements - Aire d'action	A.3.2.5	23	21
Frettage	A.8.4.2	57	107
— sous charge localisée	A.8.4.14	56	106
Frettes	A.8.4.24	57	109
Granulat (dimension maximum C_g)	A.7.2.5	50	89
Gros diamètres (fissuration)	A.4.5.323	32	45
Hors domaine : béton léger > 60 MPa, struct. mixtes	A.1.1	16	3
Hourdis	B.6.8.4	76	167
	B.6.8.42	78	171
Imperfection géométrique initiale d'ensemble des ossatures (flambement)	A.4.4.31	30	39
Indentations (reprise de bétonnage)	A.5.1.23	36	55
— de liaison	A.5.3.3	41	67
Joints de dilatation	B.5.1	66	133
— diapasons	B.5.1	66	134
— diapasons (balcons, acrotères,...)	B.5.3	68	137
Largeur de table de poutre en Té pour calcul des sections	A.4.1.3	26	27
— de table de poutre en Té pour calcul des sollicitations	A.3.2.2	22	17
— pour l'effort tranchant (planchers à poutrelles préfa.)	B.6.8.413	77	167
Liaison membrure-âme	A.5.3.2	40	67
— table-nervure	A.5.3.2	40	67
— table-nervure (planchers)	B.6.7.2	75	163
Lignes de rupture - Dalles	A.3.2.5	23	19

MOTS-CLÉS	Art. n°	Page CSTB	Page Eyrol.
Longueur de flambement (poteaux)	A.4.3.5	28	35
	B.8.3	86	193
— de recouvrement des barres comprimées = 0,6 L_s	A.6.1.24	45	79
— de recouvrement des barres tendues = L_s	A.6.1.223	44	77
— de scellement droit L_s	A.6.1.221	44	75
Mandrin de cintrage	A.6.1.252	46	79
Masse volumique du béton : 2,5 t/m³	A.3.1.2	20	15
Membrure tendue : décalage de 0,8 *h*	A.4.1.5	26	29
Méthode de Caquot	B.6.2.22	71	149
	E2	102	234
— de Caquot minoré (surch. modérées)	B.6.2.21	71	149
— des bielles (fondations)	B.9.3	91	213
— forfaitaire pour calcul des moments des planchers (surch. modérées)	B.6.2.21	71	149
	E1	101	231
Module d'élasticité longitudinal de l'acier	A.2.2.1	19	11
— de déformation longitudinal du béton (Young)	A.2.1.21	18	9
— de déformation transversal (torsion) = 0,4 E	A.4.4.33	30	41
Neige (action de la)	B.6.1.23	70	144
Ouverture des fissures	B.6.3	72	151
Ouvrages construits en plusieurs phases	A.3.2.3	23	17
— construits en plusieurs phases (ELU)	A.4.3.2	27	30
Paquet de barres - distance entre barres	A.7.2.3	50	89
Pas de cadres si ... (poutres secondaires, nervures)	B.6.7.1	75	163
Périmètre utile des armatures = périmètre nominal	A.6.1.1	43	73
Phases de construction (planchers à poutrelles préfa.)	B.6.8.414	77	169
Pièces fragiles	A.4.2	27	31
Planchers à poutrelles préfabriquées	B.6.8.4	76	167
Planchers-dalles	E4	108	245
Poinçonnement	A.5.2.4	39	63
— de planchers à prédalles	B.7.6.4	83	187
Portée de calcul des planchers	B.6.1.1	69	141
Poteau : dispositions constructives (arm. longit. et transv.)	A.8.1	52	95
— non vérifié au cisaillement si ...	A.5.1.1	34	51
Poteaux préfabriqués	B.8.6	88	201
Pourcentage : voir acier minimal			
— minimal : arm. longit. de poteau	A.8.1.2	52	95
— minimal d'acier longitud. des poutres	B.6.4	72	151
— minimal des éléments exposés aux variations clim.	B.5.3	68	137
Poussée au vide	A.7.4	51	91
Poutres croisées (relevage des charges)	A.5.1.33	38	61
— sous murs	B.6.8.3	76	165
Poutres-cloisons	B.6.8	75	163
	E5	120	268

MOTS-CLÉS	Art. n°	Page CSTB	Page Eyrol.
Prédalle	B.7.6	82	185
— armatures de couture	B.7.6.23	83	187
— épaisseur minimale	B.7.6.0	82	185
— épaisseur minimale	B.7.6.1	82	185
Pression localisée : contrainte de compression limite	A.8.4.12	55	103
— localisée : voir charges concentrées			
Redistribution d'efforts	A.3.2.4	23	19
Règle des coutures	A.5.3.1	40	65
Relevage des charges	A.5.1.33	38	61
Reprise de bétonnage (dessins)	A.7.3	51	91
— de bétonnage (effort tranchant)	A.5.1.23	36	55
Résistance caractéristique à la compression	A.2.1	17	7
— caractéristique à la traction	A.2.1.12	17	9
— caractéristique a priori du béton à la compression	B.1.1	62	121
— ELU (poteaux avec compression centrée)	B.8.4.1	86	197
Retrait	A.2.1.22	18	11
	B.5.1	66	133
Section homogène	A.4.5.1	31	40
— nette	A.4.1.1	25	27
Situation durable	A.3.3.21	24	25
Surface de reprise (planchers à poutrelles préfa.)	B.6.8.411	76	167
— de reprise : voir reprise de bétonnage			
— de reprise de bétonnage sans armature	A.5.3.3	41	67
Suspentes	A.5.1.33	38	61
Tassements différentiels des fondations	B.5.2	67	135
Torsion	A.5.4	41	69
Treillis (poutre justifiée par la méthode du)	B.6.8.5	79	173
Variations de température dans le sens vertical	B.5.2	67	135
— dimensionnelles	B.5	66	133
Voûtes de décharge	B.6.8.3	76	165

INDEX*

About de poutre, 759
Aciers, 67
Action : voir Charges
Ancrages de barres, 1142
APD = avant projet détaillé, 1, 2
APS = avant-projet sommaire, 1, 2
Assemblages, 913
Avis techniques du CSTB (planchers), 607

Bacs collaborants (voir dalles)
Banche, 983
Béton armé (reinforced concrete), résumé, 66
Béton banché, 983
Béton de fibre en dallage, voir dallage
Bielle (strut)
  — d'appui, 759
Bielles et tirants, 1050
Blévot (méthode des bielles suivant), 414
Blocs de béton, 1014, 1019
Bois lamellé collé (glue laminated timber, glulam), 738
Boulonnage, 913
Briques, 1014, 1019
Bulbes de pression (de contrainte), 200
Bureau de contrôle, 2

Câbles non adhérents (unbonded tendons), 531, 546
Cadres, épingles, étriers (longueur), 1139
Caillebotis (grating), 670
Caractéristiques des sols (soil characteristics), 210
Chaînage, 987, 1016
Chaînage (maçonnerie), 1076
Changement de section (change of cross section), 759
Charges (load)
  — concentrées sur dalle (concentrated loads on slabs), 474
  — concentrées sur planchers nervurés (on ribbed floors), 635
  — d'exploitation (live load or imposed load), 114
  — de neige (snow load), 116
  — dynamiques sur planchers, 751
  — en cours de travaux (during execution), 605
  — localisées, 604
  — mobiles, 604
  — permanentes (dead load), 111
  — de séisme (earthquake), 129
  — triangulaires, 19
  — de véhicule, 115
  — de vent (wind), 118
Charge concentrée (sur voile), 994
Cisaillement (shear stress)
  — d'une section rectangulaire, 23
  — en flexion composée (with axial load and flexure), 26
  — à la jonction aile-âme ou table-nervure (web-flange junction), 24
CM 66-poteaux, 840
Code civil, 1
Coefficient de Westergaard (coef. de ballast, coefficient d'élasticité du sol, module de réaction du sol), 305, 322
Combinaison d'action (load arrangement, load cases, combination of actions), 193
Connecteurs (connectors), 704
Contrainte (stress)
  — dans une section, 4
  — de calcul du sol, 208
Contreplaqué (plywood), 740

Dallages (slabs on grade)
  — calcul (design), 321
  — en béton de fibre (fiber concrete), 339
  — fondation (foundation), 329
  — sous charge concentrée (under axial load), 332

* Pages 1 à 350 : tome 1
Pages 351 à 778 : tome 2
Pages 779 à 1 140 : tome 3

Dalles (slabs), 471
— circulaires, 505
— dispositions constructives, 601
— épaisses, 604
— mixtes à bacs collaborants (profiled steel sheeting), 589
— précontrainte à câbles non-adhérents, 531
— précontraintes alvéolées (prestressed hollow core slabs), 570
— de forme quelconque, 510, 595
— rectangulaires portant dans une direction, 472
— rectangulaires articulées sur 4 côtés, 475
— rectangulaires articulées sur 2 côtés et encastrées, libres ou articulées sur les 2 autres, 482
— suivant l'ACI 318-89, 489
— suivant le BS 8110, 501
Dégression des charges d'exploitation, 169
Densité : voir poids spécifique
Descente de charges (lowering of loads), 173
Déversement, 860
Dimensionnement (design) : voir pré-dimensionnement
Dispositions constructives (detailing)
— dalles, 601
— pieux, 362
Dispositions constructives-murs, 1016
Dispositions constructives-poteaux BA, 824
Dispositions constructives-voiles, 995

EC2-poteaux, 835
EC3-poteaux, 847
EC4-poteaux, 852
EC5-poteaux, 858
Effort critique de flambement ou d'Euler, 784
Effort tranchant (shear force), 4
Élancement, 782
Élancement réduit, 847
ELS (SLS) = état-limite de service (service limite state), 195
ELU (ULS) = état-limite ultime (ultimate limit state), 195
Entrepeneur, 2
Entrevous (hollow core) (voir planchers)
Escaliers (stairs)
— volée (flight)
Étais actifs (active proping), 731
État-limite (limit state), 195
Exécution des travaux (erection, execution of works), 2

Files d'ouverture (1 file), 1109
Files d'ouverture (n files), 1099
Flambement, 782
Flèche (deflexion), 5, 745
Fondations (foundations)
— superficielles (shallow foundations), 197
— profondes (deep foundations), 391
Formulaire (de poutres), 92
Funiculaire, 1034, 1042

Glissement (sliding)
— des semelles, 223
Goujons (headed studs) (voir connecteurs)

Index BAEL 91, 1277
Interaction sol-structure, 267

Joints (settlement joints, structural joints, thermal joints)
— de dallages, 322

Lagrange, 471
Lévy, 482
Liaison
— semelle-poteau (column-footing connection), 368
— talon-âme, 758
— table-nervure (web-flange connection), 758
— élément préfabriqué - élément coulé sur place, 686
Linteau, 1045
Linteaux (maçonnerie), 1076
Lisse, 1023, 1027
Longueur de flambement, 783, 796, 802, 847, 866
Longueur de flambement (voile), 991
Longrine (tie-beam)
— de liaison (tie-beam), 460
— porteuses (supporting tie-beam), 461
— de redressement (balancing beam), 274, 461

Maçonnerie armée, 1073
Maçonnerie non armée, 1014
Maître d'œuvre (engineer), 2
Maître d'ouvrage (client, owner), 2
Méthode de Caquot, 2, 888
Méthode de Cross, 898
Méthode des bielles (struts and ties method)
— en fondation superficielle, 231

— semelles sur pieux, 410
Méthode des coupures, 958
Méthode des rotations, 905
Module de réaction du sol : voir coefficient de Westergaard
Moment
— dans une section, 5
— en travée (in the span), 27, 32
— maximum, 18
— sur appui (on support), 9, 27
Murs, 983

Neige (snow), 103
Nœuds déplacables, 877
Nœuds non déplacables, 877

Ossature, 877
Ossature en acier, 912
Ossature en béton armé, 882
Ouverture dans voiles et murs, 1085
Ouvertures dans les planchers (openings, hoists), 603

Palée, 954, 956
Panneaux de particules (particle board), 740
Parois moulées (diaphragm walls), 462
Parpaings (voir Blocs de béton)
Pathologie des fondations, 340
Période de vibration propre, 125
Pieux (piles)
— actions, 353
— capacité, 358
— définition, 351
— effort horizontal en tête, 370
— en acier, 358
— en béton, 359
— groupe de, 367
Pigeaud, 477
Planchers (floors)
— à entrevous (hollow core slabs), 616
— bois (timber), 736
— caissons (waffle) (voir planchers à poutres croisées)
— dalles (flat slabs), 470, 549
— inversés, 605
— métalliques, 670
— mixtes acier-béton (steel-concrete composite floors), 695
— mixtes bois-béton, 744
— nervurés (ribbed floors), 471, 633
— à poutres croisées, 470, 653
— précontraints, 531
— types de planchers, 760
Poids volumique, 111
Poids volumique (maçonnerie), 1047
Portée de calcul (design span), 7
Portique, 877
Portique multiple, 882
Portique simple, 878
Poteaux en acier, 840
Poteaux en béton armé, 804
Poteaux en béton armé-faible élancement, 818
Poteaux en béton armé-fort élancement, 804
Poteaux en bois, 858
Poteaux mixtes, 852
Potelets, 1023, 1027
Pourcentage minimal (voile), 993
Poutre (beam, girder, joist)
— continue (continuous beam), 26, 610, 722
— sur sol élastique (on elastic soil), 296
— sur appuis ponctuels élastiques, 637
Poutre-cloison, 1046
Poutre-treillis, 954
Poutres (maçonnerie), 1083
Prédalle (shuttering floor slab, preslab), 604, 687
Pré-dimensionnement (pre-dimensionning), 174
Programme «PORTBA», 938
Programme «PORTCM», 946
Programme «PORTIQUE», 922
Programme «TREILLIS», 971
Programmes
— «CARAMEC» (caractéristiques mécaniques des sections), 580
— «DALLCIRC» (dalles circulaires), 507
— «DALLRECT» (dalle sur 4 côtés), 484
— «DALLRUPT» (dalles quelconques à la rupture), 522
— «FLECHE2» (flèche de poutres), 748
— «FLEXCOMP» (flexion composée de section quelconque), 381
— «INERTORS» (moments d'inerties de torsion et flexion), 646
— «NAVIER» (dalle rectangulaire sur 4 côtés), 478
— «PIEUHOR» (action horizontale sur les têtes de pieux), 372
— «PLADA» (planchers-dalles), 561
— «PLANCM» (planchers métalliques), 675
— «POUAPELAS» (poutres sur appuis ponctuels élastiques), 637

— «POUELAS» (poutre sur sol élastique), 302
— «POUCROI» (poutres croisées), 659
— «RAYLEIGH» (action du vent et séisme), 164
— «SEMDEV» (semelles rectangulaires en flexion déviée), 216
— «SEMPIEUX» (semelles sur 1, 2, 3 et 4 pieux), 435
— «SEMRECT» (semelles superificielles rectangulaires), 249
— «STODOLA» (action du vent et séisme), 144
— «TASSOL» (calcul des tassements de sols), 203
Puits (shafts), 364

Raccourcissement différentiel, 1095
Radiers (rafts, mats), 330
Rayleigh, 125
Redistribution des moments (redistribution of moments), 14
Refend (shear wall, crosswall)
Règlements
— allemand : DIN 1045, 765
— américain : ACI 318-89, 489, 614, 765
— britannique : BS, 501, 601, 765
— CB 71, 737
— CCTG - Fasc. 62, 223, 235, 359, 363
— CEB code modèle 90, 765
— CM 66, 672
— DTU 13-2, 225, 359, 360, 362
— Eurocode 2 (béton), 765
— Eurocode 3 (acier), 672
— Eurocode 4 (mixte acier-béton), 695, 698
— Eurocode 5 (bois), 737
Règles forfaitaires, 16, 28
Relevage de charges, 759
Résistance des matériaux (structural analysis), 3
Retrait différentiel, 1118
Retrait (shrinkage), 605, 708
Rivetage, 913
Rotation, 5

Section réduite (voile), 993
Séisme (earthquake), 129
Semelles (footing, pile cap), 197
— à niveaux décalés, 209
— avec charges excentrées, 211
— circulaires, 291
— décalées, 278
— dimensionnement, 226, 236
— excentrées, 271
— en flexion déviée, 212
— filantes sous poteaux (isolated footings), 306
— filantes sous voiles ou murs (continuous footings), 224
— filantes avec flexion (with flexure), 236
— nervurées (ribbed footings), 288
— non armées (plain concrete footings), 248
— poinçonnement (punching), 225, 233, 283, 287
— rectangulaires, 231
— sur pieux (généralités), 366, 410
— sur un pieu, 411
— sur deux pieux, 413
— sur trois pieux, 422
— sur quatre pieux, 427
— semelles rectangulaires avec flexion, 238
Site, 984
Sol (capacité du sol), 355
Soudage, 913
Stodola, 125
Spinetta, 1
Surface de chargement (area of loading), 170

Tableaux de calcul (design tables)
— charges d'exploitation (live loads), 101
— dalles rectangulaires articulées sur les 4 côtés (two-way slabs), 478
— dimensionnement des poteaux, 183
— dimensionnement des poutres, 179
— épaisseur des dalles, 176
— flexion simple et composée, 45
— moments des poutres continues, 92
— poids spécifiques, 98
— semelles superficielles, 342
— semelles sur pieux, 466
Tableaux-résumés
— béton armé, 46
— dalles précontraintes par câbles non adhérents, 546
— déversement, 870
— longueur de flambement, 866, 867
— poteau BA, 871, 872, 873
— règlements (six codes de calcul nationaux et internationaux), 765
— semelles superficielles, 342
— semelles sur pieux, 466
— torsion, 761
— types de planchers, 760
Talon (poutre à talons) (nib), 758

Tassement (settlement), 199
Torons (strands) (voir câbles)
Torsion, 761
Treillis soudé (WWM, welded wire mesh)
Trois moments (three moment method), 9
Types de poteaux, 780

Vent (wind), 118
Voile extérieur, 987
Voile intérieur, 986
Voiles, 983
Voûte de décharge, 1032, 1045

Westergaard, 332

Agences en France :

Lille / Lyon / Marseille / Nice / Paris
Rennes / Tours / Strasbourg / Toulouse

Implantations à l'étranger :

Great Britain / Italy / South Korea
Mexico / Morocco / Portugal / Spain / USA

Siège social / Head office : 92-98 bd, Victor-Hugo - 92115 Clichy - FRANCE
Tél. 1/42 70 98 40 - Télex 630075 F - Fax 1/47 39 84 05